

Л.Т. Моисеева

**ПРИМЕНЕНИЕ СОВРЕМЕННЫХ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ
В ТЕХНОЛОГИИ МАШИНОСТРОЕНИЯ**

МОНОГРАФИЯ



**Казань
2014**

УДК 621.51
ББК 22.311:34.5
М 75

Редактор серии:

В.С. Моисеев – заслуженный деятель науки и техники Республики Татарстан, д-р техн. наук, профессор.

Рецензенты: докт. техн. наук, профессор кафедры инженерной кибернетики Казанского государственного энергетического университета **В.Н. Шарифуллин**;
канд. техн. наук, ОАО ОКБ им. М.П. Симонова **И.В. Матвеев**.

Моисеева Л.Т.

М 75 Применение современных математических методов в технологии машиностроения: монография. – Казань: Редакционно-издательский центр «Школа» (Серия «Современная прикладная математика и информатика»). 2014. – 216 с.

ISBN 978–5–9905685–3–2

Предлагаются методы оптимизации геометрических параметров, режимов обработки, набора инструментов для обработки изделий машиностроения. Рассматривается двухкритериальная оптимизация механической обработки корпусного изделия. Предлагается применение метода условной оптимизации в технологических процессах. Используются статистические методы для уменьшения доли бракованных изделий в машиностроительном производстве. Используется метод решения задачи коммивояжера в технологии машиностроительных производств.

Книга предназначена для студентов, магистрантов, аспирантов и специалистов по технологии машиностроения.

ISBN 978–5–9905685–3–2

© Моисеева Л.Т., 2014

© РИЦ «Школа», 2014

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА СЕРИИ	6
ВВЕДЕНИЕ	30
Глава 1. ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ КОРПУСА ЧЕРВЯЧНОГО РЕДУКТОРА	35
Глава 2. ОПТИМИЗАЦИЯ МНОГОИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ КОРПУСНЫХ ДЕТАЛЕЙ ФРЕЗЕРОВАНИЕМ.....	55
2.1. Краткая характеристика групповой технологии обработки деталей	55
2.2. Математические модели оптимального выбора номенклатуры инструментов.....	62
2.3. Решение задачи выбора оптимальной номенклатуры инструментов.....	71
Глава 3. ОПТИМИЗАЦИЯ НАБОРА ИНСТРУМЕНТОВ ДЛЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ДЕТАЛИ КАЧАЛКА	87
3.1. Структурная оптимизация процесса фрезерования детали «Качалка».....	89
3.2. Оптимальное управление режимами	100

Глава 4. ДВУХКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ КОРПУСНОГО ИЗДЕЛИЯ	104
4.1. Растачивание внутренней поверхности.....	110
4.2. Фрезерование уступов	119
4.3. Сверление отверстий.....	126
Глава 5. ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЛЯ УМЕНЬШЕНИЯ ДОЛИ БРАКОВАННЫХ ИЗДЕЛИЙ.....	129
5.1. Применение математической статистики для определения технических условий на изготовление детали «Качалка».....	132
5.2. Основные понятия теории малой выборки	135
5.3. Применение теории малой выборки для корректировки размеров пресс-формы.....	140
5.4. Оптимизация сверления при изготовлении матрицы пресс-формы	145
Глава 6. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА УСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ	152
6.1. Метод множителей Лагранжа	152
6.2. Оптимальное распределение средств предприятия для получения максимальной прибыли	155

6.3. Диалоговый метод распределения общей трудоёмкости по операциям технологического процесса	160
Глава 7. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЕРА ПРИ СВЕРЛЕНИИ БОЛЬШОГО ЧИСЛА ОТВЕРСТИЙ В КРУПНОГАБАРИТНЫХ ДЕТАЛЯХ	
7.1. Задача коммивояжера	178
7.2. Выбор оптимальной траектории сверлильной головки	185
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	191
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	196
ПРИЛОЖЕНИЕ 2	198
ПРИЛОЖЕНИЕ 3	200
ПРИЛОЖЕНИЕ 4	201
ПРИЛОЖЕНИЕ 5	205
ПРИЛОЖЕНИЕ 6	210
ПРИЛОЖЕНИЕ 7	214

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА СЕРИИ

В серии книг «Современная прикладная математика и информатика», ориентированных на специалистов в этих областях, а также на студентов, магистрантов, аспирантов соответствующих специальностей, выходит очередная монография, посвящённая математическим моделям и методам решения основных задач оптимизации параметров технологических процессов в машиностроении. Полученные в ней результаты могут быть использованы для определения оптимальных геометрических параметров, режимов обработки, набора инструментов, уменьшения доли бракованных изделий в машиностроительном производстве.

В течение 2004-2014 г.г. в этой серии опубликованы следующие работы:

1. Моисеев В.С., Козар А.Н. Основы теории применения управляемых артиллерийских снарядов. Казань: Изд-во КВАКУ, 2004.

Рассмотрена теория применения управляемых артиллерийских снарядов, даны модели и методы их оптимального планирования. Особое внимание уделяется методам преодоления управляемыми артиллерийскими снарядами зон активной защиты целей и планированию одновременного удара по цели несколькими управляемыми артиллерийскими снарядами.

Книга может быть полезна как для слушателей и курсантов высших военных учебных заведений, так и для работников научно-исследовательских институтов.

2. Медведев В.И. Программирование на C++, C++.NET и C#. Казань: Мастер Лайн, 2005.

Излагаются основные понятия и методика разработки объектно-ориентированных программ на языках C++, C++.NET и C# с использованием библиотеки классов Framework .NET платформы. Особое внимание уделено разработке Windows приложений из потоковых объектов и компонентов.

Монография предназначена для студентов вузов по направлению вычислительная техника и информатика, а также для всех, владеющих языком программирования C и желающих освоить .NET технологию программирования.

3. Зайдуллин С.С., Моисеев В.С. Математические модели и методы управления территориально распределёнными системами. Казань: Мастер Лайн, 2005.

Рассмотрены теоретические основы управления сложными территориально распределёнными организационно-техническими системами. Решение задач анализа, синтеза и управления такими системами выполняется на основе специальных прикладных информационных технологий.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами разработки территориально распределённых систем.

4. Медведев В.И. Разработка компонентов и контейнеров на C++.NET и C#. Казань: Мастер Лайн, 2005.

Углублённо рассмотрено построение компонентов, контейнеров и объединение компонентов в контейнере с предоставлением сервисных услуг на базе библиотеки классов .NET Framework.

Монография имеет практическую направленность и предназначена для всех, владеющих объектно-ориентированным программированием на языках C++.NET и C# и желающих освоить программирование .NET компонентов.

5. Рахматуллин А.И., Моисеев В.С. Математические модели и методы оптимизации нестационарных систем обслуживания: монография. – Казань: РИЦ «Щкола», 2006.

Рассмотрены теоретические основы оптимизации и адаптивного управления процессами обслуживания в сложных информа-

ционных и организационно-технических системах. Применение разработанных математических моделей, методов и алгоритмов иллюстрируется на практических задачах оптимизации и адаптивного управления функционированием систем обслуживания.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами исследования и оптимизации нестационарных процессов в сложных системах различного назначения.

6. Медведев В.И. .NET компоненты, контейнеры и удаленные объекты. Казань: РИЦ «Школа», 2006.

Книга посвящена компонентам – основным программным единицам при построении Windows-приложений в .NET технологии. Кроме компонентов и контейнеров, объединяющих компоненты в коллекции, значительное внимание уделено удалённым объектам и событиям, а также разработке использующих их распределённых приложений.

Для студентов и преподавателей вузов по направлению вычислительной техники и информатики. Представляет интерес для всех, знающих основы языков C++.NET и C# и желающих овладеть технологией создания и использования .NET компонентов для распределённых Windows приложений.

7. Козар А.Н., Борзов Г.Е., Рахматуллин А.И., Сотников С.В. Информатика ракетных войск и артиллерии. – Казань: «Отечество», 2006.

Работа посвящена применению современных программных оболочек типа Delphy для создания информационных технологий управления действиями ракетных войск и артиллерии тактического звена.

8. Габитов Р.И., Емалетдинова Л.Ю. Модели и методы разработки автоматизированных систем организационного управления: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2007. – 120 с., ил.

В монографии рассмотрены теоретические основы проектирования унифицированного программного обеспечения автоматизированных систем организационного управления технологическими процессами деятельности специалистов, а также оптимизационные модели, методы и алгоритмы, обеспечивающие эффективное функционирование проектируемой распределенной системы.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами разработки автоматизированных систем организационного управления.

9. Литвин В.М., Набережнов Г.М., Песошин В.А., Шлеймович М.П. Сжатие данных в системах числового программного управления. монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2007. – 108 с.

Монография предназначена для широкого круга научных и инженерно-технических работников и студентов, занимающихся

вопросами проектирования и моделирования систем числового программного управления.

10. Валеев М.Ф., Емалетдинова Л.Ю. Автоматизация организационного управления технологическими процессами налогообложения граждан: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2007. – 136 с., ил.

В монографии рассмотрены теоретические основы проектирования программного обеспечения автоматизированных систем организационного управления технологическими процессами налогообложения граждан, а также предлагается методика краткосрочного прогнозирования доходов граждан на основе автоматизированного построения моделей временных рядов.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами разработки автоматизированных систем организационного управления.

11. Тутубалин П.И., Моисеев В.С. Вероятностные модели обеспечения информационной безопасности автоматизированных систем обработки информации и управления: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2008. – 151 с.

В монографии рассмотрены теоретические и практические основы создания максимально информационно безопасных, с точки зрения вероятностных критериев, автоматизированных систем обработки информации и управления, а так же разработаны подходы и методы повышения эффективности использования средств информационной безопасности.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами разработки автоматизированных систем специального назначения.

12. Зиновьев П.А., Мейко А.В., Моисеев В.С. Инженерные методы расчета функциональной надежности и живучести корпоративных информационных систем: монография. Казань: Отечество, 2009. – 256 с.

В монографии рассматриваются состав, структура и характеристики корпоративных информационных систем (КИС), обсуждаются их основные показатели надежности и живучести, формулируется постановка задач оценки функциональной надежности и живучести таких систем. Предлагаются математические модели и инженерные методы расчета этих критически важных показателей функционирования КИС.

Монография предназначена для широкого круга специалистов-разработчиков и инженерно-технических работников, занимающихся вопросами проектирования, внедрения и эксплуатации информационных систем корпоративного масштаба, а также оптимизацией режимов их функционирования на всех этапах жизненного цикла. Она может быть полезна также студентам старших курсов ВУЗов, бакалаврам, магистрам и аспирантам соответствующих специальностей.

13. Красильников В.Н., Козар А.Н., Моисеев В.С., Красильников О.В. Переносные комплексы автоматизированно-

го управления огнем артиллерии тактического звена: монография. Казань, Отечество, 2009. – 108 с.

В книге проведен анализ и сравнительная оценка отечественных и зарубежных комплексов автоматизированного управления огнем тактического звена управления. Предложена методика построения перспективного переносного комплекса автоматизированного управления огнем. Дан обзор современных средств управления огнем в тактическом звене, в том числе и компонентов двойного назначения. Представлена методика разработки математического, программного, информационного и методического обеспечения переносного комплекса автоматизированного управления огнем. Рассмотрены перспективы включения переносного комплекса в интегрированную АСУ артиллерии тактического звена. Приведено расчетно-экспериментальное обоснование результатов проведенной работы.

Книга может быть полезна как для слушателей и курсантов высших военных учебных заведений, так и для работников научно-исследовательских институтов Министерства обороны Российской Федерации, занимающихся вопросами разработок и применения АСУ.

14. Борзов Г.Е., Козар А.Н., Моисеев В.С. Применение беспилотных разведывательно-корректировочных вертолетов в перспективных комплексах автоматизированного управления огнем артиллерии тактического звена. Научное издание. Ка-

занское высшее военное командное училище (военный институт), 2009. – 148 с.

В монографии проведен анализ существующих и перспективных разведывательно-огневых комплексов (РОК) артиллерии тактического звена. Приведен анализ существующих и перспективных БЛА вертолетного типа. Предложена общая структура, функции и принципы построения на базе АСУ садн перспективного РОК с применением БРКВ. Описан процесс функционирования РОК. Предложены математические модели и методы разведки, целеуказания и выбора начальных параметров стрельбы управляемых артиллерийских снарядов (УАС) с применением БРКВ. Предложены математические модели и методы управления БРКВ, целеуказания и выбора начальных параметров стрельбы УАС в вертикальной плоскости с использованием БРКВ в режимах «висения», вертикального подъема/снижения и горизонтального полета. Рассмотрены основные принципы, направления и рекомендации по созданию перспективной АСУ садн как среды для применения РОК. Предложена общая ИТ разведки, целеуказания и применения УАС в составе РОК перспективной АСУ садн. Предложена вероятностная оценка эффективности РОК для стрельбы УАС с использованием БРКВ.

Монография может быть использована как для слушателей и курсантов высших военных учебных заведений, так и для работников научно-исследовательских институтов Министерства обо-

роны Российской Федерации, занимающихся вопросами разработок и применения беспилотных летательных аппаратов.

15. Новикова С.В., Роднищев Н.Е. Основы идентификации динамических систем: монография. Казань: РИЦ «Школа», 2009. – 192 с.

В монографии рассмотрены теоретические и практические основы создания эффективных методов и процедур адаптивной коррекции параметрической динамической системы в условиях неоднородности и неопределенности ее параметров при наличии внешних возмущающих факторов. Приводится разработка методов и процедур идентификации и коррекции управляемых стохастических систем с ограничениями на вектор состояния и параметры.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами разработки и доводки автоматизированных технических систем.

16. Альмухаметова А.Ф., Моисеев В.С. Математические модели и методы комплексного управления запасами и спросом в территориально-распределенной торговой корпорации: монография. Казань: РИЦ «Школа», 2010. – 170 с.

В монографии рассмотрена проблема управления основной деятельностью территориально-распределенной торговой корпорации, сформулированы основные задачи комплексного управления запасами и спросом. Разработаны математические модели, методы, алгоритмы и прикладная информационная технология,

обеспечивающие решение и реализацию представленных в работе задач.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами математического моделирования процессов оптимального управления запасами и спросом в логистике, а также разработкой и развитием корпоративных информационных систем в крупных торговых корпорациях. Книга может быть полезна студентам и аспирантам соответствующих специальностей.

17. Моисеев В.С., Гущина Д.С., Моисеев Г.В. Основы теории создания и применения информационных беспилотных авиационных комплексов: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2010. – 189 с., ил.

В монографии рассмотрены основы прикладной теории создания на этапе аналитического проектирования и применения беспилотных авиационных комплексов, решающих задачи информационного обеспечения. Приводится научно-методический аппарат для выбора оптимальных проектных и эксплуатационных параметров таких комплексов.

Монография рассчитана на широкий круг специалистов, связанных с разработкой и эксплуатацией беспилотных авиационных комплексов, а также для студентов и аспирантов, специализирующихся в этой области.

18. Ризаев И.С., Рахал Я. Интеллектуальный анализ данных для поддержки принятия решений: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2011. – 170 с.

Рассматриваются модели и алгоритмы в области интеллектуального анализа данных с использованием технологии Data Mining: классификация, кластеризация, поиск ассоциативных правил, прогнозирование. Методы проектирования хранилищ данных различной архитектуры. Разработка программного комплекса системы поддержки принятия решений.

Монография предназначена для широкого круга научных и инженерно-технических работников, преподавателей и студентов, занимающихся вопросами интеллектуального анализа данных на основе баз и хранилищ данных.

19. Моисеев В.С., Матвеев И.В., Нестерова Л.Е. Модели и методы создания перспективных учебно-тренировочных вертолетов: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2011. – 160 с., ил.

В монографии рассмотрены теоретические и практические основы создания перспективных учебно-тренировочных вертолетов на базе существующих образцов, разработан научно-методический аппарат выбора оптимального для модернизации вертолета, и решения круга задач его модернизации в учебно-тренировочный вариант применения.

Монография предназначена для широкого круга специалистов, занимающихся исследованиями в области разработки циф-

ровых систем управления современных пилотируемых и беспилотных летательных аппаратов вертолетной схемы.

20. Бутузова А.В., Моисеев В.С., Тутубалин П.И. Теоретические основы информатизации службы скорой медицинской помощи: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2011. - 242с., ил.

В монографии изложены результаты оригинальных научных исследований и практические реализации, связанные с актуальной задачей разработки математических моделей и методов информатизации лечебно-профилактических учреждений и защиты персональных данных в них, в частности в работе рассмотрены подходы к информатизации деятельности такой жизненно важной структуры как служба скорой медицинской помощи.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами разработки автоматизированных систем специального назначения.

21. Горбунов Д.А., Моисеев В.С. Основы прикладной теории неявных математических моделей и методов: монография. – Казань: РИЦ, 2012. – 172 с.

В монографии изложены результаты оригинальных научных исследований и практические реализации, связанные с актуальной задачей разработки математических моделей и методов построения и оптимизации неявно заданных функциональных моделей в задачах анализа и синтеза реальных технических систем.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами разработки автоматизированных систем специального назначения.

22. Иванов К.В., Тутубалин П.И. Марковские модели защиты автоматизированных систем управления специального назначения: монография. – Казань: РЦ МКО, 2012. – 216 с., ил.

В монографии изложены результаты оригинальных научных исследований и практические реализации, связанные с актуальной задачей разработки математических моделей и методов обеспечения информационной безопасности автоматизированных систем управления специального назначения.

В работе рассмотрены подходы по информатизации таких особо важных структур как военные и полевые мобильные автоматизированные системы управления на основе предложенных новых образцов информационного оружия. Анализ защищённости систем, оснащённых новыми образцами информационного оружия, проводится с применением теории вероятностей и марковских процессов.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами разработки автоматизированных систем специального назначения.

23. Медведев В.И. .NET компонентно-ориентированное программирование. – Казань: РИЦ, 2012 – 276 с.: ил.

Книга посвящена компонентам. Являясь особыми объектами объектно-ориентированного программирования, объекты компо-

нентов обладают дополнительными свойствами и поведением, позволяющими построение из них надежных программ.

Компонентно-ориентированное программирование рассматривает особенности поведения и взаимосвязи компонентов, предлагая общие правила их построения и использования при разработке надежных и безопасных многокомпонентных программ.

В книге излагаются основы программирования .NET компонентов совместно с контейнерами, существенно облегчающих их совместное применение. Уделено внимание базовым интерфейсам и классам компонентов и контейнеров, а также активно используемым компонентам и асинхронным вызовам и событиям, потокам и их синхронизации, освобождению ресурсов, сериализации объектов, удаленным компонентам.

Изложение сопровождается многочисленными примерами законченных консольных программ и Windows приложений на языках объектно-ориентированного программирования C++/CLI и C#.

Книга завершается разработкой распределенных многокомпонентных приложений с объектами компонентов, объединенных в объекте контейнера на сервере и управляемых клиентом через удаленный компонент. Программы поясняются диаграммами языка UML.

Для студентов и преподавателей вузов по направлению вычислительной техники и информатики. Представляет интерес для всех, знакомым с объектно-ориентированным программированием

на языках С# и С++/CLI и желающих овладеть основами технологии .NET компонентно-ориентированного программирования.

24. Козар А.Н., Моисеев В.С. Информационные технологии оптимального применения управляемых артиллерийских снарядов: монография. – РЦ МКО, 2012. – 348 с.

В книге рассмотрена теория применения управляемых артиллерийских снарядов, даны модели и методы их оптимального планирования. Особое внимание уделяется методам преодоления управляемыми артиллерийскими снарядами зон активной защиты целей и планированию одновременного удара по цели неуправляемыми и управляемыми артиллерийскими снарядами. Излагаются модели и методы организации подсвета целей с беспилотных летательных аппаратов. Сделан обзор опубликованных исследований ряда авторов, работающих в области применения управляемых артиллерийских снарядов. Приводится описание перспективного бортового оборудования управляемых артиллерийских снарядов и рассмотрены информационные технологии и их применения.

Книга может быть полезна как для слушателей и курсантов высших военных учебных заведений, так и для работников научно-исследовательских институтов Министерства обороны Российской Федерации, занимающихся вопросами применения управляемых артиллерийских снарядов.

25. Моисеев Г.В., Моисеев В.С. Основы теории создания и применения имитационных беспилотных авиационных комплексов: монография. – Казань: РЦ МКО, 2013. – 207 с., ил.

В монографии рассмотрены основы прикладной теории создания и применения имитационных беспилотных авиационных комплексов.

На основе результатов системного анализа предметной области определены роль и место, особенности проектирования и типовые эпизоды применения комплексов авиационных ложных целей воздушного старта. Рассмотрен типовой состав и функции воздушного пункта управления авиационными ложными целями.

Предложен комплекс математических моделей и методов определения оптимального состава смешанных авиационных группировок, продолжительности их применения, оценки потерь и требуемого количества воздушных пунктов управления. Предложен оригинальный метод формирования законов управления авиационной ложной целью на основе бортовых полетных данных самолета-имитатора.

Приводятся постановки и методы решения основных задач создания авиационных ложных целей, обеспечивающих формирование оптимальных проектных и управленческих решений в процессе их разработки, в том числе при определении проектных параметров системы «самолет-носитель – авиационные ложные цели».

Монография рассчитана на широкий круг специалистов, связанных с разработкой и эксплуатацией беспилотных авиационных комплексов, а также на студентов и аспирантов соответствующих специальностей.

26. Медведев В.И. Особенности объектно-ориентированного программирования на C++/CLI, C# и Java: 4-е изд., испр. и доп. – Казань: РЦ МКО, 2013. 450 с., ил.

Излагаются основные понятия и методика разработки объектно-ориентированных программ на языках C++/CLI, C# и Java (J#) с применением пакетов языка Java и библиотеки .NET Framework языков C++/CLI и C#.

Изложение сопровождается многочисленными примерами законченных программ. Программы поясняются диаграммами языка UML.

Особое внимание акцентировано на наиболее сложных для понимания делегатах, событиях уведомлениях, потоках и их синхронизации, преобразовании данных.

Параллельное изложение схожих основных языковых конструкций позволит лучше выявить не только близость и различие языков C++/CLI, C# и Java, но и лучше понять особенности этих языков.

В четвертом издании книги добавлен раздел о данных и их преобразовании, расширены ряд разделов, заменена поэтапно разрабатываемая много объектная программа на более интересную, также содержащую абстрактный класс, множество потоков,

событий и уведомлений, наглядно иллюстрирующих особенности написания программ на языках C++/CLI, C# и Java.

Для студентов и преподавателей вузов и специалистов по направлению вычислительной техники и информатики. представляет интерес для всех, знающих язык C и изучающих объектно-ориентированное программирование, а также для тех, кто, овладев языком C++, интересуется особенностями и отличиями программирования на языках C++/CLI, Java и C#.

27. Моисеев Г.В. Методы параллельных вычислений: учебное пособие. Казань: РЦ МКО, 2013. 117 с.

Приводятся принципы построения параллельных вычислительных систем, модели и методы анализа параллельных вычислений, методы оценки коммуникационной трудоемкости параллельных алгоритмов и принципы их разработки.

Предназначено для бакалавров техники и технологии по направлению 230100.62 – «Информатика и вычислительная техника».

28. Гимадеев Р.Г., Моисеев В.С., Арутюнова Н.К. Обратные задачи управления беспилотными летательными аппаратами артиллерийской разведки: монография. – Казань: РЦ МКО, 2013. – 245 с.

На основе результатов системного анализа предметной области определены требования, предъявляемые к беспилотным летательным аппаратам артиллерийской разведки и разработана их классификация. Предложена структура и функции беспилотных авиационных комплексов ближней, средней и дальней артилле-

рийской разведки. Рассмотрены вопросы эксплуатации таких комплексов.

Предложены методы расчета характеристик областей обзора наземной поверхности средствами воздушной артиллерийской разведки – бортовыми оптико-электронными системами и радиолокационными станциями. Сформированы типовые траектории полетов беспилотных летательных аппаратов артиллерийской разведки.

Разработаны методы решения обратных задач управления динамическими системами при наличии ограничений на управления и для случаев, когда число управляющих воздействий больше числа фазовых координат объектов.

Эти методы предложено использовать совместно с типовыми траекториями полетов беспилотных летательных аппаратов артиллерийской разведки для формирования программного управления их реализацией.

Приведены примеры решения задач формирования управлений для поиска и обнаружения различных видов объектов артиллерийской разведки.

Монография рассчитана на широкий круг специалистов, связанных с разработкой и эксплуатацией беспилотных авиационных комплексов, а также на студентов (курсантов) и аспирантов (адъюнктов) соответствующих специальностей.

29. Моисеев В.С. Прикладная теория управления беспилотными летательными аппаратами: монография. – Казань:

ГБУ «Республиканский центр мониторинга качества образования», 2013. – 768 с.

Предлагаются определения и классификация существующих и перспективных образцов беспилотной авиационной техники. Рассматриваются основные вопросы организации ее применения. Формулируются базовые положения прикладной теории управления БЛА, ориентированной на ее использование персоналом беспилотных авиационных комплексов различного назначения. Приводятся краткие сведения по математическим основам этой теории и численным методам, применяемым при формировании программного управления БЛА. Предлагаются общие и частные модели управляемого движения БЛА самолетной и вертолетной конструктивных схем.

Для формирования управления БЛА используются методы теории обратных задач динамики управляемого движения, вариационного исчисления и оптимального управления.

Рассматриваются основные подходы к реализации перспективных задач интеллектуального управления БЛА.

Книга предназначена для специалистов по эксплуатации БЛА, разработчиков и испытателей БЛА, а также для студентов, курсантов, аспирантов и докторантов, специализирующихся по направлениям, связанным с управлением различными видами беспилотной авиационной техники.

30. Катасев А.С. Математическое и программное обеспечение формирования мягких экспертных систем диагностики

состояния сложных объектов: монография. – Казань: Республиканский центр мониторинга качества образования, 2013. – 200 с.

Рассмотрена проблема формирования баз знаний экспертных систем диагностики сложных объектов. Предложена технология автоматизированного формирования баз знаний на основе мягких вычислений. Разработано математическое и программное обеспечение, эффективность которого показана на примере решения ряда практических задач.

Монография предназначена для широкого круга научных и инженерно-технических работников, занимающихся вопросами формирования баз знаний мягких экспертных диагностических систем.

31. Моисеева Л.Т. Статистические методы в машиностроении: учебное пособие. – Казань: Республиканский центр мониторинга качества образования, 2014. – 103 с.

Приводятся основные понятия классической теории вероятности и математической статистики, основные положения теории малой выборки статистических данных, статистические методы в проектировании, производстве и эксплуатации изделий машиностроения.

Предназначено для студентов технических специальностей.

32. Моисеев В.С. Дискретные линейные математические модели динамических процессов в банковских накоплениях, рыночной экономике, медицине, биологии, здравоохранении

и технике: учебное пособие. – Казань: Республиканский центр мониторинга качества образования, 2014. – 146 с.

Приводятся определение и современная классификация математических моделей процессов (объектов). Отмечается слабая распространенность на практике моделей дискретных динамических процессов. Дается краткая характеристика теории разностных уравнений как математического аппарата построения и использования таких моделей. Подробно рассматриваются свойства и методы решения разностных уравнений 1-го и 2-го порядков. Приводятся примеры их применения при моделировании разнообразных динамических процессов (объектов).

Предназначено для магистрантов и аспирантов соответствующих направлений подготовки и специальностей.

Авторами опубликованных в серии «Современная прикладная математика и информатика» монографий и учебников являются сотрудники кафедр «Прикладная математика и информатика», «Автоматизированные системы обработки информации и управления», «Компьютерные системы» Казанского национального исследовательского технического университета им. А.Н. Туполева (КНИТУ-КАИ), преподаватели Казанского высшего военного командного артиллерийского училища (ныне КВВКУ), ученые Института проблем информатики АН РТ и специалисты ОАО ICL-КПОВС, ОАО ОКБ «Сокол».

Многие из полученных научных и прикладных результатов внедрены в практику работы предприятий и организаций г. Казани и получили положительные оценки военных специалистов, ученых и IT-специалистов РФ. Материалы, опубликованных монографий активно использовались в учебном процессе и научной работе студентами, аспирантами и докторантами КНИТУ-КАИ и других вузов г. Казани.

Редактор серии благодарит руководителей ОАО ICL-КПО ВС В.В. Дьячкова и А.В. Артамонова за долголетнее спонсорское содействие в издании книг серии «Современная прикладная математика и информатика».

*Заслуженный деятель науки и техники РТ,
доктор технических наук,
профессор В.С. Моисеев*

ВВЕДЕНИЕ

Современный уровень создания технических систем требует от разработчика умения формулировать (ставить) задачу исследования и осуществлять разработку такой системы, которая отвечала бы высоким техническим показателям, должна быть экономически обоснована, конкурентоспособна на рынке аналогичной технической продукции.

Выполнение таких требований обязывает разработчика не только иметь быстродействующие системы исследования, разработки и выпуска технической системы, но и наличия двух-трёх, а может быть и более, вариантов аналогичного технического изделия, находящегося в различных стадиях разработки. Только в этом случае можно выдержать конкурентную борьбу на рынке.

Решение подобной задачи невозможно без использования современных достижений в области классической математики, математического моделирования, теории оптимального

управления, системного анализа, современных информационных технологий и средств вычислительной техники [1].

Одна из важных закономерностей развития науки – усиление и нарастание сложности и абстрактности научного знания, углубление и расширение процессов математизации и компьютеризации науки как базы новых информационных технологий, обеспечивающих совершенствование форм взаимодействия в научном сообществе.

Роль математики в развитии познания была осознана довольно давно. Уже в античности была создана геометрия Евклида, сформулирована теорема Пифагора и т.п. А. Платон у входа в свою знаменитую Академию начертал девиз: «Негеометр – да не войдет». В Новое время один из основателей экспериментального естествознания Г. Галилей говорил о том, что тот, кто хочет решать вопросы естественных наук без помощи математики, ставит неразрешимую задачу. Поскольку, согласно Галилею, «книга Вселенной написана на языке математики», то эта книга доступна пониманию для того, кто знает язык математики. И. Кант считал, что в любом частном учении о природе можно найти науки в собственном смысле лишь столько, сколько в ней имеется математики. Иначе говоря, учение о природе будет содержать науку в собственном

смысле лишь в той мере, в какой может быть применена в нем математика.

Применение математических методов в науке и технике за последнее время значительно расширилось, углубилось, проникло в считавшиеся ранее недоступными сферы.

Математические понятия есть не что иное, как особые идеальные формы освоения действительности в ее количественных характеристиках. Они могут быть получены на основе глубокого изучения явлений на качественном уровне, раскрытия того общего, однородного содержания, которое можно затем исследовать точными математическими методами.

Современное состояние теории оптимального управления и средств вычислительной техники позволяет осуществлять постановку задач в экстремальной форме, что позволяет исследователю находить единственное, лучшее в смысле выбранного критерия оптимальности, решение.

Представление задачи исследования и проектирования технической системы в экстремальной форме позволяет получать минимальные затраты сырья, материалов на изготовление технической системы, энергетических ресурсов на её эксплуатацию, предельно точно обеспечивать выполнение технологического регламента при функционировании и обслуживании технической системы [1].

Современное состояние разработки и исследования технических систем невозможно без использования классических и специальных математических методов. Суть применения математических методов заключается в упорядоченном использовании современных достижений в области системного анализа, математического моделирования, теории оптимального управления, методов решения уравнений математических моделей технических объектов, современных информационных технологий и средств вычислительной техники.

Принципы, на которых базируется применение математических методов при разработке и исследовании технических систем, заключаются в следующем [1]:

- декомпозиция исходной задачи на систему взаимосвязанных задач с применением в дальнейшем методов системного анализа;
- применение методов математического моделирования для описания процессов в технических системах;
- применение теории оптимального управления на завершающем этапе исследования;
- применение современного информационного обеспечения и средств вычислительной техники для реализации решения задач разработки и исследования технических систем.

Применение указанных выше принципов при разработке и исследовании технической системы в конкретной прикладной области даёт возможность на современном уровне проводить как изучение поведения процессов в объекте исследования при различном его конструктивном оформлении, так и определять его оптимальные режимные и конструктивные характеристики.

Если рассматривать решение задачи проектирования «с конца», то завершающей стадией получения проектных решений будут средства вычислительной техники – компьютер. Представить информацию для компьютера можно только в строгой математической формулировке, то есть задача должна быть формализована. Это формализованное математическое представление решаемой задачи и будет завершающим этапом постановки задачи, когда процесс сбора, анализа и представления информации завершён, и можно начинать собственно вычислительные операции.

Глава 1. ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ КОРПУСА ЧЕРВЯЧНОГО РЕДУКТОРА

Современный редуктор – это законченный механизм, который соединяется с двигателем и рабочей машиной муфтами или открытыми механическими передачами. В корпусе редуктора размещены зубчатые или червячные передачи, неподвижно закрепленные на валах. Валы опираются на подшипники, размещенные в гнездах корпуса. Редукторы классифицируют по следующим основным признакам: тип передачи (зубчатые, червячные, зубчато-червячные); число ступеней (одноступенчатые, двухступенчатые и т.д.); тип зубчатых колес (цилиндрические, конические, коническо-цилиндрические и т.д.); относительное расположение валов редуктора в пространстве (горизонтальные, вертикальные); особенности кинематической схемы (развернутая соосная, с раздвоенной ступенью и др.).

Редукторы стандартизованы и серийно выпускаются специализированными машиностроительными заводами. А поскольку потребности отраслей промышленности весьма многообразны, разновидностей редукторов тоже немало.

Редукторы с червячным зацеплением – один из наиболее распространённых типов редукторов. Спектр их применения чрезвычайно широк: транспортеры, конвейеры, подъёмники, насосы, мешалки, приводы ворот и т.д., где требуется бюджетное решение по понижению частоты вращения привода и увеличению крутящего момента в условиях отсутствия значительных ударных нагрузок и невысокой периодичности включений. У червячного редуктора есть один большой недостаток – нагрев. Это – следствие того, что КПД снижается с увеличением передаточного отношения. Это влечёт за собой потери энергии – фактор, который в современном мире ни в коем случае нельзя сбрасывать со счетов. Та кинетическая энергия, которая не была передана червячной передачей, превращается в тепло. Не зря на корпусах именно червячных редукторов выполнены рёбра. Некоторые крупногабаритные червячные редукторы поставляются с вентиляторными крыльчатками на свободном торце быстроходного вала. В других случаях приходится организовывать принудительную циркуляцию масла в корпусе редуктора. Сказанное относится

к редукторам с большой передаваемой мощностью (свыше 4...5 кВт). В случаях с меньшей мощностью дополнительные меры по отводу тепла, как правило, не требуются. Однако, нагрев корпуса червячного редуктора при его работе всегда имеет место.

Червячный редуктор имеет недостаточно высокий КПД, часть мощности, теряемая в зацеплении, рассеивается в окружающую среду в виде тепла. Отсутствие перегрева гарантируется достаточной площадью теплоотдачи наружной поверхности корпуса редуктора, площадь которой увеличивается за счет наличия ребер (рис. 1.1).

Рассмотрим вопросы оптимизации корпуса червячной передачи на примере редуктора 2ЧМ-40-40-51-Ц-У2 (рис. 1.2).

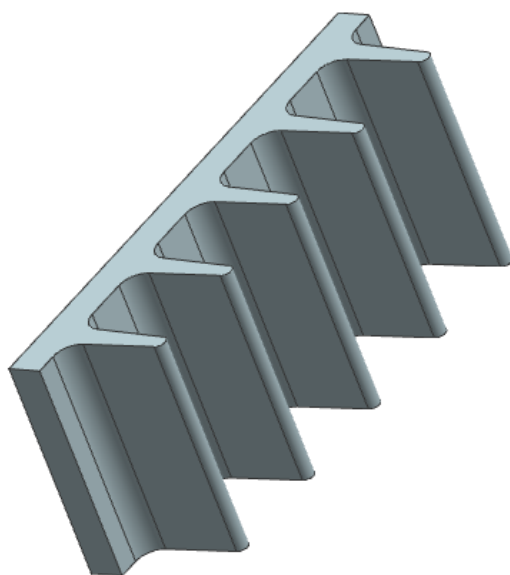


Рис. 1.1

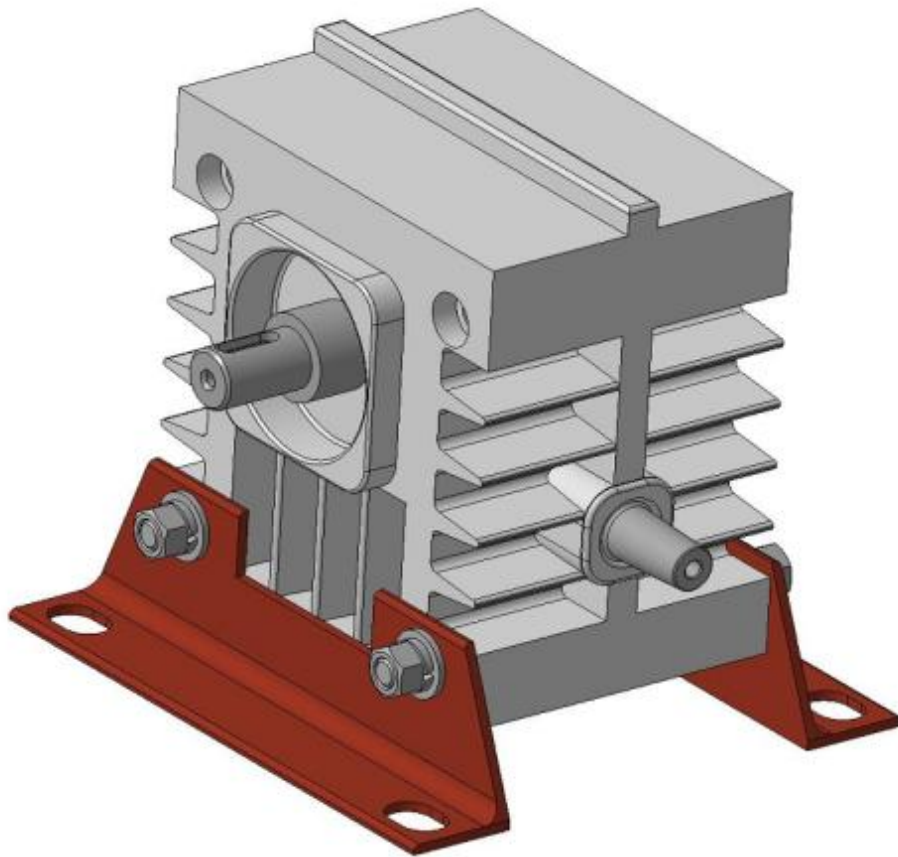


Рис. 1.2

В зацеплении червячной пары реализуются значительные окружные, радиальные и осевые усилия, которые через детали подшипниковых узлов замыкаются на корпус. Корпус должен иметь достаточную прочность и жесткость.

По условиям прочности должны обеспечиваться минимально возможная толщина стенки, минимальное значение площади сечения и минимальное значение момента инерции.

Требуется обеспечить максимальную площадь боковой стенки корпуса редуктора, что обеспечивается максимальным периметром его поперечного сечения, и минимальную массу

корпуса, что обеспечивается минимумом площади поперечного сечения (рис. 1.3).

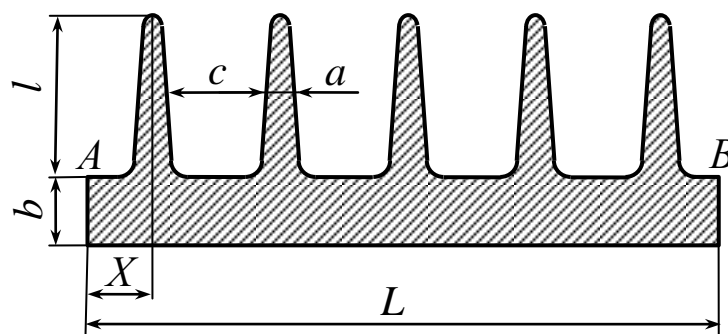


Рис. 1.3

Имеются технические ограничения на толщину стенки, толщину ребер и расстояние между ребрами. Накладываются ограничения на эффективность теплоотдачи по соотношению толщины стенки и ребер, а также на соотношение толщины ребра к его высоте. Кроме того, вводится дополнительное ограничение, определяющее целое количество ребер по длине стенки.

Во многих задачах имеется несколько целей, которые хочется достичь, принимая решение (ЛПР). Такие задачи сводятся к многокритериальным задачам вида:

$$\begin{aligned}
 W_1 &= f_1(X) \rightarrow \underset{X}{extr}; \\
 &\dots\dots\dots \\
 W_k &= f_k(X) \rightarrow \underset{X}{extr}; \\
 \varphi(X) &\leq 0; \quad X \geq 0,
 \end{aligned}$$

где $X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – вектор решений.

Наибольшее распространение на практике решения таких задач получил подход, связанный с работами итальянского математика-экономиста В. Парето. Он обеспечивает ЛПР возможность гибкого принятия решений. При оптимизации по Парето строится множество «неулучшаемых» решений, изменение каждого из которых ухудшает значение целевых функций $f_1(X), f_2(X), \dots, f_k(X)$.

Рассмотрим наиболее распространенную на практике двухкритериальную задачу оптимизации вида :

$$W_1 = f_1(x_1, x_2) \rightarrow \max; \tag{1.1}$$

$$W_2 = f_2(x_1, x_2) \rightarrow \max;$$

$$\varphi(x_1, x_2) \leq 0; \tag{1.2}$$

$$x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0.$$

Условия (1.2) определяют множество допустимых решений и образуют на плоскости x_1Ox_2 некоторую область, каждой точке C которой соответствует точка C^* в пространстве значений критериев W_1OW_2 (рис. 1.4). Ее координаты $W_1^{C^*}; W_2^{C^*}$ вычисляются по формулам (1.1) при $x_1 = x_1^C; x_2 = x_2^C$:

$$W_1^{C^*} = f_1(x_1^C, x_2^C); \quad W_2^{C^*} = f_2(x_1^C, x_2^C).$$

Рассмотрим в множестве значений критериев четыре точки A^*, B^*, D^* и C^* (см. рис. 1.4). Точка A^* является оптимальной для критерия $W_2 = f(x_1, x_2)$, так как в этой точке кри-

терий W_2 имеет максимальное значение. Аналогично точка B^* является оптимальной для критерия $W_1 = f(x_1, x_2)$.

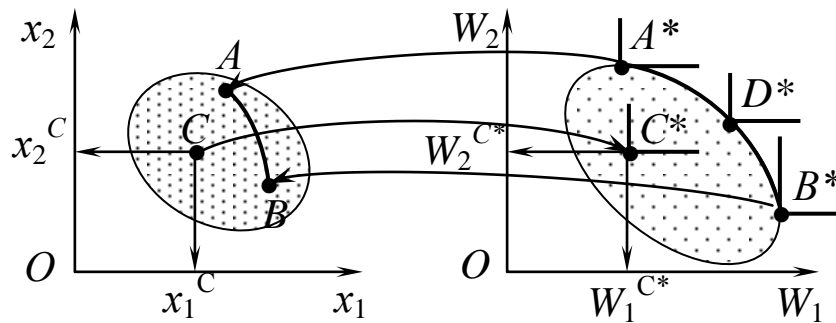


Рис. 1.4

Точка C^* является «заведомо плохой» точкой, она не является оптимальной ни для одного критерия, так как в области значений критериев можно найти «более лучшую» точку D^* такую, что $W_1^{D^*} > W_1^{C^*}$; $W_2^{D^*} > W_2^{C^*}$. Для точек A^* , B^* , D^* более «лучших» точек в пространстве значений критериев не существует. Такие точки составляют множество решений, оптимальных по Парето в пространстве значений критериев. В нашем случае это точки кривой $A^*D^*B^*$. Для выделения «лучших» (неулучшаемых) точек используется понятие конуса K_i с вершиной в точке (W_1^i, W_2^i) (рис. 1.5). Уравнения этого конуса имеют вид: $W_1 \geq W_1^i$; $W_2 \geq W_2^i$.

Если в конусе K_i лежит хотя бы одна точка (W_1^j, W_2^j) , то она является более предпочтительной, чем точка (W_1^i, W_2^i) (см. рис. 1.5).

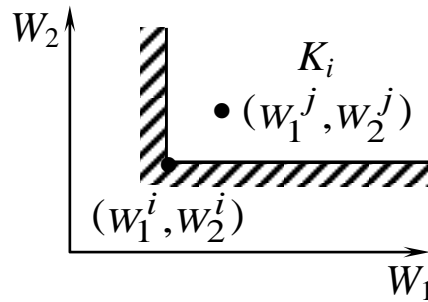


Рис. 1.5

Тогда все точки множества значений критериев, для которых соответствующие конусы – пустые, являются парето-оптимальными решениями в пространстве значений критериев.

Для нашего примера конусы, построенные во всех точках кривой $A^*D^*B^*$ (см. рис. 1.4), являются пустыми. Строя обратное отображение этих точек в пространство решений X , можно получить множество искомым решений (кривая AB на рис 1.4), оптимальных по Парето. Такое множество называется множеством компромиссов, множеством эффективных точек или множеством Парето. Построив множество компромиссов, ЛПР выбирает в нем из неформальных соображений некоторую точку, которая является наилучшим компромиссом, по мнению ЛПР.

Согласно В. Парето для построения такого множества формируется линейная свертка критериев:

$$F(x_1, x_2, \lambda) = \lambda f_1(x_1, x_2) + (1 - \lambda) f_2(x_1, x_2) \rightarrow \max, \quad (1.3)$$

где λ – параметр свертки, принимающий значения от 0 до 1.

Для каждого значения λ решается однокритериальная задача (1.3). В результате получается множество парето-оптимальных решений, из которых лицо, принимающее решение, из субъективных соображений выбирает наиболее приемлемое.

Решим задачу двухкритериальной оптимизации геометрических параметров корпуса редуктора рассмотренным выше методом. Задача формулируется следующим образом:

Требуется определить оптимальные размеры ребер и расстояния между ними с целью максимальной теплоотдачи и минимального веса (см. рис. 1.3):

$$P(a,b,c) \rightarrow \max; \quad (1.4)$$

$$S(a,b,c) \rightarrow \min. \quad (1.5)$$

Максимальная теплоотдача обеспечивается максимальной площадью поверхности теплоотводящих ребер, что в свою очередь предусматривает максимальную длину периметра поперечного сечения P :

$$P = 2n(P_1 + P_2 + P_3 + P_4) \rightarrow \max, \quad (1.6)$$

где n – количество ребер, P_1, P_2, P_3, P_4 – длина каждой из линий полупрофиля ребра (рис. 1.6).

Минимум веса обеспечивается минимальным объемом корпуса, что обеспечивается минимумом площади поперечного сечения S :

$$S = 2n(S_1 + S_2 + S_3 + S_4) \rightarrow \min, \quad (1.7)$$

где n – количество ребер, S_1, S_2, S_3, S_4 – площади поперечных сечений под каждой из линии (см. рис. 1.6).

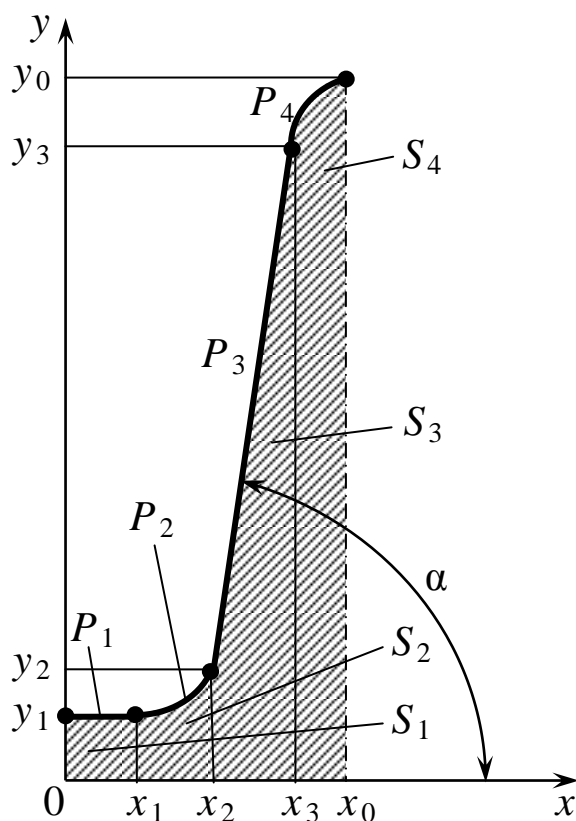


Рис. 1.6

Таким образом, задача оптимизации имеет два критерия (1.6) и (1.7), три варьируемые переменные a, b, c на которые наложены следующие ограничения

$$a > 1,5 \text{ мм}; \quad (1.8)$$

$$c \geq a; \quad (1.9)$$

$$b > 1,5a; \quad (1.10)$$

$$l = a^3; \quad (1.11)$$

$$n = \frac{L}{2X} \text{ (целое)}, \quad (1.12)$$

где X – ширина полупрофиля (см. рис. 1.3).

Обозначим координаты центра дуги P_2 через $(x_{O_1}; y_{O_1})$, дуги P_4 – через $(x_{O_2}; y_{O_2})$. Тогда расчет координат точек сопряжения линий осуществляется по следующим формулам:

$$x_1 = \frac{c}{2} - \frac{l}{2 \operatorname{tg} \alpha} - r_1 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}; \quad y_1 = b.$$

$$x_2 = r_1 \sin \alpha + x_{O_1}; \quad y_2 = y_{O_1} - (x_2 - x_{O_1}) \operatorname{ctg} \alpha.$$

Здесь координаты центра дуги сопряжения:

$$x_{O_1} = x_1; \quad y_{O_1} = b + r_1;$$

r_1 – радиус дуги сопряжения P_2 .

Радиус и координаты центра дуги P_4 при вершине ребра:

$$r_2 = \frac{a \operatorname{tg} \alpha - l}{2 \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right)};$$

$$x_{O_2} = b + \frac{l + a}{2}; \quad y_{O_2} = b + l - r_2.$$

Количество ребер (целая часть от числа):

$$n = \frac{L}{2x_{O_2}}.$$

Третья точка является общей для прямой P_3 и дуги окружности P_4 . Для расчета ее координат необходимо решить систему уравнений, описывающих эти две линии. После несложных преобразований получаем:

$$x_3 = \frac{A_1}{A_2}; \quad y_3 = y_2 + (x_3 - x_2)\operatorname{tg}\alpha,$$

где $A_1 = x_{O_2} - (y_2 - x_2\operatorname{tg}\alpha - y_{O_2})\operatorname{tg}\alpha$; $A_2 = 1 + \operatorname{tg}^2\alpha$.

Зная координаты точек сопряжения, можно записать выражения для составляющих периметра P поперечного сечения корпуса редуктора:

$$P_1 = x_1; \quad P_2 = r_1\alpha; \quad P_3 = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}; \quad P_4 = r_2\alpha.$$

Запишем выражения для составляющих площади поперечного сечения стенки корпуса редуктора:

$$S_1 = \int_0^{x_1} b dx;$$

$$S_2 = \int_{x_1}^{x_2} \left[y_{O_1} - \sqrt{r_1^2 - (x_2 - x_{O_1})^2} \right] dx;$$

$$S_3 = \int_{x_2}^{x_4} \left[y_2 + (x_3 - x_2)\operatorname{tg}\alpha \right] dx;$$

$$S_4 = \int_{x_4}^{x_{O_2}} \left[y_{O_1} + \sqrt{r_2^2 - (x_4 - x_{O_2})^2} \right] dx;$$

Нетрудно убедиться, что составляющие P_i и S_i ($i = 1, \dots, 4$), а, следовательно, и их суммы P , S являются функциями геометрических параметров стенки корпуса редуктора – a , b , c .

Таким образом, имеем двухкритериальную задачу (1.4), (1.5) с ограничениями (1.8)-(1.12), наложенными на искомые параметры.

Линейная свертка (1.3) конкретизируется следующим образом:

$$F(a,b,c,\lambda) = \lambda P(a,b,c) - (1 - \lambda)S(a,b,c) \rightarrow \max. \quad (1.13)$$

Для значений λ из интервала от 0 до 1 находим максимум свертки (1.13). Полученное множество решений является паретооптимальным множеством, которое представляет собой множество компромиссных вариантов. Лицо, принимающее решение, выбирает наиболее подходящий к конкретной ситуации вариант.

Поставленная задача была решена в пакете MathCAD для следующих исходных данных:

Стенка 1: $L = 82,75$ мм; $\alpha = 87^\circ$; $r_1 = 1$ мм; $l = 5a$.

Стенка 2: $L = 75$ мм; $\alpha = 87^\circ$; $r_1 = 1$ мм; $l = 5a$.

Текст программы приведен в Приложении 1.

Результаты расчетов приведены в табл. 1.1.

На рис. 1.7 показано паретооптимальное множество в пространстве критериев для стенки длиной 82,75 мм (*а*) и для стенки длиной 75 мм (*б*).

Лицо, принимающее решение, из неформальных соображений может выбрать из полученного множества некоторую точку, которая является, по его мнению, наилучшим компромиссом.

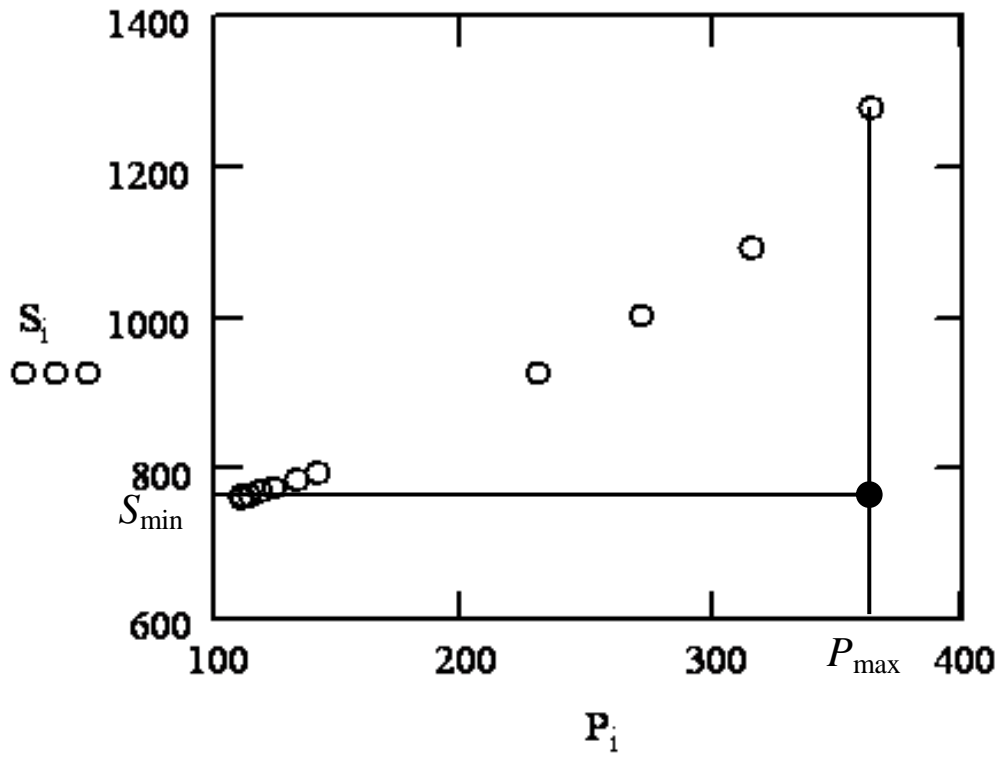
Воспользуемся для этого методом идеальной точки, ко-

торый заключается в том, что наилучшим компромиссом является точка, ближайшая к идеальной. Идеальной в данном случае является точка с координатами (P_{\max}, S_{\min}) , которая не принадлежит паретооптимальному множеству. Расстояние до нее определяется выражением:

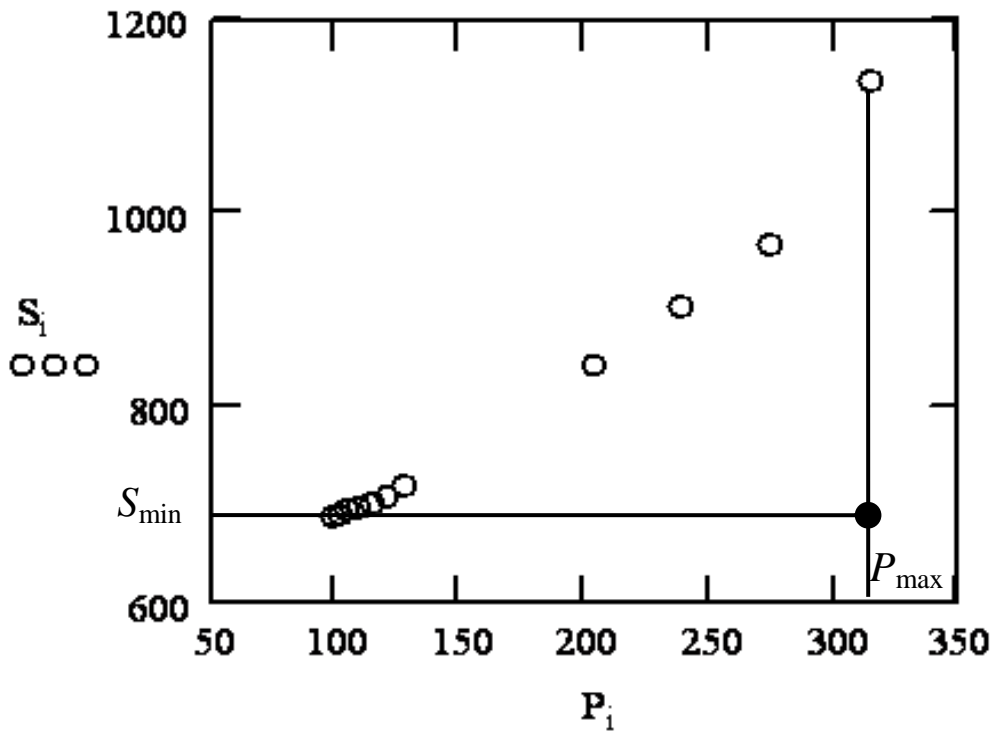
$$r_i = \sqrt{(P_i - P_{\max})^2 + (S_i - S_{\min})^2}.$$

Таблица 1.1

$L = 82,75$	λ	a	b	c	n	n целое	P	S
	0	1,53	8,02	11,27	6,47	6	110,85	762,36
	0,1	1,53	8,02	11,34	6,42	6	110,34	761,43
	0,2	1,57	8,02	11,39	6,40	6	114,01	764,96
	0,3	1,62	8,02	11,44	6,32	6	118,29	768,80
	0,4	1,69	8,01	11,53	6,25	6	124,18	774,03
	0,5	1,77	8,02	11,51	6,22	6	132,45	784,19
	0,6	1,86	8,02	11,63	6,10	6	141,35	794,48
	0,7	2,04	8,01	5,41	11,10	11	229,18	954,18
	0,8	2,21	8,01	5,55	10,65	10	269,83	1011,18
	0,9	2,39	8,01	5,74	10,16	10	314,94	1080,90
	1	2,57	9,40	5,98	9,66	9	361,64	1276,73
$L=75$	0	1,56	8,01	11,31	5,84	5	98,71	688,46
	0,1	1,54	8,02	11,41	5,78	5	100,97	690,68
	0,2	1,58	8,02	11,36	5,79	5	104,29	694,24
	0,3	1,63	8,02	11,45	5,73	5	108,03	697,65
	0,4	1,70	8,02	11,65	5,61	5	113,65	702,83
	0,5	1,77	8,02	11,76	5,53	5	119,31	708,85
	0,6	1,85	8,02	11,73	5,51	5	126,96	718,24
	0,7	2,04	8,02	5,77	9,58	9	202,62	854,82
	0,8	2,18	8,00	5,51	9,74	9	237,42	906,09
	0,9	2,34	8,00	5,71	9,30	9	272,71	958,96
	1	2,51	9,48	5,89	8,91	8	313,32	1137,60



a



б

Рис. 1.7

Расчет показал, что для обеих стенок ближайшей является точка, соответствующая $\lambda = 0,7$.

Таким образом, для стенки длиной $L = 82,75$ мм наилучшим вариантом из полученного множества компромиссов является: количество ребер $n = 11$ толщиной в средней части $a = 2,04$ мм, высотой $l = 8,49$ мм, с расстоянием между ребрами (в средней их части) $c = 5,41$ мм при толщине стенки $b = 8,01$ мм. Для стенки длиной $L = 75$ мм: $n = 9$; $a = 2,04$ мм; $l = 8,49$ мм; $c = 5,77$ мм; $b = 8,02$ мм.

Так как в червячных передачах происходят сравнительно большие потери передаваемой мощности на трение, то они работают с большим тепловыделением. Смазочные свойства масла при нагреве резко ухудшаются, и возникает опасность заедания передачи, в результате чего они выходят из строя. При установившемся режиме работы редуктора количество теплоты, выделяемое в нем, равно количеству теплоты, отводимой от него. Этот тепловой баланс устанавливается при некотором определенном перепаде температур между находящимся в редукторе маслом и воздухом, окружающим корпус. Тепловой режим работы редуктора удовлетворителен, если указанный перепад, (разность температур масла и воздуха) лежит в допустимых пределах.

Количество теплоты Q , выделяемое в секунду непрерывно работающим редуктором с к.п.д. η при передаваемой червяком мощности P_1 , определяется по формуле

$$Q = (1 - \eta)P_1. \quad (1.14)$$

Количество теплоты, отводимой через поверхность охлаждения корпуса редуктора,

$$Q_1 = k(t_M - t_B)A, \quad (1.15)$$

где k – коэффициент теплопередачи; t_M – температура масла; t_B – температура воздуха, окружающего редуктор; A – площадь поверхности охлаждения корпуса редуктора.

Так как $Q = Q_1$ и разность температур $\Delta t = t_M - t_B$ не должна превышать допустимого значения $[\Delta t]$, то из формул (1.14) и (1.15) следует:

$$\Delta t = t_M - t_B = P_1(1 - \eta)/(k A) \leq [\Delta t]. \quad (1.16)$$

В зависимости от циркуляции воздуха, окружающего редуктор, принимают $k = 10 \dots 17$ Вт/м \times м \times С.

При установлении допустимого перепада температур должно выполняться условие $t_M \leq 60 \dots 70^\circ\text{C}$ (в исключительных случаях до 90°C). При среднем значении $t_B = 20^\circ\text{C}$ $[\Delta t] = 40 \dots 50^\circ\text{C}$ и в виде исключения $[\Delta t] = 70^\circ\text{C}$.

Формула (1.16) служит для проверки редукторов на нагрев; по ней можно определить значение допустимой по условию работы без перегрева мощности P_1 или площади A

поверхности охлаждения редуктора. Если при тепловом расчете редуктора по формуле (1.16) окажется, что площадь теплоотводящей поверхности редуктора недостаточна, корпус редуктора делают ребристым. При расчетах учитывают только 50% поверхности ребер.

Если окажется, что недостающая площадь теплоотводящей поверхности корпуса редуктора велика, то предусматривают искусственное охлаждение либо обдувом воздуха с помощью установленного на валу червяка вентилятора, либо установкой в корпусе редуктора змеевика из труб, через который пропускается холодная вода, либо применением циркуляционной системы смазки с холодильниками. При применении змеевика или циркуляционной смазки формулой (1.16) пользоваться нельзя.

При обдуве редуктора воздухом с помощью вентилятора коэффициент теплопередачи повышается до $k = 18 \dots 35 \text{ Вт}/(\text{м} \times \text{м} \times \text{С})$ и выше. При повторно-кратковременной работе редуктора (при отсутствии змеевика или циркуляционной смазки) производится проверка на нагрев:

$$\Delta t = t_{\text{м}} - t_{\text{т}} = P_1(1 - \eta) \sum t / (60 k A) \leq [\Delta t],$$

где $\sum t$ – сумма рабочих периодов в течение 1 ч.

Создан параметрический чертеж редуктора в SolidWorks 2010 для дальнейшего исследования в SolidWorks Simulation

2010 распределения температуры и теплового потока, обусловленного проводимостью, конвекцией и излучением.

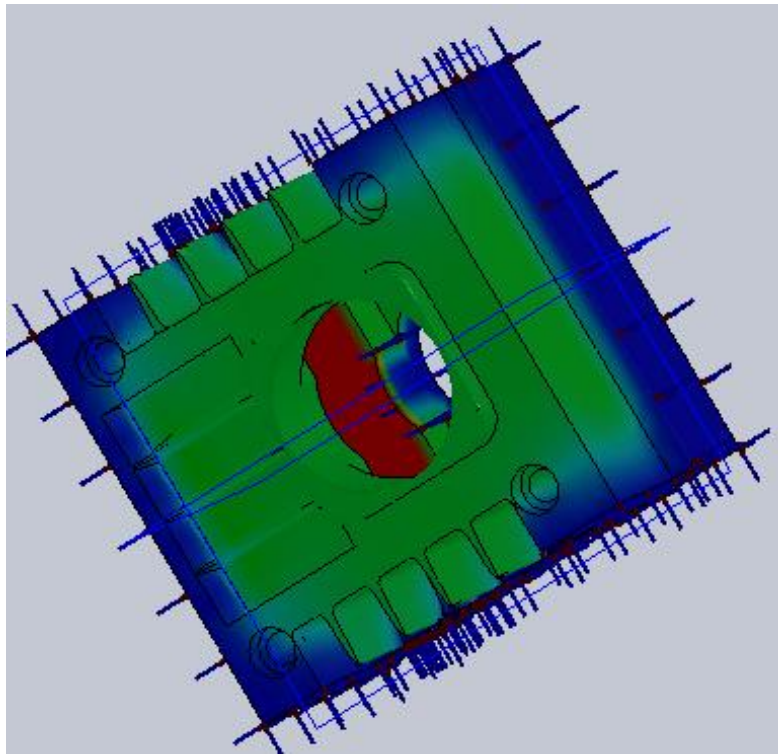
Длительность непрерывной работы редуктора – до 6 ч.

Температура окружающей среды – 25°C.

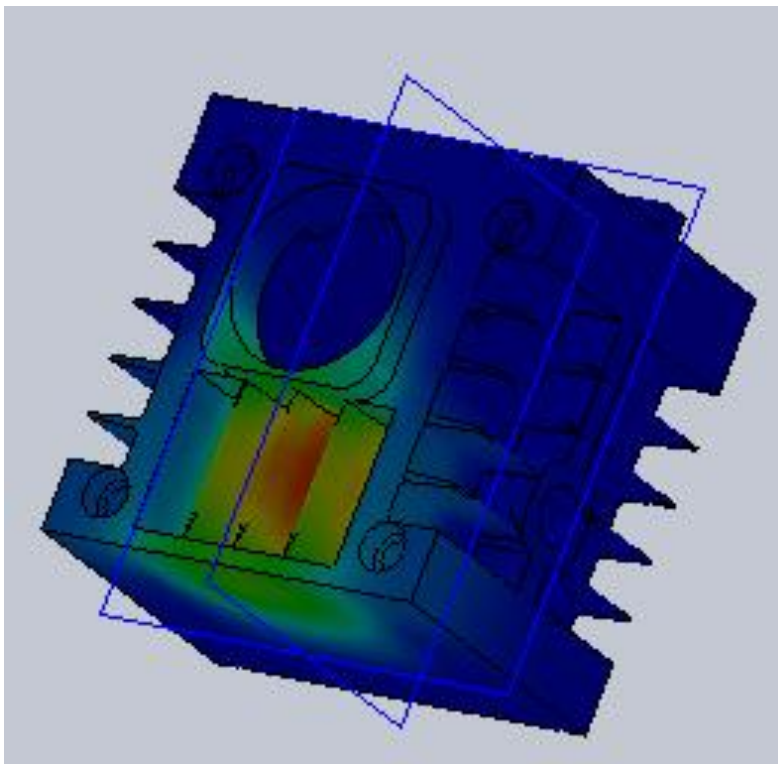
Максимальная температура антифрикционной редукторной смазки – 120°C.

При длительной работе предыдущей конструкции редуктора при термической проверке установлено, что температура редукторной смазки возрастает до 160°C (рис. 1.8.а). При этом возникает опасность заедания в зацеплении. Для устранения этого явления необходимо снизить нагрузку или остановить работу червячного редуктора.

После оптимизации конструкции теплоотводящих ребер термический расчет при тех же условиях показал, что данной проблемы нет (рис. 1.8.б).



a



б

Рис. 1.8

Глава 2. ОПТИМИЗАЦИЯ МНОГОИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ КОРПУСНЫХ ДЕТАЛЕЙ ФРЕЗЕРОВАНИЕМ

В условиях рыночной экономики эффективно работают только конкурентоспособные и наукоемкие производства. Известно, что в процессе механической обработки образуется зависимость основных технико-экономических параметров (трудоемкости, себестоимости, прибыли) от структуры и параметров процессов. Поэтому применение методов кибернетики является радикальным средством повышения эффективности экстремальных технологий.

2.1. Краткая характеристика групповой технологии обработки деталей

В основе метода групповой обработки лежит классификация объектов производства и унификация конструкции деталей и их элементов в рамках технологических возможностей станков с ЧПУ [2]. Имеющиеся общемашиностроительные и

отраслевые классификаторы состоят из двух самостоятельных частей конструкторского и технологического классификаторов, построенных по разным принципам. Конструкторские классификаторы построены по иерархическому принципу, основной характеристикой которого является использование только одного признака на каждом из этапов разбивки исходного множества классифицируемых объектов. Технологические классификаторы построены по принципу многоаспектной классификации, основной характеристикой которой является использование на каждом этапе разбиения одновременно нескольких независимых признаков.

Подобие деталей и сборочных единиц определяется совокупностью конструктивных и технологических признаков, причем исходными являются конструктивные признаки, которые продиктованы необходимостью общей информации, требуемой для решения конструкторских и технологических задач.

Группой называется совокупность деталей, характеризующаяся при обработке общностью оборудования, оснастки, а также наладки всего технологического процесса или отдельных операций [2].

Классификация и группирование деталей для групповой обработки производится по следующим признакам:

- конструктивно-технологического подобия;

- соответствия габаритов деталей размерам рабочей зоны станков;
- общности маршрутной технологии (сходству циклов обработки);
- подобия методов базирования;
- идентичности материалов.

Построение групповых технологических процессов рекомендуется начинать с разработки деталиеопераций. Деталеоперацией называется план переходов при обработке конкретной детали из номенклатуры деталей группы [2]. Наиболее часто встречаются три случая:

1. Групповой обработкой охвачена одна операция.
2. Детали группы имеют общий групповой многооперационный техпроцесс, выполняемый на разнотипном оборудовании.
3. На одной или нескольких операциях объединяются детали нескольких групп, каждая из которых охватывает весь технологический маршрут обработки на разнотипном оборудовании.

Уточнение полученной группы выполняется на основе анализа разработанной технологии механической обработки деталей группы. Одним из критериев оптимальности полученного варианта группирования является обеспечение коэффициента загрузки оборудования в пределах 0,85-0,95.

При построении групповых технологических процессов за основу берется комплексная деталь.

Под комплексной деталью понимается реальная или условная деталь, содержащая в своей конструкции все основные элементы, характерные для деталей группы, и являющаяся ее конструкторско-технологическим представителем [2].

Для комплексной детали разрабатывается маршрутная технология, групповые операции и групповая оснастка.

Под групповой оснасткой понимается совокупность приспособлений и инструментов, обеспечивающая обработку всех деталей данной группы с применением минимального количества подналадок.

После того как проведена классификация деталей, образованы группы и разработана комплексная деталь, приступают к разработке плана группового технологического процесса. Под групповым технологическим процессом понимают совокупность групповых технологических операций, обеспечивающих обработку различных деталей группы по единому технологическому маршруту [2].

Разработка группового технологического маршрута для комплексной детали осуществляется в той же последовательности, как и разработка технологического маршрута индивидуального технологического процесса:

- изучение и анализ чертежа комплексной детали;
- выбор вида, способа получения и формы заготовки;
- выбор метода окончательной обработки и числа промежуточных ступеней обработки для каждой основной поверхности;
- установление последовательности обработки основных поверхностей, предварительный выбор исходных, установочных и измерительных баз;
- разделение технологического процесса на этапы и формирование плана операций.

Разработаем упрощенный план группового технологического процесса и проведем оптимизацию для него [3, 4].

1) Классификация деталей.

Из всего многообразия конструкций в производстве выберем самые распространенные изделия – детали типа корпус.

2) Образование группы.

Для упрощения задач образуем одну группу деталей и разработаем для нее деталиеоперации.

3) Разработка комплексной детали.

На рис. 2.1 показаны детали группы (а, б) и комплексная деталь (в).

Конструирование комплексной детали осуществляется методом наложения, который заключается в следующем. Просматривая чертежи деталей группы, технолог из ряда по-

добных деталей выбирают одну, наиболее характерную. Затем рассматриваются детали, отличающиеся от первой наличием других обрабатываемых поверхностей. Таким образом, komponуется условная комплексная деталь, содержащая все элементы деталей группы. На рис. 2.1.в приведена комплексная деталь, содержащая ряд элементарных поверхностей 1-6. На рис. 2.1.а,б показаны детали группы, содержащие такие же геометрические элементы, но различной комбинации.

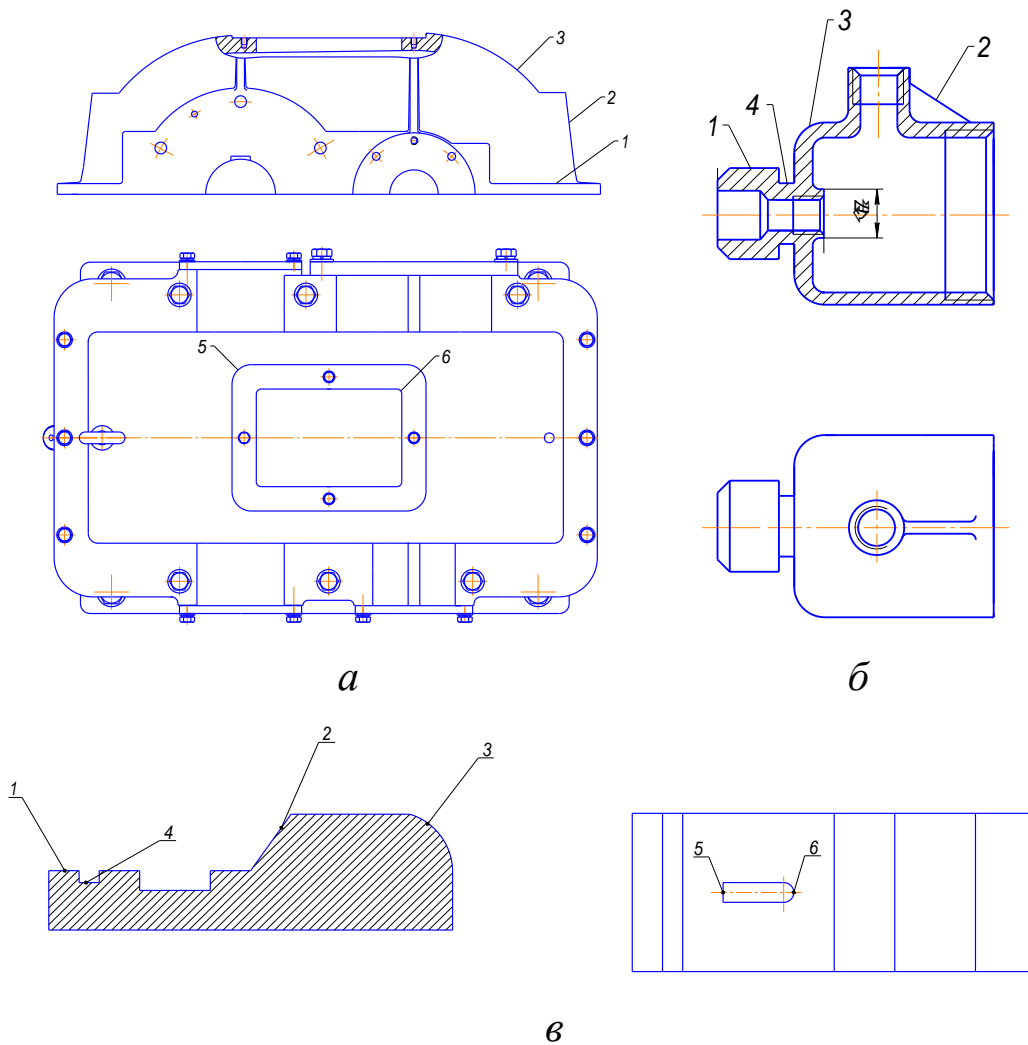


Рис. 2.1

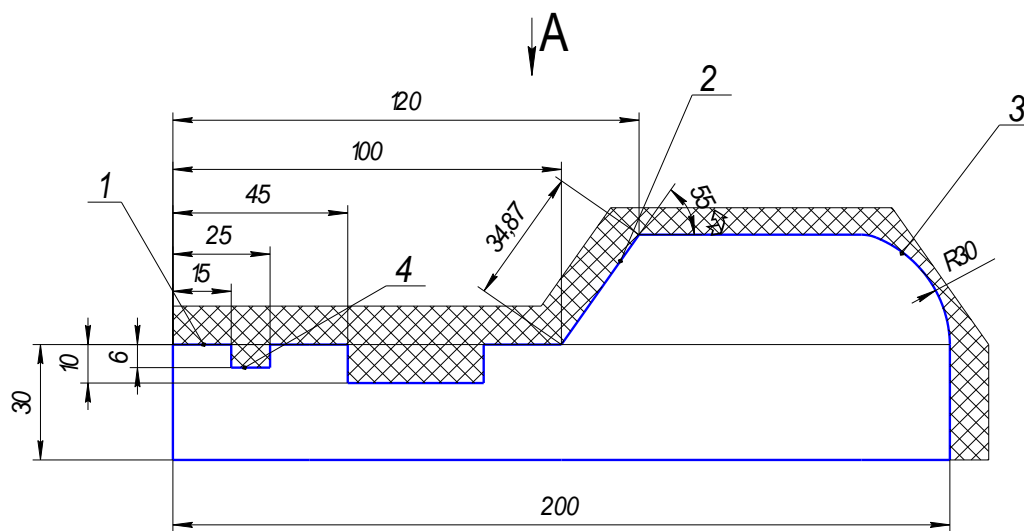
4) Разработка технологического процесса.

- Выбор заготовки. Для нашей комплексной детали выберем заготовку, полученную литьем в песчаной смеси.
- Выбор группового станка. Наш станок должен иметь возможность обрабатывать сложные фасонные поверхности и вести обработку на высоких частотах (до 10000 об/мин).
- Выбор групповой оснастки. При выборе инструментов и приспособления для групповых технологий можно использовать методики проектирования операционной технологии индивидуальных технологических процессов с учетом специфики разработки групповых операций для гибких автоматизированных производств. Для нашей группы выберем универсальные приспособления. Выбор инструментов проведем по следующему принципу:

Сначала для каждой поверхности подберем специальный инструмент (в порядке сравнения возьмем инструмент твердосплавный и из быстрорежущего сплава).

Затем подберем универсальные инструменты, которые обрабатывают как можно больше поверхностей.

В данной главе приводится методика и пример поиска набора инструментов, обеспечивающего минимум себестоимости, трудоемкости и суммарной стоимости инструментов при фрезерной обработке комплексной детали (рис. 2.2).



Вид А

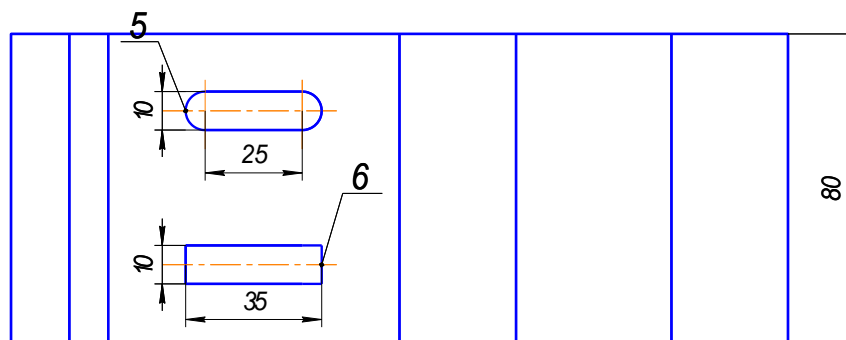


Рис. 2.2

2.2. Математические модели оптимального выбора номенклатуры инструментов

Поставленная в п. 2.1 задача может быть сведена к задаче о минимальном покрытии графов [5].

Граф G задается множеством точек или вершин x_1, x_2, \dots, x_n (которое обозначается через X) и множеством линий или ребер a_1, a_2, \dots, a_m (которое обозначается символом A), соединяющих между собой все или часть этих точек. Таким образом, граф G полностью задается (и обозначается) парой (X, A) .

Если ребра из множества A ориентированы, что обычно показывается стрелкой, то они называются дугами, и граф с такими ребрами называется ориентированным графом (рис. 2.3.а). Если ребра не имеют ориентации, то граф называется неориентированным (рис. 2.3.б). В случае когда $G = (X, A)$ является ориентированным графом, и мы хотим пренебречь направленностью дуг из множества A , то неориентированный граф, соответствующий G , будем обозначать как $\bar{G} = (X, \bar{A})$.

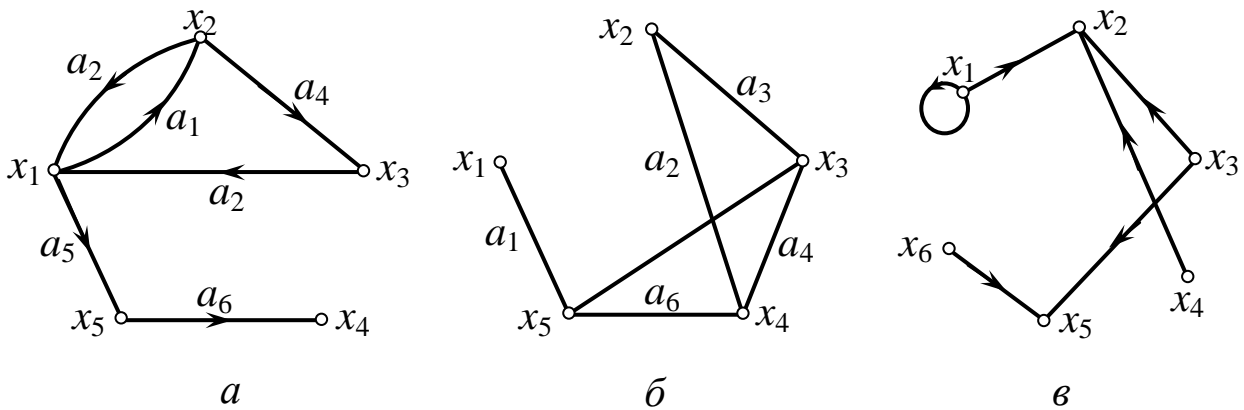


Рис. 2.3

Пусть дан граф $G = (X, A)$. Остовным подграфом G_p графа G называется граф (X, A_p) , для которого $A_p \subset A$. Таким образом, остовный подграф имеет то же самое множество вершин, что и граф G , но множество дуг подграфа G_p является подмножеством множества дуг исходного графа (рис 2.3.в).

Паросочетанием общего неориентированного графа $G = (X, A)$ называется подмножество E ребер G , выбранное так, что каждая вершина инцидентна по крайней мере одному

ребру из E . Такое множество называется покрытием. Весом покрытия E графа G называется $\sum_{a_j \in E} c_j$.

Задача о минимальном покрытии формулируется следующим образом: Найти покрытие E^* минимального веса для графа G . В этом случае E^* является минимальным покрытием графа G .

Формализуем поставленную задачу:

$$z = \sum_{j=1}^m c_j \xi_j \rightarrow \min;$$

где

$$\sum_{j=1}^m b_{ij} \xi_j \geq 1, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad (2.1)$$

$$\xi_j = \begin{cases} 0, & \text{если ребро } a_j \text{ не входит в покрытие;} \\ 1, & \text{если ребро } a_j \text{ входит в покрытие.} \end{cases}$$

Выражения (2.1) представляют собой задачу линейного программирования.

Наиболее эффективными методами решения задачи о минимальном покрытии являются симплексный метод и метод Гомори.

Симплексный метод решения задач линейного программирования основан на идее последовательного улучшения решения задачи, исходя из опорного плана (первоначального решения), найденного каким угодно способом.

Суть метода Гомори решения задач целочисленного программирования состоит в том, что сначала задача решается как задача линейного программирования без учета условия целочисленности переменных. Если полученное решение задачи линейного программирования является целочисленным, задача целочисленного программирования также решена и найденное решение является оптимальным и для неё. Если же в найденном решении задачи линейного программирования одна или большее число переменных – не целые, то для отыскания целочисленного решения задачи добавляется новое линейное ограничение. При продолжении решения дополненной задачи симплексным методом с учетом этого ограничения получаем целочисленный план.

Для решения поставленной задачи введем переменные x_1, x_2, \dots, x_n , описывающие выбор конкретных инструментов. Эти переменные должны удовлетворять условиям:

$$x_j \in \{0;1\}, j = 1, \dots, n. \quad (2.2)$$

При этом

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{если выбран } j\text{-й инструмент,} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Общее число выбранных инструментов с учетом условий (2.2) вычисляется по формуле

$$N = \sum_{j=1}^n x_j \rightarrow \min . \quad (2.3)$$

Условия того, что каждая поверхность будет изготовлена с помощью хотя бы одного из отобранных инструментов, представляются неравенствами вида:

$$\sum_{j=1}^n b_{ij} x_j \geq 1, \quad i = 1, \dots, m. \quad (2.4)$$

Целевые функции представляют собой суммарную стоимость инструментов и себестоимость обработки детали:

$$E = \sum_{j=1}^n e_j x_j \rightarrow \min, \quad (2.5)$$

$$C = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min, \quad (2.6)$$

где e_j – стоимость j -го инструмента, c_j – максимальная себестоимость обработки j -м инструментом.

Задача (2.3), (2.5), (2.6), (2.4), (2.2) может иметь неединственное решение. Для ликвидации этого недостатка разделим задачу на две части и решим каждую отдельно и из них выберем лучшее решение. Задачи (2.6), (2.4), (2.2) и (2.5), (2.4), (2.2) имеют единственное решение, а при замене условий (2.2) на ограничения вида

$$0 \leq x_j \leq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

может быть решена любым численным методом решения задач линейного программирования.

Подберем для комплексной детали инструменты и найдем стоимость каждого. Данные приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

№	Инструмент	Материал	Z	Размеры, мм	T, мин	Цена ¹ , руб
1	Торцевая фреза насадная со вставными ножами	ВК8	10	100x32	120	1700,00
2	Торцевая насадная фреза со вставными ножами	P6M5	10	100x40x32	60	578,20
3	Концевая фреза	ВК8	4	10x18x65	120	879,10
4	Концевая фреза	P6M5	4	10x20x60	60	68,44
5	Дисковая пазовая фреза затылованная	P6M5	14	80x10x27	60	558,14
6	Дисковая трехсторонняя фреза	ВК8	12	100x10x32	120	1248,44
7	Цилиндрическая насадная фреза	P9	22	100x27x27	90	838,98
8	Двухугловая несимметричная фреза	P9	20	80x20x27 55° (40°+15°)	120	450,76
9	Шпоночная фреза	P6M5		10,0x18x60	80	81,42
10	Фреза отрезная и прорезная	P9	72	75 x 5,0 x 22	60	179,13
11	CoroMill Plura	Кермет	3	5x16x51	15	2301,83
12	CoroMill 327	Кермет	3	6x50	15	7137,50
13	CoroMill 300	Кермет	2	10x30	15	3972,70
14	CoroMill 390	Кермет	6	50x40	15	10402,12
15	CoroMill 490	Кермет	4	50x50	15	9694,38

где Z – количество режущих кромок; T – стойкость инструментов.

¹ Цены взяты с сайтов <http://www.inpo.ru> и <http://www.dgisupply.com>.

Матрица смежности B , показывающая возможности инструментов, представлена в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Поверхность	Инструмент														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	+	+	+	+	-	+	+	-	-	-	-	-	+	+	+
2	+	+	+	+	-	-	+	+	-	-	-	-	+	+	+
3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	-	+	+	+
4	-	-	+	+	+	+	-	-	+	+	+	+	+	-	-
5	-	-	+	+	-	-	-	-	+	-	+	+	+	-	-
6	-	-	-	-	+	+	-	-	-	+	+	+	-	-	-

Ограничения (2.2) при $n = 15$ примут вид:

$$x_j \in \{0;1\}, j = 1, \dots, 15. \quad (2.7)$$

С учетом данных табл. 2.2 условия (2.4) записываются как:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6 + x_7 + x_{13} + x_{14} + x_{15} &\leq 1; \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_7 + x_8 + x_{13} + x_{14} + x_{15} &\leq 1; \\ x_{11} + x_{13} + x_{14} + x_{15} &\leq 1; \\ x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} &\leq 1; \\ x_3 + x_4 + x_9 + x_{11} + x_{12} + x_{13} &\leq 1; \\ x_5 + x_6 + x_{10} + x_{11} + x_{12} &\leq 1; \end{aligned} \quad (2.8)$$

Тогда критерий оптимальности (2.3) запишем следующим образом:

$$N = \sum_{j=1}^{15} x_j \rightarrow \min. \quad (2.9)$$

Для решения многокритериальных задач используют два подхода [6, 7]:

1. Сведение многокритериальных задач к однокритериальным путем «свертки» критериев (в данном случае можно получить единственное оптимальное решение).

2. Построение множества эффективных решений (оптимальных по Парето).

При оптимизации по Парето строится множество «неулучшаемых» решений, изменение каждого из которых ухудшает значение целевых функций. Это множество выдается технологу для выбора им компромиссного варианта.

Для построения оптимальных по Парето решений задачи (2.5), (2.9) сформируем линейную свертку этих критериев:

$$L(x) = \alpha N + (1 - \alpha)E, \quad (2.10)$$

где α – параметр свертки ($0 \leq \alpha \leq 1$).

Подставляя в это выражение правые части целевых функций (2.5) и (2.9), после несложных преобразований получаем:

$$L(x) = \sum_{j=1}^m \bar{e}_j(\alpha) x_j \rightarrow \min_x, \quad (2.11)$$

где
$$\bar{e}_j(\alpha) = c_j + \alpha(1 - c_j), \quad j = 1, \dots, m. \quad (2.12)$$

Аналогично получаем свертку для критериев (2.6), (2.9):

$$L(x) = \sum_{j=1}^m \bar{c}_j(\alpha) x_j \rightarrow \min_x, \quad (2.13)$$

где
$$\bar{c}_j(\alpha) = c_j + \alpha(1 - c_j), j = 1, \dots, m. \quad (2.14)$$

Математические модели трудоемкости и себестоимости обработки имеют следующий вид [8]:

$$\tau = \tau_{\text{в}} + \tau_{\text{о}} + \tau_{\text{и}}, \quad (2.15)$$

где $\tau_{\text{в}}$ – вспомогательное время; $\tau_{\text{о}} = \frac{L}{Sn} i$ – основное время;

$\tau_{\text{и}} = \tau_1 \frac{\tau_{\text{о}}}{T}$ – инструментальное время; τ_1 – время на замену одного инструмента; T – стойкость инструмента.

$$C = C_{\tau_{\text{в}}} + C_{\tau_{\text{о}}} + C_{\text{и}}, \quad (2.16)$$

где $C_{\tau_{\text{в}}} = C_1 \tau_{\text{в}}$ – стоимость вспомогательного времени;

$C_{\tau_{\text{о}}} = C_1 \tau_{\text{о}}$ – стоимость основного времени; $C_{\text{и}} = K_{\text{и}} \frac{\tau_{\text{о}}}{T}$ –

стоимость инструментальных затрат; $K_{\text{и}}$ – постоянные затраты на инструмент.

Методика принятия решений при выборе оптимальной номенклатуры инструментов представляется следующим алгоритмом:

1. Используя [9], [10], назначаются режимы резания для всех инструментов из табл. 2.1.

2. Полученные режимы подставляются в формулы (2.15)-(2.16), находятся значения трудоемкости и себестоимости каждого инструмента для каждой поверхности.

3. Значения цены инструментов, взятых из табл. 2.1, подставляются в формулу (2.12). Изменяя значения α от 0 до 1 с шагом 0,1, решается задача (2.11) методом Гомори. Из полученных паретооптимальных решений выбирается лучшее.

4. Из полученных значений себестоимости выбирается для каждого инструмента максимальная и подставляется в формулу (2.14). Изменяя значения α от 0 до 1 с шагом 0,1, решается задача (2.13) методом Гомори. Из полученных паретооптимальных решений выбирается лучшее.

5. Полученные лучшие решения сравниваются по критерию трудоемкости.

2.3. Решение задачи выбора оптимальной номенклатуры инструментов

В табл. 2.3-2.8 приведены режимы операций фрезерования каждой поверхности (см. рис. 2.2). Режимы фрезерования взяты из справочников [9], [10] и с сайта <http://www.coromant.sandvik.com>.

Здесь t – глубина резания для прохода; S_T – табличное значение подачи; K_S – поправочный коэффициент для подачи; S – подача; V_T – табличное значение скорости резания; K_V – поправочный коэффициент для скорости резания; V – скорость резания; n – частота; i – число проходов.

Таблица 2.3. Поверхность 1.

Инструмент	Режимы резания								
	t , мм	S_T , мм/об	K_s	S , мм/об	V_T , мм/мин	K_v	V , мм/мин	n , об/мин	i
1	10	0,14	0,39	0,055	186	1,064	198	630	2
2	10	0,14	0,5	0,07	186	1,33	248	789	2
3	3,5	0,05	0,6	0,0298	69	2,38	164	5220	27
4	3,5	0,07	0,5	0,035	69	1,19	82,3	2610	27
6	10	0,12	0,425	0,051	43	1,232	53	211	9
7	10	0,12	0,5	0,06	52	1,162	60,4	192	1
13	0,7	-	-	0,14	-	-	290	9231	150
14	10	-	-	0,05	-	-	295	1878	2
15	5	-	-	0,1	-	-	280	1783	4

Таблица 2.4. Поверхность 2.

Инструмент	Режимы резания								
	t , мм	S_T , мм/об	K_s	S , мм/об	V_T , мм/мин	K_v	V , мм/мин	n , об/мин	i
1	5	0,14	0,24	0,034	186	1,37	255	811	2
2	5	0,14	0,29	0,04	186	1,6	297	945	2
3	3,5	0,1	0,242	0,0242	69	2,39	164,7	5242	27
4	3,5	0,1	0,285	0,0285	69	1,19	82,3	2621	27
7	5	0,16	0,285	0,0456	57	1,32	75,24	239	2
8	10	-	-	0,04	-	-	30	120	2
13	0,7	-	-	0,14	-	-	290	9231	150
14	5	-	-	0,05	-	-	295	1878	2
15	5	-	-	0,1	-	-	280	1783	4

Таблица 2.5. Поверхность 3.

Инструмент	Режимы резания								
	t , мм	S_T , мм/об	K_s	S , мм/об	V_T , мм/мин	K_v	V , мм/мин	n , об/мин	i
11	2	-	-	0,032	-	-	213	13552	100
12	1	-	-	0,1	-	-	310	9868	80
13	0,7	-	-	0,14	-	-	310	9868	115
14	10	-	-	0,05	-	-	310	2005	8
15	5,5	-	-	0,1	-	-	315	2507	15

Таблица 2.6. Поверхность 4.

Инструмент	Режимы резания								
	t , мм	S_T , мм/об	K_s	S , мм/об	V_T , мм/мин	K_v	V , мм/мин	n , об/мин	i
3	3,5	0,1	0,281	0,0281	69	1,7	117	3724	3
4	3,5	0,1	0,33	0,033	69	0,84	58	1862	3
5	10	0,12	0,33	0,04	49	0,77	37,73	150	1
6	10	0,12	0,28	0,034	49	1,92	94,32	300	1
9	0,3	-	-	0,16	-	-	10,4	331	34
10	5	0,15	0,33	0,05	49	1,24	61	255	2
11	2	-	-	0,032	-	-	213	13552	25
12	1	-	-	0,51	-	-	310	5650	40
13	0,7	-	-	0,14	-	-	290	9231	15

Таблица 2.7. Поверхность 5.

Инструмент	Режимы резания								
	t , мм	S_T , мм/об	K_s	S , мм/об	V_T , мм/мин	K_v	V , мм/мин	n , об/мин	i
3	3,5	0,1	0,281	0,0281	69	1,7	117	3724	3
4	3,5	0,1	0,33	0,033	69	0,84	58	1862	3
9	0,3	-	-	0,16	-	-	10,4	331	34
11	2	-	-	0,032	-	-	213	13552	25
12	1	-	-	0,51	-	-	310	5650	40
13	0,7	-	-	0,14	-	-	290	9231	15

Таблица 2.8. Поверхность 6.

Инструмент	Режимы резания								
	t , мм	S_T , мм/об	K_s	S , мм/об	V_T , мм/мин	K_v	V , мм/мин	n , об/мин	i
5	10	0,12	0,33	0,04	49	0,77	37,73	150	1
6	10	0,12	0,28	0,034	49	1,92	94,32	300	1
10	2,5	0,15	0,33	0,05	49	1,24	61	255	4
11	2	-	-	0,031	-	-	213	13552	25
12	1	-	-	0,51	-	-	310	5650	40

Данные для решения задачи приведены в табл. 2.9.

Таблица 2.9.

Объект	Наименование	Размерность	Обозначение	Поверхность					
				1	2	3	4	5	6
Деталь	Материал	-		сталь 45					
	Длина обрабатываемой поверхности	мм	L	100	34,87	35,7	80	25	35
	Ширина обрабатываемой поверхности	мм	B	80	80	0,5	10	10	10
	Припуск на обработку	мм	t	10	10	5	6	10	10
Инструмент №1	Подача	мм/об	S	0,055	0,034	-	-	-	-
	Частота вращения	мин ⁻¹	n	630	811	-	-	-	-
	Количество проходов	-	i	2	2	-	-	-	-
	Стоимость нового инструмента	руб	C_H	1700					
	Количество переточек допускаемых инструментом	-	Z	10					
Инструмент №2	Подача	мм/об	S	0,07	0,04	-	-	-	-
	Частота вращения	мин ⁻¹	n	789	945	-	-	-	-
	Количество проходов	-	i	2	2	-	-	-	-
	Стоимость нового инструмента	руб	C_H	578,2					
	Количество переточек допускаемых инструментом	-	Z	10					

Инструмент №3	Подача	мм/об	S	0,0298	0,0242	-	0,0281	0,0281	-
	Частота вращения	мин ⁻¹	n	5220	5242	-	3724	3724	-
	Количество проходов	-	i	27	27	-	3	3	-
	Стоимость нового инструмента	руб	C_H	879,1					
	Количество переточек допускаемых инструментом	-	Z	12					
Инструмент №4	Подача	мм/об	S	0,035	0,0285	-	0,033	0,033	-
	Частота вращения	мин ⁻¹	n	2610	2621	-	1862	1862	-
	Количество проходов	-	i	27	27	-	3	3	-
	Стоимость нового инструмента	руб	C_H	68,44					
	Количество переточек допускаемых инструментом	-	Z	12					
Инструмент №5	Подача	мм/об	S	-	-	-	0,4	-	0,4
	Частота вращения	мин ⁻¹	n	-	-	-	150	-	150
	Количество проходов	-	i	-	-	-	2	-	2
	Стоимость нового инструмента	руб	C_H	558,14					
	Количество переточек допускаемых инструментом	-	Z	5					

Инструмент №6	Подача	мм/об	S	0,051	-	-	0,034	-	0,034
	Частота вращения	мин ⁻¹	n	211	-	-	300	-	300
	Количество проходов	-	i	9	-	-	1	-	1
	Стоимость нового инструмента	руб	C_n	1248,14					
	Количество переточек допускаемых инструментом	-	Z	8					
Инструмент №7	Подача	мм/об	S	0,065	0,0456	-	-	-	-
	Частота вращения	мин ⁻¹	n	192	240	-	-	-	-
	Количество проходов	-	i	1	2	-	-	-	-
	Стоимость нового инструмента	руб	C_n	838,98					
	Количество переточек допускаемых инструментом	-	Z	5					
Инструмент №8	Подача	мм/об	S	-	0,04	-	-	-	-
	Частота вращения	мин ⁻¹	n	-	120	-	-	-	-
	Количество проходов	-	i	-	2	-	-	-	-
	Стоимость нового инструмента	руб	C_n	450,76					
	Количество переточек допускаемых инструментом	-	Z	8					

Инструмент №9	Подача	мм/об	S	-	-	-	0,16	0,16	-
	Частота вращения	мин ⁻¹	n	-	-	-	331	331	-
	Количество проходов	-	i	-	-	-	34	34	-
	Стоимость нового инструмента	руб	C_H	81,42					
	Количество переточек допускаемых инструментом	-	Z	8					
Инструмент №10	Подача	мм/об	S	-	-	-	0,05	-	0,05
	Частота вращения	мин ⁻¹	n	-	-	-	255	-	255
	Количество проходов	-	i	-	-	-	2	-	4
	Стоимость нового инструмента	руб	C_H	179,13					
	Количество переточек допускаемых инструментом	-	Z	8					
Инструмент №11	Подача	мм/об	S	-	-	0,032	0,032	0,032	0,032
	Частота вращения	мин ⁻¹	n	-	-	13552	13552	13552	13552
	Количество проходов	-	i	-	-	100	25	25	25
	Стоимость нового инструмента	руб	C_H	2301,83					
	Количество переточек допускаемых инструментом	-	Z	1					

Инструмент №12	Подача	мм/об	S	-	-	0,1	0,51	0,51	0,51
	Частота вращения	мин ⁻¹	n	-	-	9868	5650	5650	5650
	Количество проходов	-	i	-	-	80	40	40	40
	Стоимость нового инструмента	руб	C_H	2525,5					
	Количество переточек допускаемых инструментом	-	Z	1					
Инструмент №13	Подача	мм/об	S	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	-
	Частота вращения	мин ⁻¹	n	9231	9231	9868	9231	9231	-
	Количество проходов	-	i	150	150	115	15	15	-
	Стоимость нового инструмента	руб	C_H	807,89					
	Количество переточек допускаемых инструментом	-	Z	1					
Инструмент №14	Подача	мм/об	S	0,05	0,05	0,05	-	-	-
	Частота вращения	мин ⁻¹	n	1878	1878	2005	-	-	-
	Количество проходов	-	i	2	2	8	-	-	-
	Стоимость нового инструмента	руб	C_H	3034,68					
	Количество переточек допускаемых инструментом	-	Z	1					
Инструмент №15	Подача	мм/об	S	0,1	0,1	0,1	-	-	-
	Частота вращения	мин ⁻¹	n	1783	1783	2507	-	-	-
	Количество проходов	-	i	4	4	15	-	-	-
	Стоимость нового инструмента	руб	C_H	2376,94					
	Количество переточек допус-	-	Z	1					

	каемых инстру- ментом			
Станок	Время на замену инструмента	мин	τ_1	3
	Вспомогательное время	мин	τ_B	2
	Стоимость стан- коминуты	руб	C_1	45
	Стоимость одной заточки	руб	C_3	135

Подставив значения из табл. 2.9 в формулы (2.15)-(2.16), получим значения трудоемкости τ и себестоимости C :

Таблица 2.10

Поверхность	Инструмент	τ	C
1	1	7,91	369,99
	2	5,80	272,33
	3	19,79	919,95
	4	33,04	1555,79
	6	87,73	4137,71
	7	10,28	486,8
	13	19,77	1130,96
	14	4,56	441,01
2	15	4,69	406,82
	1	4,58	212,28
	2	3,93	182,68
	3	9,61	444,74
	4	15,23	714,8
	7	8,58	405,59
	8	36,16	1678,61
	13	6,86	453,12
3	14	2,89	211,95
	15	2,94	200,32
	11	11,88	1233,64
	12	5,47	220,05
	13	5,54	356,29
	14	5,42	559,66
	15	4,57	392,68

4	3	4,35	199,48
	4	6,11	283,89
	5	29,93	1447,53
	6	10,0	467,48
	9	55,27	2580,29
	10	15,13	712,86
	11	7,71	751,45
	12	3,32	450,97
	13	3,12	173,38
5	3	2,74	124,42
	4	3,28	150,5
	9	25,3	1179,02
	11	4,42	190,3
	12	2,59	161,71
	13	2,35	116,0
6	5	14,18	682,0
	6	5,52	255,99
	10	13,55	638,11
	11	4,42	190,3
	12	2,59	161,71

В итоге целевые функции (2.5), (2.6) конкретизируются следующим образом:

$$\begin{aligned}
 E = & 1700x_1 + 578,2x_2 + 879,1x_3 + 68,44x_4 + 558,14x_5 + \\
 & + 1248,44x_6 + 838,98x_7 + 450,76x_8 + 81,42x_9 + \\
 & + 179,13x_{10} + 3972,7x_{11} + 7137,5x_{12} + 378,78x_{13} + \\
 & + 3972,7x_{14} + 9694,38x_{15} \rightarrow \min;
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

$$\begin{aligned}
 C = & 369,99x_1 + 272,33x_2 + 919,95x_3 + 1555,79x_4 + \\
 & + 1447,53x_5 + 4137,71x_6 + 486,8x_7 + 1678,61x_8 + \\
 & + 2580,29x_9 + 712,86x_{10} + 1233,64x_{11} + 450,97x_{12} + \\
 & + 1130,96x_{13} + 559,66x_{14} + 406,82x_{15} \rightarrow \min.
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Для нахождения оптимальных по Парето решений задачи (2.9) и (2.17) сформирована линейная свертка критериев

(2.11), которую минимизируем методом Гомори. Результаты решения представлены в табл. 2.11, из которой видно, что множество паретооптимальных решений составляют две точки A и B (рис. 2.4.а).

Аналогично решим задачу (2.9), (2.18) со сверткой (2.13). Результаты решения представлены в табл. 2.12, из которой видно, что множество паретооптимальных решений также составляют две точки. На рис. 2.4.б эти точки обозначены C и D .

Таблица 2.11

α	Паретооптимальные решения по стоимости инструмента																
	В пространстве решений															В пространстве критериев	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	N	E
0,0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	2370,27
0,1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	2370,27
0,2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	2370,27
0,3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	2370,27
0,4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	2370,27
0,5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	2370,27
0,6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	2370,27
0,7	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	2370,27
0,8	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	2370,27
0,9	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	2370,27
1,0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	4530,84

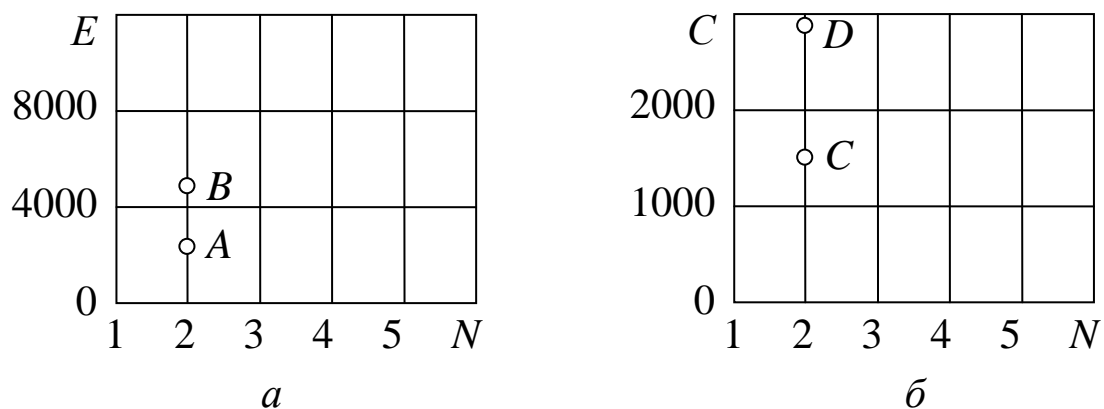


Рис. 2.4

Точка A при $\alpha = 0, \dots, 0,9$ имеет координаты в пространстве критериев $N = 2$ инструмента и $E = 2370,27$ руб. В пространстве решений в этой точке имеем, что для покрытия всех поверхностей необходимы инструменты 4-го и 11-го типов.

Таблица 2.12

α	Паретооптимальные решения по себестоимости обработки																
	В пространстве решений															В пространстве критериев	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	N	C
0,0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	1449,45
0,1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	1449,45
0,2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	1449,45
0,3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	1449,45
0,4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	1449,45
0,5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	1449,45
0,6	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	1449,45
0,7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	1449,45
0,8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	1449,45
0,9	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	1449,45
1,0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	2911,75

В точке B при $\alpha = 1$ $N = 2$ инструмента и $E = 4530,84$ руб. В пространстве решений в этой точке имеем, что для покрытия всех поверхностей необходимы инструменты 5-го и 13-го типов.

На наш взгляд, в полученном паретооптимальном множестве, состоящем из двух точек, следует выбрать компромиссную точку A , так как суммарная стоимость 4-го и 11-го инструментов ниже, чем стоимость 5-го и 13-го инструментов, соответствующих точке B .

Точка C при $\alpha = 0, \dots, 0,9$ имеет координаты в пространстве критериев $N = 2$ инструмента и $C = 1449,45$ руб. В пространстве решений в этой точке имеем, что для покрытия всех поверхностей необходимы инструменты 2-го и 12-го типов.

В точке D при $\alpha = 1$ $N = 2$ инструмента и $C = 2911,75$ руб. В пространстве решений в этой точке имеем, что для покрытия всех поверхностей необходимы инструменты 5-го и 13-го типов.

На наш взгляд, в полученном паретооптимальном множестве, состоящем из двух точек, следует выбрать компромиссную точку C , так как суммарная себестоимость работ на соответствующих ей двух типах инструментов (2-го и 12-го) ниже, чем суммарная себестоимость работ на инструментах 5-го и 13-го типов, соответствующих точке D .

Из двух выбранных точек A и C выберем ту, у которой меньше трудоемкость. Точка A имеет координаты в пространстве критериев $N = 2$ инструмента и $\tau = 79,96$ мин. Точка C имеет координаты в пространстве критериев $N = 2$ инструмента и $\tau = 23,7$ мин.

Таким образом, решением задачи является точка, в которой минимальные затраты $E = 7715,7$ руб. и себестоимость обработки $C = 1449,45$ руб. достигаются при наборе инструментов, состоящем из торцевой насадной фрезы со вставными ножами и универсальной фрезы CoroMill 327. При этом трудоемкость обработки составит 23,7 мин.

Фрагменты программы MathTech решения задачи линейного программирования приведены в Приложении 2.

Программа MathTech предназначена для решения задач линейного и целочисленного линейного программирования с использованием симплекс-метода и метода отсечений (1-й алгоритм Гомори) соответственно.

После запуска программы появляется главное окно с меню и основными управляющими кнопками наверху, а также с окном ввода исходных данных решаемой задачи в центре и скрываемым окном вывода результата решения этой задачи внизу.

Ввод данных осуществляется после выбора пункта «Ввод» меню «Данные»: определяется число переменных и число ограничений, задаётся вид экстремума целевой функции (min / max). Затем в окне, появляющемся при выборе пункта «Параметры» меню «Данные», указываются значения дополнительных параметров:

- метод и алгоритм оптимизации (симплекс-метод / метод отсечений);
 - индексация переменных (может быть назначено от одного до трёх индексов, для каждого из которых указывается диапазон изменений);
 - представление чисел (натуральные или десятичные дроби);
 - тип значения целевой функции (целочисленный или вещественный);
- и т.д.

В окне ввода данных указываются коэффициенты при переменных в целевой функции и ограничениях, знаки и коэффициенты в правых частях ограничений, а также тип значений переменных и условие их неотрицательности.

Значения можно вводить как в виде натуральных, так и в виде десятичных дробей. Натуральные дроби могут быть правильные и неправильные, программа выдаст результат только

в виде правильных дробей. В качестве разделителя для десятичной дроби может использоваться точка («.») либо запятая («,»). В качестве разделителя целой и дробной частей натуральной дроби может быть только пробел (« »), а в качестве разделителя числителя и знаменателя дроби – только косая черта («/»).

Для решения задачи следует нажать кнопку «СТАРТ» или выбрать пункт «Старт» меню «Выполнение», после чего внизу окна программы появится информация о наличии решения и само решение, если оно существует. Остановить процесс можно, нажав кнопку «СТОП» или выбрав пункт «Стоп» меню «Выполнение».

Глава 3. ОПТИМИЗАЦИЯ НАБОРА ИНСТРУМЕНТОВ ДЛЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ДЕТАЛИ КАЧАЛКА

Известно, что в процессе механической обработки образуется зависимость основных технико-экономических параметров (трудоемкости, себестоимости, прибыли) от структуры и параметров процессов, поэтому применение методов кибернетики является одним из средств повышения эффективности технологических процессов. В настоящее время широко применяются методы параметрической оптимизации, что дает возможность улучшить технико-экономические параметры для конкретного принятого варианта технологического процесса. При этом остается не до конца решенной задача получения наилучшего варианта технологического процесса для реальных условий производства.

Решение данной задачи возможно с использованием методов системной оптимизации.

Системная оптимизация – это последовательное итерационное решение задач структурной и параметрической оптимизации. Если методы параметрической оптимизации хорошо изучены и применяются на практике, то трудов по структурной оптимизации написано мало и применяются они в единичных случаях.

Целью исследований является повышение производительности изготовления деталей авиационной промышленности путем использования методов кибернетики [11].

Одним из важнейших изделий авиационной техники является деталь «Качалка» (рис. 3.1). Процесс изготовления этого изделия основан на заполнении полости пресс-формы расплавом под избыточным давлением с последующим его уплотнением за счет давления и охлаждением и последующей обработкой. Но при изготовлении опытного образца, не выгодно использовать пресс-формы. Поэтому такие детали изготавливают из сортового материала с последующей фрезерной обработкой.

Деталь качалка является важным звеном в вертолете. Она входит в механизм зависания и предназначена для передачи движения от штурвала к рулю.

Деталь изготавливается из материала АК-6, который относится к группе деформируемых алюминиевых сплавов. Область применения сплава: штампованные и кованные детали сложной формы и средней прочности (крыльчатки большие и

малые, подmotorные рамы, фитинги, качалки, крепежные детали) [12].

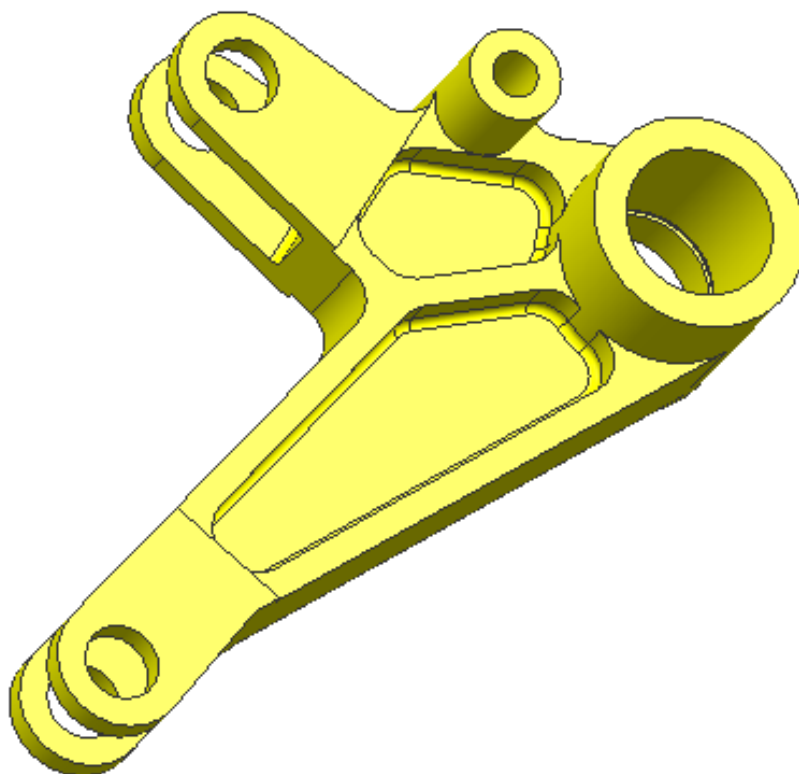


Рис. 3.1

В качестве оборудования выбран обрабатывающий центр FANUC ROBODRILL, представляющий собой универсальный высокоскоростной роботизированный сверлильно-фрезерный станок с системой ЧПУ на базе технологии искусственного интеллекта.

3.1. Структурная оптимизация процесса фрезерования детали «Качалка»

Основную долю времени при изготовлении детали занимает фрезерная операция. Следовательно, ее оптимизация внесет значительный вклад в повышение производительности

обработки. В настоящее время основное время фрезерной обработки составляет 1 час 4 минуты 20 сек, общая трудоемкость – 1 час 19 минут 30 сек.

Необходимо найти набор инструментов, обеспечивающий минимальную трудоемкость и гарантирующий требуемое качество изготовления.

Данную проблему можно решить, применив следующий алгоритм:

1. Приняв допущения, что стойкость инструмента равна 60 мин и холостые ходы идентифицируются как рабочие, используя математическую модель, найти режимы резания для каждого инструмента;

2. Используя полученные режимы, найти оптимальный набор фрез;

3. Для найденного набора найти оптимальные режимы резания.

Трудоемкость обработки зависит от параметров, набора переходов и последовательности их выполнения, а также от набора режущих инструментов и последовательности их применения.

Практика решения задач по поиску оптимальных режимов резания показала, что подача выбирается минимальной из

технологически максимально допустимой. Используя ограничение по шероховатости обработки, найдем подачу:

$$s_z = \frac{1,63}{z} \sqrt{R_z D - R_z^2} \quad (3.1)$$

где R_z – средняя высота микронеровностей; D – диаметр фрезы; z – количество зубьев фрезы.

Скорость резания определяется по следующей формуле:

$$v = \frac{C_v D^q}{T^m t^x s_z^y B^u z^p} K_{Mv} K_{Пv} K_{Иv}, \quad (3.2)$$

где T – период стойкости; B – ширина фрезерования, для упрощения задачи принимаем $B = 0,75D$; $C_v, K_{Mv}, K_{Пv}, K_{Иv}, q, m, y, u, x, p$ – коэффициенты, определяемые условиями обработки.

Частота вращения определяется по формуле:

$$n = \frac{v}{\pi D} \cdot 10^3. \quad (3.3)$$

Трудоемкость механической обработки включает в себя вспомогательное, основное и инструментальное время:

$$\tau = \tau_B + \sum \tau_\alpha + \sum \frac{L_i}{s_i z_i n_i} + \sum \tau_1 \frac{L_i}{s_i z_i n_i T_{oi}}, \quad (3.4)$$

где L_i – длина траектории движения инструмента при обработке; T_{oi} – прогнозируемая стойкость инструмента.

Из формул (3.2) и (3.3), найдем зависимость стойкости на отдельном участке от частоты и подачи:

$$T = \left[\frac{C_v D^{q-1} \cdot 10^3}{n \pi t^x s_z^y B^u z^p} K_{Mv} K_{Пv} K_{Иv} \right]^{\frac{1}{m}}. \quad (3.5)$$

Исходными данными для решения задачи выбора оптимальной номенклатуры фрез являются инструменты, приведенные в табл. 3.1, 3.2. Данные взяты из справочников [9, 10].

Таблица 3.1

№	Инструмент	Материал	z	D , мм	f , мм	r , мм/об
1	Торцевая фреза насадная со вставными ножами	P6M5	10	100	10	2
2	Концевая фреза	ВК4	4	9	20	2
3	Концевая фреза	P6M5	5	20	40	2
4	Дисковая трехсторонняя фреза	P6M5	16	63x12	22	2
5	CoroMill 790 с пластинами 16	Кермет Н10	4	25	8	0,8
6	CoroMill 790 с пластинами 22	Кермет Н10	4	40	12	0,8
7	CoroMill Plura	Кермет Н10	3	9	11	1
8	CoroMill 300	Кермет Н10	2	10	0,7	0,2
9	CoroMill 300	Кермет Н10	2	20	2	0,2

Здесь f – максимальное значение глубины резания; r – радиус при вершине резца.

Таблица 3.2

№	Инструмент	Коэффициенты									
		C_v	q	x	y	u	p	t	K_{Mv}	K_{Iv}	K_{Iv}
1	Торцевая фреза насадная со вставными ножами	155	0,25	0,1	0,4	0,15	0,1	0,2	1,0	0,9	1,0
2	Концевая фреза	185	0,45	0,3	0,2	0,1	0,1	0,33			2,5
3	Концевая фреза	185	0,45	0,3	0,2	0,1	0,1	0,33			1,0
4	Дисковая фреза	259	0,25	0,3	0,2	0,1	0,1	0,2			1,0
5	CoroMill 390 с 11	186	0	0	0,13	0,08	0	0,2			3
6	CoroMill 390 18	186	0	0	0,13	0,08	0	0,2			3
7	CoroMill Plura	645	0,2	0,02	0,12	0,08	0	0,7			3
8	CoroMill 300	188	0	0	0,13	0,08	0	0,2			3
9	CoroMill 300	188	0	0	0,13	0,08	0	0,2			3

Наиболее эффективными методами оптимизации номенклатуры инструментов с целью уменьшения трудоемкости обработки можно назвать симплексный метод, метод Гомори, алгоритм Дейкстры, при которых задача сводится к задаче о минимальном покрытии.

Используя методы АСТП, разобьем деталь на несколько элементарных поверхностей (рис. 3.2), основные параметры которых представим в табл. 3.3.

Таблица 3.3

№	Поверхность	Основные параметры			
		R_z , мкм	t_{\max} , мм	B_{\max} , мм	R_{\min} , мм
1	Плоская поверхность черновая	6,3	15	50	–
2	Плоская поверхность чистовая	3,2	10	10	–
3	Поверхность сложной формы	3,2	10	10	3
4	Паз	1,6	50	14	3
5	Уступ	3,2	5	25	3
6	Карман	6,3	10	18	3

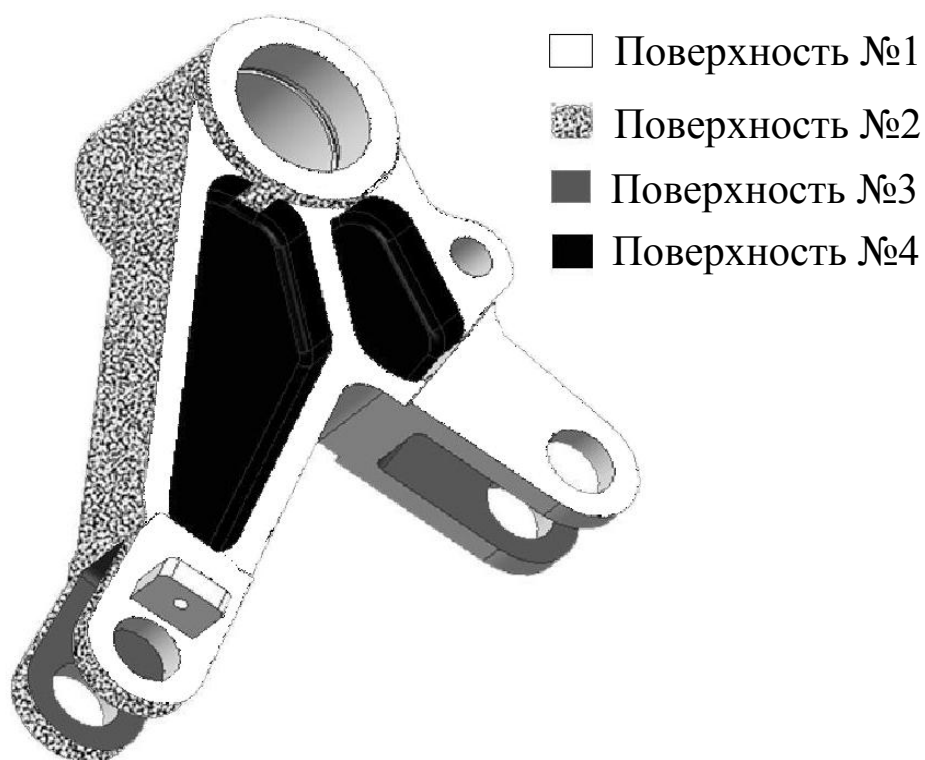


Рис. 3.2

Сведем нашу задачу к задаче о минимальном покрытии и решим методом Гомори.

Введем переменные $x_{1;1}, x_{1;2}, \dots, x_{n;m}$, описывающие выбор конкретных инструментов. Здесь n – количество переходов

детали; m – количество рассматриваемых инструментов. Эти переменные должны удовлетворять условиям:

$$x_{i;j} = \{0;1\}, \quad i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, m. \quad (3.6)$$

При этом

$$x_{i;j} = \begin{cases} 1, & \text{если при } i\text{-м переходе выбран } j\text{-й инструмент,} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Соответствие инструментов определенному типу поверхностей показано в матрице смежности (табл. 3.4).

Используя ТП, запишем матрицу смежности (табл. 3.5), показывающую соответствие инструментов определенному переходу.

Таблица 3.4

Поверхность	Инструмент								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	1	1	0	1	1	1	0	0
2	0	1	1	0	1	1	1	1	1
3	0	0	0	0	1	0	1	0	0
4	0	1	0	1	0	0	1	1	0
5	0	1	0	0	0	0	1	1	0
6	0	1	0	0	0	0	1	1	0

Условия того, что каждый переход будет обработан с помощью хотя бы одного из отобранных инструментов, представляются неравенством вида:

$$\sum_{j=1}^m b_{i;j} x_{i;j} \geq 1, \quad (3.7)$$

где $b_{i;j}$ – элементы матрицы смежности.

Таблица 3.5

Поверхн.	1			2		3							4	5		6		
Перех Инстр.	1	3	14	4	12	5	7	9	11	13	15	18	2	10	17	6	8	16
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
6	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
8	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Трудоемкость обработки равна сумме трудоемкостей обработки каждой поверхности:

$$\tau = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \tau_{ij} x_{ij} \rightarrow \min. \quad (3.8)$$

где τ_{ij} – машинное время обработки i -ой поверхности j -м инструментом;

Задача имеет единственное решение [13].

Согласно матрице смежности строим ориентированное дерево кратчайших путей, которое является покрывающим деревом графа.

Подставив значения из табл. 3.1 и 3.2 в формулы (3.1)-(3.3), получим режимы резания.

Используя модуль обработки программы NX Unigraphics, найдем значения длины траектории обработки для каждого инструмента (табл. 3.6).

Таблица 3.6

Поверх- ность	1			2		3						
	<i>l</i>	3	14	4	12	5	7	9	11	13	15	18
Пер. Инстр.	<i>L</i> , мм											
1	1284	4494	2816	–	–	–	–	–	–	–	–	–
2	4465	7999	15929	1417	398	–	–	–	–	–	–	–
3	2420	6193	6395	1555	402	–	–	–	–	–	–	–
4	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
5	1897	6175	4664	1544	532	1407	384	3445	701	4903	3294	2746
6	1826	6442	3529	1591	526	–	–	–	–	–	–	–
7	4187	7583	12229	1418	510	1068	347	3216	687	5225	3053	2712
8	–	–	–	1418	806	–	–	–	–	–	–	–
9	–	–	–	1505	736	–	–	–	–	–	–	–
Поверх- ность	4			5		6						
Пер. Инстр.	2			10	17	6		8		16		
1	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
2	5001			595	233	877		1269		904		
3	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
4	349			–	–	–	–	–	–	–	–	–
5	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
6	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
7	5001			581	233	863		1250		639		
8	5193			589	233	738		1307		940		
9	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–

Подставив значения из табл. 3.4 и 3.5 в формулу (3.8), получим значения трудоемкости (табл. 3.7).

Таблица 3.7

Пер. Инстр.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	τ , мин																	
1	5	–	17,5	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	11	–	–	–	–
2	4,9	41	8,8	2,2	–	2,9	–	4,3	–	6	–	0,6	–	17,5	–	3	2,4	–
3	9,3	–	23,8	12,6	–	–	–	–	–	–	–	3,2	–	24,5	–	–	–	–
4	–	25,2	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
5	2,3	–	7,4	3,3	3	–	0,8	–	7,3	–	1,5	1,1	10,3	5,6	6,9	–	–	5,8
6	2,9	–	10,1	4,5	–	–	–	–	–	–	–	1,5	–	5,5	–	–	–	–
7	3,5	14,2	6,4	2,1	3,3	1,5	1,1	2,1	9,9	2,1	2,1	0,8	16	10,3	9,4	1,1	0,9	8,3
8	–	3,6	–	1	–	0,4	–	0,7	–	0,4	–	0,6	–	–	–	0,5	0,2	–
9	–	–	–	1,6	–	–	–	–	–	–	–	0,8	–	–	–	–	–	–

Согласно матрице смежности ограничения (3.6) и (3.7) при $n = 18$ и $m = 9$ примут вид:

$$x_{i,j} = \{0;1\}, \quad i = 1, \dots, 18 \quad j = 1, \dots, 9, \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} x_{2;2} + x_{2;4} + x_{12;7} + x_{2;8} &\geq 1; \\ x_{3;1} + x_{3;2} + x_{3;3} + x_{3;5} + x_{3;6} + x_{3;7} &\geq 1; \\ x_{4;2} + x_{4;3} + x_{4;5} + x_{4;6} + x_{4;7} + x_{4;8} + x_{4;9} &\geq 1; \\ x_{5;5} + x_{5;7} &\geq 1; \\ x_{6;2} + x_{6;7} + x_{6;8} &\geq 1; \\ x_{7;5} + x_{7;7} &\geq 1; \\ x_{8;2} + x_{8;7} + x_{8;8} &\geq 1; \\ x_{9;5} + x_{9;7} &\geq 1; \\ x_{10;2} + x_{10;7} + x_{10;8} &\geq 1; \\ x_{11;5} + x_{11;7} &\geq 1; \\ x_{12;2} + x_{12;3} + x_{12;5} + x_{12;6} + x_{12;7} + x_{12;8} + x_{12;9} &\geq 1; \\ x_{13;5} + x_{13;7} &\geq 1; \\ x_{14;1} + x_{14;2} + x_{14;3} + x_{14;5} + x_{14;6} + x_{14;7} &\geq 1; \\ x_{15;5} + x_{15;7} &\geq 1; \\ x_{16;2} + x_{16;7} + x_{16;8} &\geq 1; \\ x_{17;2} + x_{17;7} + x_{17;8} &\geq 1; \\ x_{18;5} + x_{18;7} &\geq 1. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Критерий оптимизации с учетом данных табл. 3.6, 3.7 запишем следующим образом:

$$\begin{aligned}
\tau(x) = & 5x_{1;1} + 4,9x_{1;2} + 9,3x_{1;3} + 2,3x_{1;5} + 2,9x_{1;6} + \\
& + 3,5x_{1;7} + 41x_{2;2} + 25,2x_{2;4} + 14,2x_{2;7} + \\
& + 3,6x_{2;8} + 17,5x_{3;1} + 8,8x_{3;2} + 23,8x_{3;3} + 7,4x_{3;5} + \\
& + 10,1x_{3;6} + 6,4x_{3;7} + 2,2x_{4;2} + 12,6x_{4;3} + 3,3x_{4;5} + \\
& + 4,5x_{4;6} + 2,9x_{4;7} + x_{4;8} + 1,6x_{4;9} + 3x_{5;5} + \\
& + 3,3x_{5;7} + 2,9x_{6;2} + 1,5x_{6;7} + 0,4x_{6;8} + & (3.11) \\
& + 0,8x_{6;5} + 1,1x_{6;7} + 4,3x_{7;1} + 2,1x_{7;7} + 0,7x_{7;8} + \\
& + 7,3x_{8;5} + 9,9x_{8;7} + 6x_{9;2} + 2,1x_{9;7} + 0,4x_{9;8} + \\
& + 1,5x_{11;5} + 2,1x_{11;7} + 0,6x_{12;2} + 3,2x_{12;3} + 1,1x_{12;5} + \\
& + 1,5x_{12;6} + 0,8x_{12;7} + 0,6x_{12;8} + 0,8x_{12;9} + \\
& + 10,3x_{13;5} + 16x_{13;7} + 11x_{14;1} + 17,5x_{14;2} + \\
& + 24,5x_{14;3} + 5,6x_{14;6} + 5,6x_{14;6} + 10,3x_{14;7} + \\
& + 2,3x_{15;5} + 9,4x_{15;7} + 3x_{16;2} + 2,9x_{16;7} + 1,1x_{16;8} + \\
& + 2,4x_{17;2} + 0,9x_{17;7} + 0,2x_{17;8} + 5,8x_{18;5} + 8,3x_{18;7} \rightarrow \min .
\end{aligned}$$

В результате оптимизации с использованием метода Гомори получили решение:

Минимум операционного времени $\tau = 51,1$ мин достигается при наборе инструментов, состоящем из универсальных фрез №5 (CoroMill 790 с пластинами 16), №6 (CoroMill 790 с пластинами 22), №8 (CoroMill 300 d10).

Структурная оптимизация позволила сократить трудоемкость обработки с 79,5 до 51,1 мин., то есть снизить на ~36%.

3.2. Оптимальное управление режимами

Отсутствие методов поиска оптимального управления режимами на станках с ЧПУ вынуждает технологов выбирать постоянные режимы по лимитирующим участкам, то есть использовать программное оборудование как станки с ручным оборудованием. Это приводит к увеличению трудоемкости и затрат в условиях рыночной экономики. При выполнении 18 переходов число неизвестных равно 36.

Практика оптимизации показала, что такие критерии как трудоемкость, себестоимость, прибыль достигают экстремума при максимально допустимых технологических подачах s_{\max} . Вследствие этого количество неизвестных можно сократить до 18.

Объединим переходы по типу поверхностей. Тогда количество переходов равно количеству элементарных поверхностей, то есть шести.

Найдем оптимальные режимы для инструментов №5 и №8.

Инструменты участвуют в обработке последовательно, поэтому оптимальные режимы для них найдем отдельно.

Для этого запишем математические модели трудоемкости через режимы обработки и отбросим постоянные τ_B и τ_α , так как они не влияют на режимы резания.

$$\tau = \sum_{i=1}^2 \frac{L_i}{s_i z n_i} + \sum_{i=1}^2 \tau_1 \cdot \frac{\sum_{i=1}^2 \frac{L_i}{s_i z n_i}}{\sum_{i=1}^2 \frac{L_i}{s_i z n_i} / \frac{C_{Ti}}{s_i n_i}} \rightarrow \min. \quad (3.12)$$

Выражение (3.12) представляет собой нелинейную зависимость трудоемкости от частот, имеющую минимум при n_{oi} .

Данные, необходимые для оптимизации, приведены в табл. 3.8.

С учетом данных табл. 3.8 формула (3.12) для инструмента №5 принимает вид:

$$\tau = \frac{9341}{n_1} + \frac{35167}{n_2} + 5 \left(\frac{9341/n_1 + 35167/n_2}{1,1 \cdot 10^{-15} \cdot n_1^4 + 2,7 \cdot 10^{-15} \cdot n_2^4} \right) \rightarrow \min.$$

Для инструмента №8 формула (3.12) принимает вид:

$$\tau = \frac{27463}{n_1} + \frac{7463}{n_2} + 5 \left(\frac{27463/n_1 + 7463/n_2}{1,6 \cdot 10^{-17} \cdot n_1^4 + 5,3 \cdot 10^{-18} \cdot n_2^4} \right) \rightarrow \min.$$

Программа решения задачи в Microsoft Excel приведена в Приложении № 3.

В результате оптимизации получили оптимальные режимы (табл. 3.9).

Таблица 3.8

№	Наименование	Обозначение	Инструмент	
			5	8
1	Диаметр фрезы	D , мм	25	10
2	Число зубьев	Z	4	2
3	Постоянная из формулы скорости	C_v	186	188

4	Степень при	диаметре	q	0	
5		припуске	x	0	
6		подаче	y	0,13	
7		ширине фрезерования	u	0,08	
8		кол-ве зубьев	p	0	
9		стойкости	t	0,2	
10	Коэффициент учитывающий	материал детали	K_{Mv}	1,0	
11		состояние пов-ти	$K_{Пv}$	0,9	
12		материал инструмента	$K_{Иv}$	3	
13	Подача	1	s_z , мм/зуб	0,23	–
14		2		–	0,15
15		3		0,12	–
16		4		–	0,15
17		5		–	0,15
18		6		–	0,2
19	Длина траектории инструмента	1	L , мм	6561	
20		2			2224
21		3		16880	
22		4			5193
23		5			822
24		6			2985

Таблица 3.9

Инструмент №5			Инструмент №8		
Переходы	S , мм/об	n , об/мин	Переходы	S , мм/об	n , об/мин
1	0,23	3363	2	0,15	9667
3	0,23	3363	4	0,15	9667
5	0,12	3660	6	0,2	9312
7	0,12	3660	8	0,2	9312
9	0,12	3660	10	0,15	9667
11	0,12	3660	12	0,15	9667
13	0,12	3660	16	0,2	9312
14	0,23	3363	17	0,15	9667
15	0,12	3660			–
18	0,12	3660			–

В результате системной оптимизации получено 4 парето-оптимальных решения, из которых выбираем из неформальных соображений наилучшее:

Минимальные затраты $E = 7715,7$ руб, $C = 1449,45$ руб, $\tau = 23,7$ мин достигаются при наборе инструментов, состоящем из универсальных фрез CoroMill 790 с пластинами 16 и CoroMill 300 диаметром 10 мм. Системная оптимизация позволила сократить трудоемкость обработки детали «Качалка» с 79,5 до 23,7 минут, то есть снизить на 70%.

Глава 4. ДВУХКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ КОРПУСНОГО ИЗДЕЛИЯ

Отличительной особенностью современного наукоемкого машиностроения является широкое применение сложных технологических процессов и многофункционального автоматизированного оборудования. Выбор технологических режимов работы такого оборудования на основе существующих нормативных данных не позволяет полностью использовать возможности этих станков. Одним из способов повышения эффективности производства является внедрение станков с программным управлением и выбор оптимальных режимов резания, так как из-за отсутствия четких рекомендаций режимы резания для обработки деталей на станках с ЧПУ назначаются усредненными, а, следовательно, заниженными.

Разрабатываемый технологический процесс должен обеспечивать повышение производительности труда и качества

деталей, сокращение трудовых и материальных затрат на его реализацию, уменьшение его воздействия на окружающую среду. Разработка технологического процесса должна базироваться на использовании современного оборудования, на выборе оптимальных режимов резания, на выборе новых современных инструментов.

Каждый технологический процесс машиностроения состоит из множества операций и переходов. В литературе в настоящее время представлены работы, в которых предлагаются методы локальной оптимизации отдельных технологических операций [8]. Действительная эффективность технологического процесса может быть достигнута только при комплексной оптимизации всех входящих в него операций. Данный термин присутствует в работах [14, 15]. В первой из них под комплексной оптимизацией подразумевается просмотр всех возможных вариантов одной операции – процесса концевой фрезеровки при обработке алюминиевых и титановых сплавов и выбор из них оптимального варианта по какому-либо критерию. Во второй работе отсутствуют конкретные методы выполнения комплексной оптимизации технологического процесса изготовления лопаток ГТД.

В настоящей работе предлагается общая постановка задачи комплексной оптимизации технологического процесса, и

указываются методы ее решения. В качестве последних используются методы получения оптимальных по Парето решений многокритериальных задач [16].

Пусть рассматриваемый технологический процесс состоит из N операций. Каждая i -я операция из этой совокупности определяется вектором параметров $x^{(i)} = (x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \dots, x_n^{(i)})$, $i = 1, \dots, N$, на которые наложены ограничения $\varphi_l^{(i)}(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \dots, x_n^{(i)}) \leq 0$, $l = 1, \dots, m^{(i)}$.

Эффективность технологического процесса будем оценивать следующей совокупностью аддитивных критериев:

$$K_1 = \sum_{i=1}^N K_1^{(i)}(x^{(i)}), \quad K_2 = \sum_{i=1}^N K_2^{(i)}(x^{(i)}), \dots, \quad K_r = \sum_{i=1}^N K_r^{(i)}(x^{(i)}),$$

где $K_1^{(i)}, K_2^{(i)}, \dots, K_r^{(i)}$ – частные критерии оптимальности i -й операции, $i = 1, \dots, N$.

Векторный критерий оптимальности технологического процесса и матрица ограничений будут иметь следующий вид:

$$(K_1, K_2, \dots, K_r) \rightarrow \min_{x^{(i)}};$$

$$\varphi = \left(\varphi_l^{(i)} \right), \quad i = 1, \dots, N, \quad l = 1, \dots, m, \quad m = \max(m^{(i)}).$$

Если некоторые критерии из состава приведенных должны быть максимизированы, то соответствующие компоненты этого вектора должны иметь знак «минус».

В общем случае паретооптимальные варианты каждой операции находятся путем минимизации линейной свертки критериев:

$$F(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \dots, x_n^{(i)}) = \sum_{j=1}^r \alpha_j K_j(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \dots, x_n^{(i)}),$$

где α_j – параметры свертки, удовлетворяющие условию:

$$\alpha_j \geq 0; \quad \sum_{j=1}^r \alpha_j = 1. \quad (4.1)$$

Для каждой конкретной совокупности значений параметров свертки, удовлетворяющих условиям (4.1), минимум функции F определяется с помощью соответствующих методов нелинейного программирования.

Эта задача является весьма трудоемкой и имеет большое число переменных, которое равняется $n_1 + n_2 + \dots + n_N$. Поэтому комплексную оптимизацию предлагается проводить последовательно для каждой i -й операции путем минимизации частной свертки критериев вида:

$$F_i(x^{(i)}) = \sum_{j=1}^r \alpha_j K_j^{(i)}(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \dots, x_n^{(i)}) \rightarrow \min_{x^{(i)}},$$

где α_j должны удовлетворять условию (4.1).

В этом случае задача комплексной оптимизации технологического процесса преобразуется в последовательно решаемые N задач минимизации свертки критериев $F_i, i = 1, \dots, N$.

Данная глава направлена на технологическое обеспечение минимальной себестоимости и минимальной трудоемкости на основе комплексной параметрической оптимизации процессов механической обработки при наличии технических ограничений при изготовлении сложных деталей на многоцелевом автоматизированном оборудовании.

Так как в данной задаче два критерия оптимизации – минимум трудоемкости ($K_1 = \tau$) и минимум себестоимости ($K_2 = C$), то задачу можно отнести к многокритериальной задаче. Наибольшее распространение на практике решения двухкритериальных задач получил подход, связанный с работами итальянского математика-экономиста В. Парето. Он обеспечивает возможность гибкого принятия решений. При оптимизации по Парето строится множество «неулучшаемых» решений, изменение каждого из которых ухудшает значение целевых функций.

Рассмотрим предложенную методику на примере механической обработки корпуса сельсина (рис. 4.1, 4.2.а) [17].

В качестве заготовки была выбрана отливка, полученная методом литья под давлением (рис. 4.2.б). Материал заготовки – алюминиевый сплав АК12.

Механическая обработка этого изделия включает внутреннее и внешнее растачивание, фрезерование уступов и фре-

зерование по контуру, высверливание отверстий различного диаметра, подрезку торца, проточку фасок и канавок, нарезание резьбы. Предлагаемый метод комплексной оптимизации показан на примере некоторых из них, а именно – растачивание внутренней поверхности, фрезерование уступов концевой фрезой, сверление отверстий диаметром 5 мм.

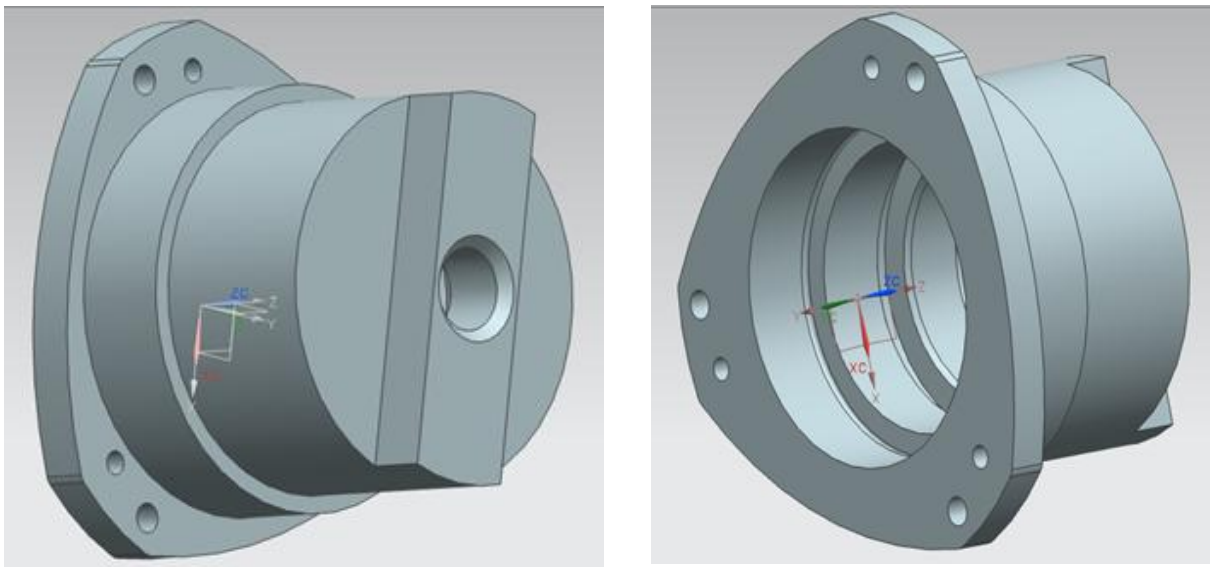


Рис. 4.1

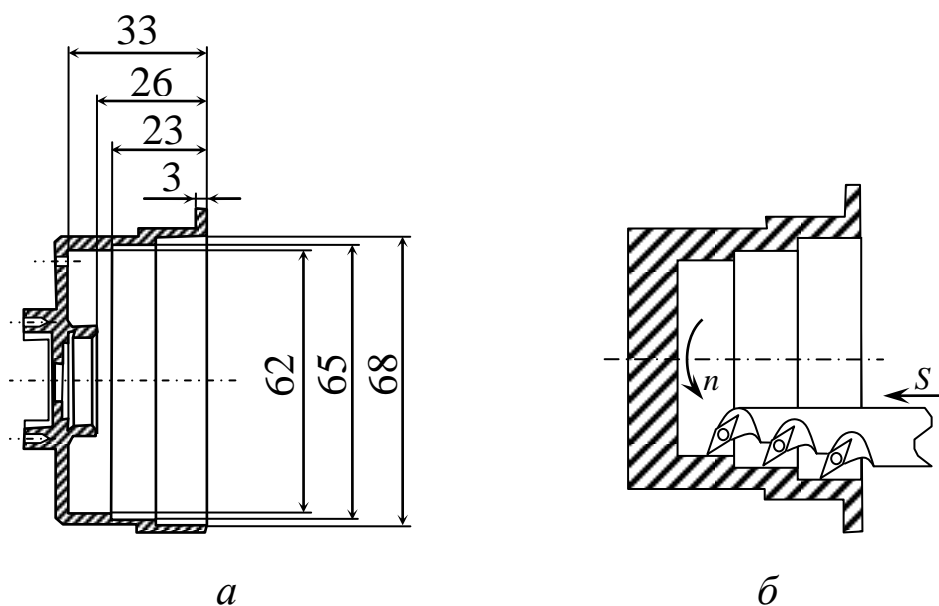


Рис. 4.2

4.1. Растачивание внутренней поверхности

Существующий технологический процесс растачивания внутренней поверхности этого изделия предполагает все три поверхности обтачивать одним резцом по очереди. Однако, поскольку все три поверхности имеют одинаковую длину, и предполагается точение с одинаковой глубиной резания, в данной работе предлагается применить многокромочный ступенчатый резец, что позволяет существенно снизить трудоемкость данной операции (см. рис. 4.2.б).

Технологический процесс механической обработки деталей резанием характеризуется величинами, которые называются факторами (величины, определяющие значения элементов процесса) и параметрами (величины, определяющие количественные характеристики процесса и зависящие от принятых величин факторов). К факторам можно отнести следующие величины: характеристики заготовки, станка, инструмента и приспособления.

Параметрами технологической операции считаются:

- Технические – характеризующие состояние станка, инструмента и заготовки в процессе ее обработки; к ним относятся прочность инструмента, приспособлений, отдельных звеньев станка, величины упругих деформаций инструмента, детали, станка и др.;

- Технологические – характеризующие деталь после обработки; к ним относятся шероховатость поверхности, точность размеров и геометрической формы детали;
- Организационно-производственные – обусловленные заданной производительностью станка, тактом поточной линии и др.;
- Экономические, определяющие себестоимость обработки, прибыль и т.п.

Функциональные связи между факторами и параметрами технологической операции в совокупности с техническими ограничениями процесса резания составляют математическую модель механической обработки.

При расчете режимов резания наиболее важными ограничениями являются следующие:

- наименьшая и наибольшая скорость резания, допускаемая кинематикой станка (наименьшее и наибольшее число оборотов шпинделя);
- наименьшая подача, допускаемая кинематикой станка;
- наибольшая подача, допускаемая требованиями, предъявляемыми к шероховатости обработанной поверхности.

Требуется найти режимы резания для каждого участка S_i, n_i обеспечивающие минимальную трудоемкость τ , минимальную себестоимость C и требуемое качество операции (R_z).

Наибольший износ режущей кромки будет происходить на резце, обтачивающем поверхность диаметром $D = 68$ мм (см. рис. 4.2), так как скорость резания здесь будет максимальной. Поэтому оптимальные режимы резания S, n будем искать для него.

Под оптимальными режимами резания понимаются такие значения оптимизируемых факторов (скорости резания, глубины резания, подачи и т.п.), при которых достигается экстремум какого-либо параметра операции, и выполняются все технические ограничения, накладываемые на процесс обработки.

Трудоемкость токарной операции определяется следующей формулой:

$$\tau_T(S, n) = \tau_B + \frac{L}{Sn} + \frac{LS^x n^y}{C_v}, \quad (4.2)$$

где L – длина обрабатываемого участка, τ_B – вспомогательное время.

Себестоимость обработки:

$$C_T(S, n) = C_1 \left(\tau_B + \frac{L}{Sn} \right) + C_{ин} \frac{LS^x n^y}{C_v}, \quad (4.3)$$

где C_1 – стоимость станкоминуты, $C_{ин}$ – затраты на режущий инструмент.

Технические ограничения, накладываемые на факторы, устанавливают связь между расчетными и допускаемыми факторами:

1. Расчетная величина подачи не может быть меньше, чем минимальная и больше, чем максимальная, которые имеются в ряду подач станка:

$$S_{\min} \leq S \leq S_{\max};$$

2. Скорость вращения шпинделя станка не может быть выбрана меньше, чем возможная, исходя из наименьшего числа оборотов станка и больше, чем возможная, исходя из наибольшего числа оборотов станка:

$$n_{\min} \leq n \leq n_{\max};$$

3. При получистовой и чистовой обработке максимальную величину подачи ограничивает требуемая шероховатость обработанной поверхности, так как чем больше подача, тем больше шероховатость обработанной поверхности:

$$S \leq S_{\nabla},$$

где S_{∇} – максимально допустимая подача, обеспечивающая получение данного класса шероховатости обработанной поверхности.

Принято считать, что основной причиной шероховатости является копирование угла при вершине резца, то есть ограниченной части режущей кромки. Поэтому расчетные зависимости, используемые для определения шероховатости, являются чисто геометрическими.

Основной математической зависимостью, отвечающей такому подходу, является распространенная формула, связывающая допустимую подачу с заданной шероховатостью и радиусом закругления при вершине резца:

$$S \leq 0,07\sqrt{R_z r}.$$

4. Ограничение, устанавливающее взаимосвязь между скоростью резания, обусловленной принятой стойкостью инструмента, глубиной резания, подачей, с одной стороны, и скоростью резания, определяемой кинематикой станка, с другой стороны.

С одной стороны скорость резания для обработки на токарном станке определяется по формуле:

$$v = \frac{C_v}{T^m t^x S^y}. \quad (4.4)$$

С другой стороны скорость резания, согласно кинематической схеме станка, определяется по общеизвестной формуле:

$$v = \frac{\pi d n}{1000}. \quad (4.5)$$

Приравнивая правые части формул (4.4) и (4.5) и выделяя в левую часть искомые элементы режима обработки, получим выражение:

$$n S^y \leq \frac{1000 C_v}{\pi d T^m t^x}.$$

5. Стойкость инструмента должна быть достаточна для обработки хотя бы одной заготовки:

$$T \geq \tau_0,$$

где T – стойкость резца, τ_0 – основное время.

Приведенные ограничения в совокупности с критериями оптимальности представляют собой математическую модель задачи оптимизации токарной операции.

Ограничения образуют множество допустимых решений в пространстве решений, каждой точке которого однозначно соответствует точка в пространстве критериев.

Свертка критериев оптимизации имеет следующий вид:

$$F(S, n, \alpha_1, \alpha_2) = \alpha \tau_T(S, n) + (1 - \alpha) C_T(S, n) \rightarrow \min.$$

Или через варьируемые переменные S и n :

$$F(S, n, \alpha) = \alpha \left(\tau_{\hat{a}} + \frac{L}{Sn} + \frac{LS^x n^y}{C_v} \right) + (1 - \alpha) \left[C_1 \left(\tau_{\hat{a}} + \frac{L}{Sn} \right) + C_e \frac{LS^x n^y}{C_v} \right].$$

Подставим значения констант $C_1 = 0,35$ руб. – стоимость станкоминуты; $C_3 = 3$ руб. – стоимость переточки одного инструмента; $C_H = 80$ руб. – стоимость нового инструмента; $C_{из} = 35$ руб. – стоимость изношенного инструмента; $\tau_B = 2$ мин – вспомогательное время на установку заготовки; $\tau_1 = 5$ мин – время на замену затупившегося инструмента:

$$F(S, n, \alpha) = \alpha \left(3 + \frac{10}{Sn} + \frac{10S^x n^y}{1413} \right) +$$

$$+ (1 - \alpha) \left[0,35 \left(2 + \frac{10}{Sn} \right) + \frac{10S^x n^y}{1413} \right] \rightarrow \min .$$

Здесь α – параметр свертки, принимающий значения от 0 до 1. При каждом конкретном значении α из интервала $[0, \dots, 1]$ функция $F(S, n, \alpha)$ представляет собой овражную поверхность (рис. 4.3).

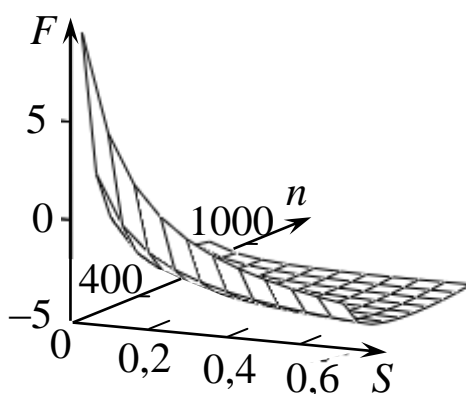


Рис. 4.3

Для каждого значения α из интервала $[0; 1]$ с шагом 0,1 найдем точку с наименьшим значением функции F . Поиск будем осуществлять методом Гаусса-Зейделя. Получим множество решений, оптимальных по Парето в пространстве решений. Координаты этих точек (значения S и n) подставляем в целевые функции (4.2) и (4.3), получаем множество парето-оптимальных точек в пространстве критериев, среди которых лицо, принимающее решение (ЛПР), выбирает из неформальных соображений некоторую точку, удовлетворяющую всем

ограничениям, которая является наилучшим компромиссом для данной конкретной ситуации.

Результаты расчета приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

α	S	n	τ_T	C_T	F
0	0,4	750	2,058	1,121	2,058
0,1	0,4	675	2,059	1,102	1,963
0,2	0,4	600	2,062	1,085	1,866
0,3	0,4	550	2,065	1,077	1,786
0,4	0,4	525	2,067	1,073	1,669
0,5	0,4	475	2,071	1,067	1,569
0,6	0,4	450	2,074	1,065	1,469
0,7	0,4	425	2,078	1,063	1,367
0,8	0,4	400	2,082	1,062	1,266
0,9	0,4	375	2,086	1,061	1,164
1	0,4	375	2,086	1,061	1,061

Паретооптимальное множество в пространстве критериев показано на рис. 4.4.

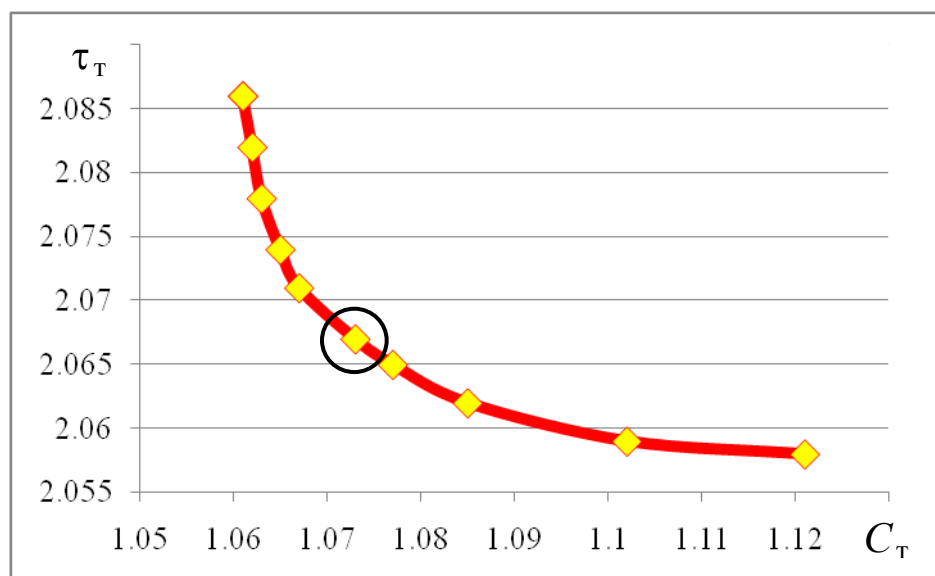


Рис. 4.4

Управление процессом растачивания на данном этапе заключается в выборе наилучшего из компромиссных вариантов, представленных в табл. 4.1 и на рис. 4.4. ЛПР должен оценить обстановку, взвесить все «за» и «против» и, исходя из конкретной ситуации, предложить обоснованное решение. Например, при использовании дорогостоящего оборудования можно пожертвовать трудоемкостью и выбрать вариант, позволяющий снизить себестоимость обработки: $\alpha = 0,6 \div 0,9$. При выполнении срочного заказа в очень короткие сроки можно выбрать вариант относительно дорогой, но уменьшающий трудоемкость: $\alpha = 0,1 \div 0,4$. При работе в спокойном режиме можно выбрать среднюю точку ($\alpha = 0,5$) со значениями S и n , равными $S = 0,4$ мм/об и $n = 475$ об/мин. При этом трудоемкость $\tau_T = 2,071$ мин, себестоимость обработки составит $C_T = 1,067$ руб.

Сравним полученные результаты с существующими (не оптимальными) режимами резания и без подбора универсального режущего инструмента.

Рекомендованные справочниками значения режимов и коэффициентов:

$$S = 0,4 \text{ мм/об}; \quad n = 450 \text{ об/мин};$$

$$C_1 = 0,35 \text{ руб.} \text{ – стоимость станкоминуты};$$

$$C_3 = 1 \text{ руб.} \text{ – стоимость заточки одного инструмента};$$

$C_n = 30$ руб. – стоимость нового инструмента;

$C_{из} = 15$ руб. – стоимость изношенного инструмента;

$\tau_b = 2$ мин – вспомогательное время на установку заготовки;

$\tau_1 = 2$ мин – время на замену затупившегося инструмента.

При этом трудоемкость обработки составила $\tau_T = 6,170$ мин, что в 3 раза больше рассчитанной; себестоимость обработки составила $C_T = 2,183$ руб., что в 2 раза больше рассчитанной.

Таким образом, в результате оптимизации режимов токарной операции и использования трехкромочного резца трудоемкость уменьшилась в 3 раза, себестоимость уменьшилась в 2 раза.

4.2. Фрезерование уступов

Следующий этап комплексной оптимизации – выбор оптимальных режимов при фрезеровании уступов концевой фрезой диаметром 44 мм с 6 зубьями из быстрорежущей стали Р6М5 на станке, позволяющем программно управлять подачей S и частотой n по рабочей траектории инструмента при обработке с переменной глубиной резания t (рис. 4.5, 4.6). Так как уступы идентичны, полученные режимы можно будет применить и для второго уступа.

Точность обработки – по 14 качеству при шероховатости $Ra = 25$ мкм.

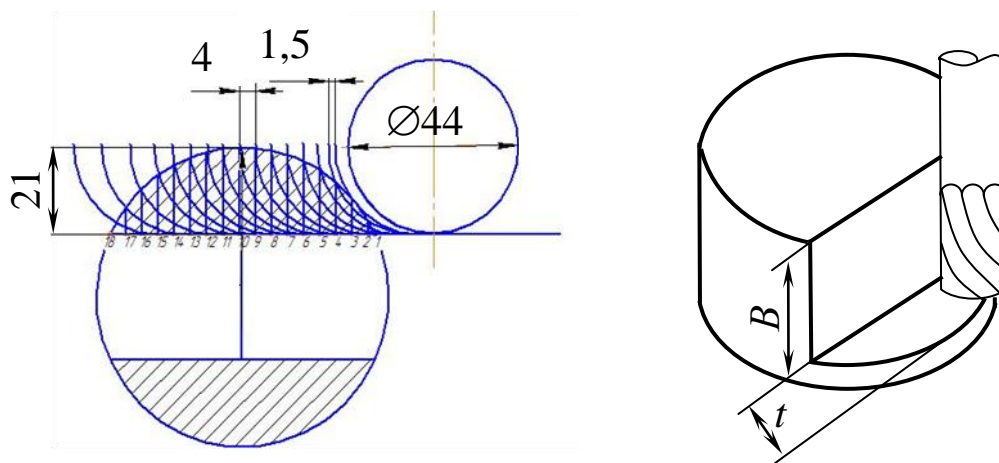


Рис. 4.5

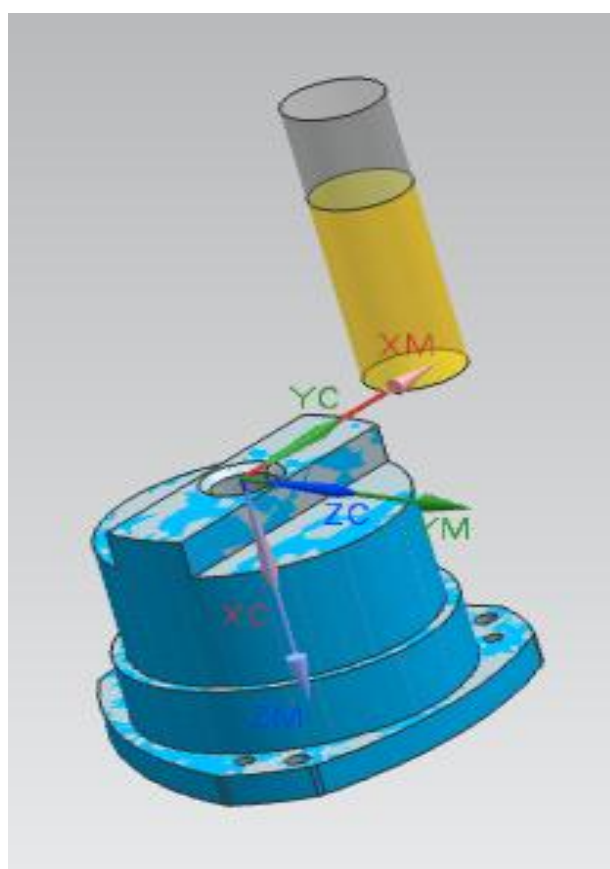


Рис. 4.6

Для решения задачи моделируем плавное изменение глубины резания t в дискретной форме t_i , разделив рабочую траекторию фрезы на 17 участков ($i = 1, \dots, u = 17$).

Для заданных условий фрезерования найдем оптимальные управления подачей $x_{1i}^{(2)} = S_i$ и частотой $x_{2i}^{(2)} = n_i$, $i = 1, \dots, u$, обеспечивающие минимальную трудоемкость $\tau_{\phi}(S_i, n_i)$ и гарантирующие требуемое качество обработки.

Для дискретного варианта нагрузки необходимо найти 17 значений подач и 17 значений частот. Практика оптимизации [18] показала, что экономические критерии (себестоимость, прибыль) достигают экстремума при максимально-допустимых технологических подачах и оптимальных частотах. Поэтому подачи S_i можно выбрать заранее по нормативам, снизив, таким образом, размерность задачи до 17 частот n_i , $i = 1, \dots, u = 17$.

Значения подач для наших условий определяются выражением

$$S_i = 0,05 \frac{1,1D_{\phi}^{0,85}}{t_i^{0,41} B^{0,1}},$$

где D_{ϕ} – диаметр фрезы; B – ширина фрезерования.

Для сравнения определение частот n_i выполним двумя методами:

- 1) по лимитирующим участкам;
- 2) решением задачи оптимизации с 17 неизвестными.

Рассчитаем для наших условий нормативные значения скоростей резания и частот n при рекомендуемой стойкости $T = 60$ мин по следующим формулам:

$$V_i = \frac{C_V D_\phi^q}{T^m t^x S_z^y B^u Z^p}; \quad n_i = \frac{1000V_i}{3,14D_\phi}. \quad (4.6)$$

Для условий рассматриваемой операции

$$V_i = \frac{185,5 \cdot 30^{0,45}}{60^{0,33} t_i^{0,3} S_{z_i}^{0,2} \cdot 20^{0,1} \cdot 5^{0,1}} \cdot 0,72; \quad n_i = \frac{1000V_i}{3,14 \cdot 30}.$$

Согласно расчетам восьмой участок лимитирует значение подачи и частоты

$$S_{\min} = S_8 = 0,096 \text{ мм/зуб}; \quad n_{\min} = n_8 = 251 \text{ об/мм.}$$

Таким образом, обработка детали будет выполняться на этих лимитирующих постоянных режимах.

Прогнозируемую стойкость инструмента при работе на лимитирующих режимах с переменными глубинами резания на участках рабочей траектории фрезы получаем, выразив T из первой формулы соотношений (4.6) и подставив значения входящих констант:

$$T_i = \left(\frac{185,5 \cdot 30^{0,45}}{34 \cdot t_i^{0,3} \cdot 0,085^{0,2} \cdot 20^{0,1} \cdot 5^{0,1} \cdot 3,14^2 \cdot 30 \cdot 251} \cdot 1,1 \right)^{\frac{1}{0,33}}.$$

Основное время для каждого участка и суммарное основное время получим по формулам:

$$\tau_{0i} = \frac{L_i}{S_i n_i Z}; \quad \tau_0 = \sum_{i=1}^u \tau_{0i} = 0,68 \text{ мин.}$$

Прогнозируемая стойкость фрезы при работе с переменной глубиной резания:

$$T_0 = \frac{\sum_{i=1}^u \tau_{0i}}{\sum_{i=1}^u \frac{\tau_{0i}}{T_i}} = 143 \text{ мин.}$$

Таким образом, трудоемкость при работе на лимитирующих режимах равна:

$$\tau = \tau_{\text{в}} + \tau_0 + \tau_{\text{и}} = \tau_{\text{в}} + \tau_0 + \tau_1 \frac{\tau_0}{T_0} = 2 + 0,68 + 4 \cdot \frac{0,68}{143} = 2,7 \text{ мин,}$$

где $\tau_{\text{в}} = 2$ мин – вспомогательное время; τ_0 – основное время; $\tau_{\text{и}}$ – инструментальное время; $\tau_1 = 4$ мин – время на замену одного затупившего инструмента.

Проведем оптимизацию режимов фрезерования с переменной глубиной резания. В этом случае трудоемкость для каждого i -го участка будем определять по следующей формуле:

$$\tau_{\text{ф}}(S_i, n_i) = \tau_{\text{в}} + \sum_{i=1}^u \frac{L_i}{S_i Z n_i} + \tau_1 \sum_{i=1}^u \frac{\frac{L_i}{S_i Z n_i}}{\left(\frac{C_V D^q}{V_i t^x S_z^y B^u Z^p D \cdot 3,14^2 n_i} k_V \right)^{\frac{1}{m}}}$$

Применяя метод покоординатного улучшения, находим значения $S_{i \text{ опт}}$ и $n_{i \text{ опт}}$, доставляющие минимум $\tau_{\text{ф}}$ (табл. 4.2).

Таблица 4.2

№	L_i	t_i	S_i	n_i
1	1,5	2,91	0,215	825
2	3	8,55	0,138	600
3	4	12,50	0,119	525
4	4	15,43	0,109	475
5	4	17,62	0,103	475
6	4	19,20	0,099	450
7	4	20,85	0,096	450
8	4	21,00	0,096	450
9	4	20,69	0,096	450
10	4	19,92	0,098	450
11	4	18,67	0,101	450
12	4	16,87	0,105	475
13	4	14,43	0,112	500
14	4	11,16	0,124	550
15	4	6,69	0,153	600
16	4	2,91	0,215	800
17	5	1,00	0,330	800

Суммарная трудоемкость в этом случае равна 2,27 мин. По сравнению с выбором режимов по лимитирующим участкам оптимальные режимы позволили снизить трудоемкость на 16%.

Характер оптимального управления частотой и подачей показан на рис. 4.7.

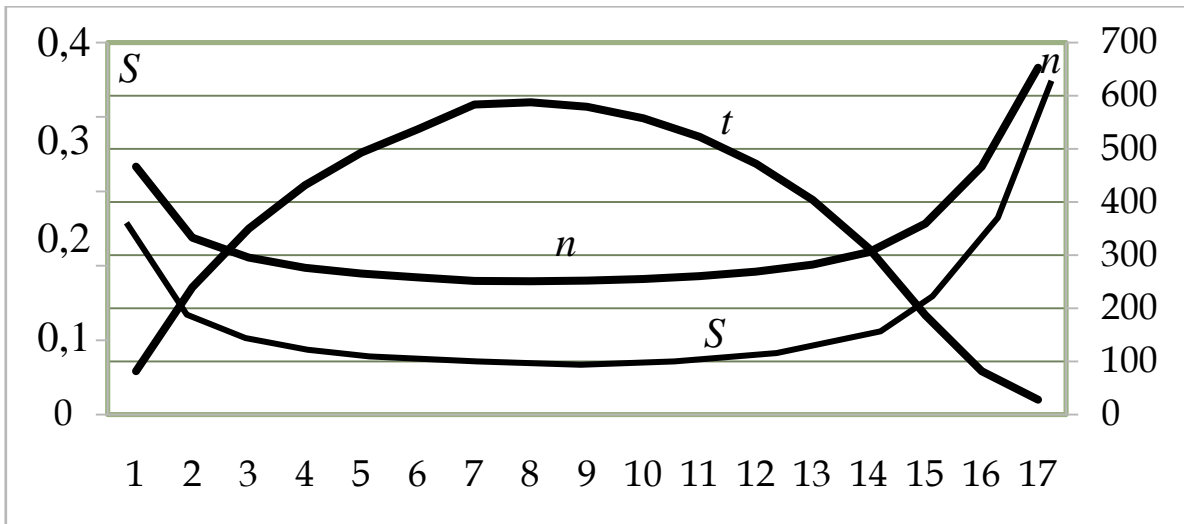


Рис. 4.7

Как видим, управление частотой и подачей весьма чувствительно к изменению глубины резания по рабочей траектории инструмента.

Производительность станка:

$$A = \frac{60}{\tau} = \frac{60}{2,27} = 26,5 \frac{\text{шт}}{\text{час}}.$$

Количество деталей, обрабатываемых за период стойкости инструмента:

$$Z_T = \frac{T_0}{\sum_{i=1}^u \tau_{0i}} = \frac{20,29}{0,22} = 90,2 \text{ шт.}$$

Календарная стойкость инструмента (по текущему времени) с учетом вспомогательного времени:

$$T_k = T_0 \cdot \frac{\tau}{\sum_{i=1}^u \tau_{0i}} = 20,3 \cdot \frac{2,27}{0,22} = 205 \text{ мин.}$$

Таким образом, обработка заготовок с переменной нагрузкой на режущий инструмент на постоянных режимах по лимитирующим участкам приводит к повышению трудоемкости операции и неэффективному использованию программного оборудования в условиях рыночной экономики; при поиске оптимального управления режимами размерность задачи оптимизации определяется количеством ступеней контура обрабатываемой детали; оптимальное управление режимами фрезерования позволило снизить трудоемкость рассматриваемой операции в $K_r = \frac{2,7}{2,2} = 1,2$ раза.

4.3. Сверление отверстий

Проведем двухкритериальную оптимизацию операции сверления отверстий диаметром 5 мм (рис. 4.8).

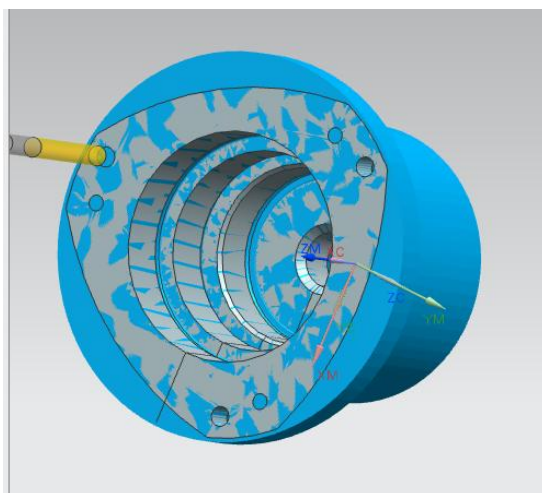


Рис. 4.8

Критерии оптимизации – трудоемкость и себестоимость операции:

$$\begin{aligned}\tau_c(S, n) &= \tau_B + \frac{L}{Sn} + \tau_1 \frac{LS^{x-1}n^{y-1}}{C_T} \rightarrow \min; \\ C_c(S, n) &= C_1 \left(\tau_B + \frac{L}{Sn} \right) + C_{\text{и}} \frac{L}{SnT} \rightarrow \min.\end{aligned}\tag{4.7}$$

Константы, входящие в целевые функции: $\tau_B = 2$ мин – вспомогательное время; $L = 3$ мм – глубина отверстия; $\tau_1 = 3$ мин – время на замену затупившегося инструмента; C_1 – стоимость единицы основного времени; $C_{\text{и}}$ – стоимость единицы инструментального времени; $T = 15$ мин – нормативная стойкость инструмента; $C_T = 2,11 \cdot 10^8$, $x = 0,425$, $y = 0,34$ – справочные коэффициенты

Параметры оптимизации – S , n (подача и скорость вращения шпинделя станка) подчиняются следующим техническим ограничениям:

$$\begin{aligned}S_{\min} = 0,1 \leq S \leq S_{\max} = 0,6; \\ n_{\min} = 100 \leq n \leq n_{\max} = 1000; \\ \tau_0 \leq T.\end{aligned}$$

Воспользуемся описанным выше методом оптимизации по Парето. Для этого построим свертку критериев:

$$F(S, n) = \alpha \tau_c(S, n) + (1 - \alpha) C_c(S, n) \rightarrow \min$$

и для значений α из интервала от 0 до 1 найдем методом Гаусса-Зейделя оптимальные значения S и n , доставляющие минимум функции F . Подставив их в формулы (4.7), получим

паретооптимальное множество точек в пространстве критериев. Результаты оптимизации приведены в табл. 4.3.

Таблица 4.3

α	S (мм/об)	n (об/мин)	τ_c (мин)	C_c (руб)
0	0,7	1000	9,847	0,034
0,01	0,1	600	2,392	0,038
0,04	0,1	400	2,245	0,041
0,5	0,1	300	2,204	0,043
1	0,1	200	2,202	0,047

ЛПР из этого множества по субъективным соображениям выбирает ту точку, которая наиболее подходит к данной конкретной ситуации. Мы выбрали точку со следующими значениями варьируемых факторов и целевых функций:

$$S_{\text{опт}} = 0,1 \text{ мм/об}; \quad n_{\text{опт}} = 600 \text{ об/мин};$$

$$\tau_c = 2,392 \text{ мин}; \quad C_c = 0,038 \text{ руб.}$$

При сравнении этих результатов с трудоемкостью и себестоимостью операции сверления на нормативных режимах получили уменьшение трудоемкости на 55,6%. Себестоимость данной операции почти не изменилась.

Оптимизация других подобных операций проводится аналогично описанным выше. Остальные менее трудоемкие операции предлагается выполнять на нормативных режимах, так как их оптимизация не внесет существенного вклада в суммарные целевые функции.

Глава 5. ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЛЯ УМЕНЬШЕНИЯ ДОЛИ БРАКОВАННЫХ ИЗДЕЛИЙ

Статистические методы – важный инструмент повышения качества в любом современном производстве, тем более производстве серийном. Все ведущие компании применяют статистические методы практически на всех стадиях жизненного цикла, как для анализа и контроля качества производственных процессов и произведенной продукции, так и для разработок новых технологий и принятия правильных управленческих решений: на этапах проектирования, производства и эксплуатации изделий машиностроения.

Исторически для статистического контроля использовались специальные стандарты, устанавливающие как организационные моменты, так и конкретные планы контроля. Последние содержались в многочисленных таблицах, графиках, номограммах, что приводило к громоздкости стандартов, но

не обеспечивало порой нахождение оптимальных планов. Развитие вычислительной техники позволяет принципиально изменить организацию и методическое обеспечение статистического контроля.

Качество продукции – важнейший показатель конкурентоспособности предприятий машиностроения. Для уменьшения затрат и достижения уровня качества, удовлетворяющего потребителя, нужны методы, направленные не только на устранение дефектов (несоответствий) готовой продукции, но и на предупреждение причин их появления в процессе производства [19].

Применение статистических методов позволяет с заданной точностью и достоверностью судить о состоянии исследуемых явлений, объектов, процессов; прогнозировать и регулировать возникновение проблем; вырабатывать оптимальные управленческие решения не на основе эмоций, ощущений и интуиции, а на основе изучения фактических данных, тенденций и закономерностей.

Разброс характеристик серийного производства можно наблюдать даже в условиях очевидной стабильности. Результаты практически любой технологической операции будут иметь то или иное рассеяние. Основным источником информации для проведения статистических исследований в произ-

водстве являются результаты измерений, которые должны проводиться на рабочих местах и при приемке готовых изделий. Статистический анализ таких данных поможет лучше понять природу, масштаб и причины изменчивости, способствуя, таким образом, решению и предупреждению проблем, которые могут быть результатом такой изменчивости.

Измерения на рабочих местах и при приемке готовых изделий можно конечно проводить тотально, то есть контролировать все выпущенные изделия. Однако в условиях серийного и крупносерийного производства это не целесообразно, так как занимает много времени и средств. Во многих важных случаях сплошной контроль невозможен, когда он связан с необходимостью уничтожения или порчи изделия (испытание на разрыв, на продолжительность горения лампочек и т.п.) [20].

Характеристики серийного производства в силу действия различных неконтролируемых факторов являются случайными величинами, точные (детерминированные) значения которых бывают не известны. В этом случае используют их случайные оценки, определяемые на основе конечной выборки реализаций $\{x_i\}$ данной случайной величины X [21]:

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \xrightarrow{N \rightarrow \infty} M(X); \\ s^2 &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - m)^2 \xrightarrow{N \rightarrow \infty} D(X), \end{aligned} \tag{5.1}$$

где N – объем выборки; m – оценка математического ожидания $M(X)$, s^2 – оценка дисперсии $D(X)$.

Выборочные числовые характеристики являются надежными количественными оценками генеральных характеристик лишь при большом объеме выборки [22].

5.1. Применение математической статистики для определения технических условий на изготовление детали «Качалка»

Объектом статистического исследования выбрана качалка передняя с шарниром [23]. Узел, который нас интересует, состоит из 2-х деталей: 1-я деталь – внешняя, 2-я – внутренняя. Обозначим толщину внутренней детали X , а ширину паза внешней детали Y (рис. 5.1).

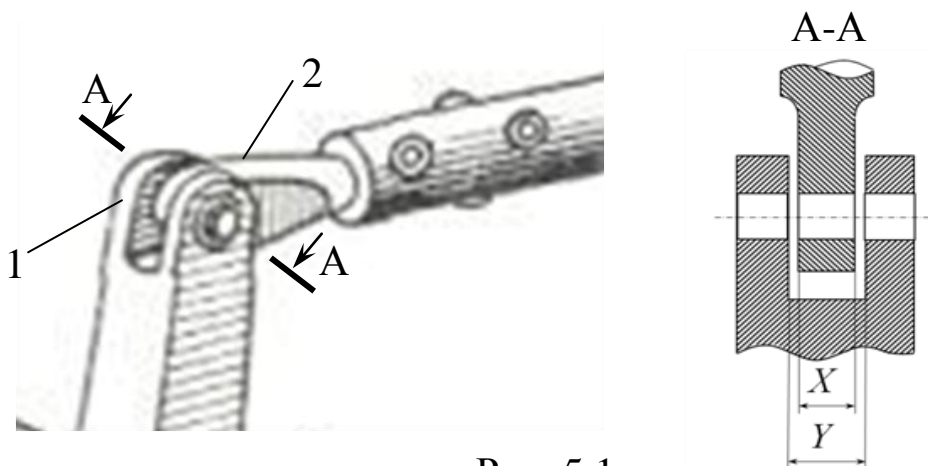


Рис. 5.1

Требуется определить технические условия на изготовление узла при условии, что ширина детали 2 строго меньше ширины детали 1, но в то же время была возможно бóльшей для обеспечения ее прочности.

В соответствии с техническими условиями требуется, чтобы сопряжение обеспечило зазор, иначе говоря, чтобы в любом i -м узле разность значений y_i и x_i случайных величин Y и X была положительной величиной:

$$y_i - x_i > 0, \quad i = 1, \dots, N,$$

где N – объем выборки, в противном случае узел бракуется.

В результате статистического исследования опытных партий из 50-ти деталей 1 и 50-ти деталей 2 были получены с использованием формул (5.1) следующие оценки математических ожиданий m_1 и m_2 и средних квадратических отклонений s_1 и s_2 :

$$m_1 = 20; \quad m_2 = 19,85; \quad s_1 = 0,04; \quad s_2 = 0,045.$$

На рис. 5.2 приведены плотности распределения, построенные по обеим выборкам (1 – внешняя деталь, 2 – внутренняя деталь).

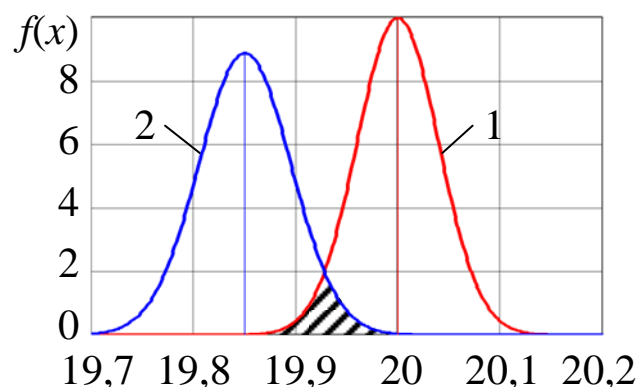


Рис. 5.2

Несмотря на то, что детали из обеих выборок укладываются в допуск, то есть все детали годные, имеется область

(заштрихованная), в которой толщина детали (2) может оказаться шире выемки детали (1). В этом случае получаем бракованный узел.

Значения функции распределения случайной величины представляют собой вероятности того, что случайная величина меньше конкретного значения x [21]:

$$F_1(x) = \int_0^x \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-m_1)^2}{2\sigma_1^2}} dy; \quad F_2(x) = \int_0^x \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-m_2)^2}{2\sigma_2^2}} dy.$$

Рассчитаем вероятность возникновения бракованного узла.

Вероятность события, что случайная величина Y примет значение, меньшее верхнего предельного отклонения второй детали:

$$P(Y < m_2 + 3\sigma_2) = F_1(m_2 + 3\sigma_2) = 0,356.$$

Вероятность события, что случайная величина X примет значение, большее нижнего предельного отклонения первой детали:

$$P(X > m_1 - 3\sigma_1) = 1 - F_2(m_1 - 3\sigma_1) = 0,254.$$

Так как эти события независимы, то вероятность появления одновременно обоих этих событий равна их произведению:

$$F_1(m_2 + 3\sigma_2) \cdot [1 - F_2(m_1 - 3\sigma_1)] = 0,09 = 9\%.$$

Определим настройку инструмента при изготовлении выемки внешней детали 1 таким образом, чтобы вероятность появления бракованных узлов не превышала 3%.

Значение m_1 , при котором эта вероятность будет меньше заданного значения, определяется из уравнения

$$F_1(m_2 + 3\sigma_2)[1 - F_2(m_1 - 3\sigma_1)] < 0,03:$$

Решая полученное уравнение, получим: $m_1 = 20,0321$.

Таким образом, необходимо увеличить конструктивный размер детали 1 на 0,0321 мм. Вероятность получения бракованных сборочных узлов в этом случае будет гарантировано меньше 3%.

Программа расчета в пакете MathCAD приведена в Приложении 4.

5.2. Основные понятия теории малой выборки

В некоторых случаях, связанных с проектированием, производством и эксплуатацией новых изделий, возможность получения достаточно больших выборок статистических данных является затруднительной. Для устранения этой проблемы предлагается использовать теорию малой выборки, описанной в работе [24].

Рассмотрим основные понятия этой теории.

Предметная область применения малых выборок достаточно широка. К ней относятся работы, носящие исследовательский характер.

Понятие малая выборка не имеет универсального определения.

Минимальное число образцов не может быть меньше 3. В противном случае неизбежно возникает систематическая ошибка (смещение). Наличие смещения – первый признак отсутствия достаточности статистики [25].

Рассмотрим методы построения оценки $F^*(x)$ функции распределения $F(x)$ по выборке

$$x_1, \dots, x_i, \dots, x_N, \quad (5.2)$$

когда N мало.

Известны три весьма простых метода [24]. Первый состоит в построении статистической функции распределения в соответствии со следующим выражением:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq x_1; \\ \frac{i}{N}, & \text{если } x_i < x \leq x_{i+1}; \\ 1, & \text{если } x > x_N, \end{cases} \quad (5.3)$$

где i – порядковый номер реализации x_i в вариационном ряду (5.2).

График статистической функции распределения представляет собой ступенчатую линию со скачками, по величине равными N^{-1} , во всех точках $x = x_i, i = 1, 2, \dots, N$ (рис. 5.3).

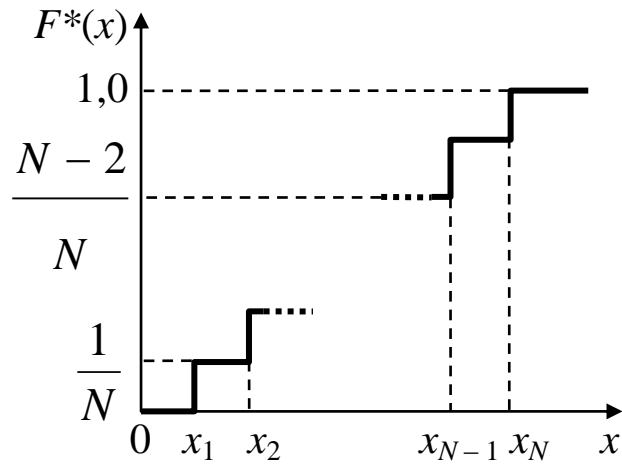


Рис. 5.3

При этом в каждой точке x_i значение оценки функции распределения следует понимать так:

$$F^*(x_i - 0) = F^*(x_{i-1}) = \frac{i-1}{N};$$

$$F^*(x_i + 0) = \frac{i}{N},$$

где $F^*(x_i - 0)$ и $F^*(x_i + 0)$ – значения оценки в точке x_i слева и справа соответственно. На интервале $(x_i, x_{i+1}]$ оценка $F^*(x)$ сохраняет постоянное значение i/N .

Точность оценки (5.3) можно определить с помощью статистики Колмогорова:

$$D_N = \max_{-\infty < x < \infty} |F^*(x) - F(x)|, \quad (5.4)$$

строю по заданной доверительной вероятности β доверительную зону с границами

$$F_B^*(x) = F^*(x) + D_N(\beta); \quad F_H^*(x) = F^*(x) - D_N(\beta).$$

Статистика (5.4) описывается распределением Колмогорова [26].

Второй метод оценивания функции распределения по малой выборке основан на использовании вероятностных бумаг, на которые нанесена специальная координатная сетка. В основу построения графиков на вероятностной бумаге положен один из принципов теории порядковых статистик: математическое ожидание $M[x_{i,N}]$ i -го наблюдения в упорядоченной выборке (5.2) объема N , описываемой $F(x)$, можно аппроксимировать с помощью следующего выражения:

$$M[x_{i,N}] = F^{-1}\left(\frac{i-c}{N-2c+1}\right), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (5.5)$$

где $F^{-1}\left(\frac{i-c}{N-2c+1}\right)$ – такое значение x , что

$$F(x) = \frac{i-c}{N-2c+1} = \int_{-\infty}^x f(\xi) d\xi, \quad (5.6)$$

то есть это $\frac{i-c}{N-2c+1}$ -й квантиль распределения $F(x)$, а

c – число, зависящее от N и $F(x)$.

В выборке (5.2) каждая реализация x_i является оценкой математического ожидания (5.5) i -й порядковой статистики из

выборки объемом N . Тогда, если в системе координат с линейными шкалами по осям X и $F(x)$ в точках $\{x_i, i = 1, 2, \dots, N\}$ построить ординаты в соответствии с выражением (5.6), то концы ординат будут являться значениями оценки $F^*(x)$ в данных точках. В дальнейшем можно подобрать модель, аппроксимирующую полученную оценку $F^*(x)$.

Метод уменьшения неопределенности (МУН) позволяет строить оценку функции распределения при априорно известном интервале $[a, b]$. В МУН предлагается распределить равномерно скачек вероятности в точке x_i и распространить влияние указанного преобразования на весь интервал $[x_{i-1}, x_{i+1}]$.

Смысл сказанного поясняется с помощью рис. 5.4, где по трем наблюдениям построена оценка $F^*(x)$.

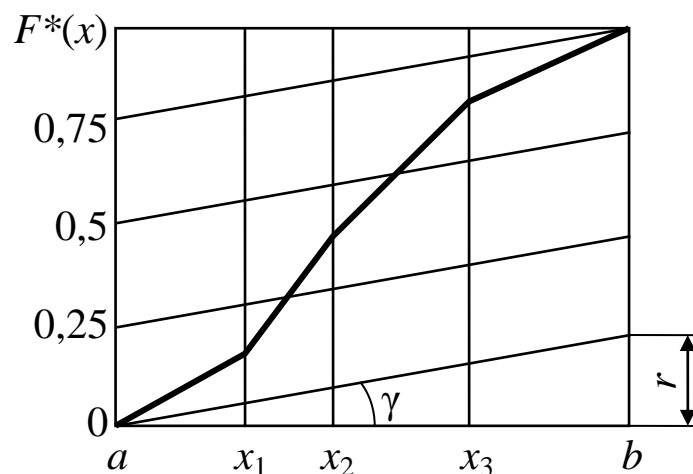


Рис. 5.4

Для ее получения необходимо в интервале $[a, b]$ нанести на график наклонные линии, число которых равно $(N + 1)$, под углом

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{r}{b-a} = \operatorname{arctg} \frac{1}{(N+1)(b-a)}$$

к оси абсцисс на одинаковом расстоянии друг от друга, равном величине $r = \frac{1}{N+1}$, и далее построить ломаную линию от точки $(a, 0)$ до точки $(b, 1)$ через середины отрезков, перпендикулярных оси абсцисс, восстановленных в точках $\{x_i, i = 1, 2, \dots, N\}$ и заключенных между наклонными линиями. Данная ломаная линия и является искомой оценкой $F^*(x)$.

В общем виде выражение для оценки $F^*(x)$ имеет следующий вид:

$$F^*(x) = \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} [F^*(x_i) - F^*(x_{i-1})] + F^*(x_{i-1}) \quad (5.7)$$

при $x_{i-1} \leq x < x_i$ и

$$F^*(x_i) = \frac{1}{N+1} \left[\frac{x_i - a}{b-a} + (i - 0,5) + (k_i - 1) \right], \quad (5.8)$$

где k_i – число случаев равенства реализаций x_i .

Точность оценки (5.7), (5.8) также определяется с помощью статистики Колмогорова (5.4).

5.3. Применение теории малой выборки для корректировки размеров пресс-формы

Рассмотрим проблему появления брака при изготовлении ПЭТ-колб (рис. 5.5), предназначенных для выдувания полиэтиленовых емкостей.

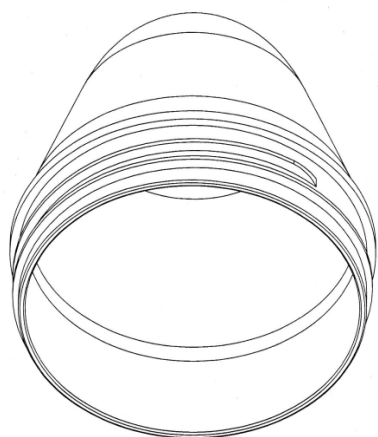


Рис. 5.5

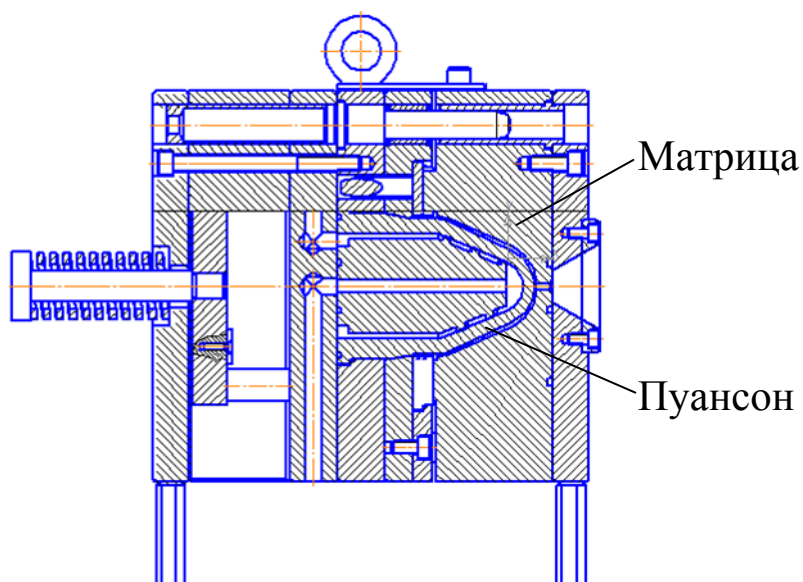


Рис. 5.6

Узел пресс-формы, в котором формируется колба, состоит из 2-х деталей: пуансон и матрица (рис. 5.6). В зазор между ними подаётся под давление жидкий полимер, который в нем застывает. После охлаждения ПЭТ-колбы её отправляют на другой станок, где снова нагревают и под высоким давлением раздувают в форму. Получается готовая продукция. У ПЭТ-колбы есть минимально допустимая толщина, при которой ещё получается годная продукция. Если толщина ПЭТ-колбы меньше, то или при выдувании её разрывает, или получается готовая продукция слишком тонкая. Вследствие этого была поставлена задача: Определить технические условия на изготовление узла: матрица-пуансон, такие чтобы вероятность возникновения бракованных ПЭТ-колб не превосходила 1%, но при этом они были бы как можно тоньше, чтобы не увели-

чить массу изделия, что приведёт к увеличению стоимости данной продукции.

На предприятии было изготовлено 3 таких пресс-формы. Для проведения статистических исследований и решения поставленной задачи потребуются иные методы, нежели те, что применяются в среднесерийном, крупносерийном и массовом производствах. Одним из методов, позволяющим решить данную задачу, является метод уменьшения неопределённости (МУН), описанный выше.

По результатам измерений имеющихся на предприятии матриц и пуансонов получены две малые выборки, состоящие из трех элементов каждая (табл. 5.1).

Таблица 5.1

	X_1	X_2	X_3
Матрица	108,1509	108,1568	108,1663
Пуансон	106,083	106,097	106,101

Минимально допустимая толщина готового изделия равна 2,05 мм. Это означает, что зазор между матрицей и пуансоном не должен быть меньше 2,05 мм.

Для удобства расчетов прибавим эту величину к размерам пуансона и будем считать, что зазор между ними не должен быть меньше нуля. Получим новую малую выборку, условно названную размерами пуансона:

$$X_1 = 108,133; X_2 = 108,147; X_3 = 108,151.$$

В качестве интервалов изменения случайных величин возьмем их минимально и максимально допустимые размеры согласно заданным конструкторским допускам:

$$a_m = 108,15; \quad b_m = 108,17;$$
$$a_{\Pi} = 108,125; \quad b_{\Pi} = 108,155.$$

Как видим, поля допусков матрицы и пуансона перекрываются, то есть возможны случаи, когда матрица окажется меньше пуансона, что не допустимо. Для уменьшения вероятности возникновения такой ситуации построим оценки функций распределения обеих случайных величин методом уменьшения неопределенности.

Тангенсы углов наклона прямых для обеих составляющих пресс-формы соответственно равны:

$$\operatorname{tg}(\gamma_m) = \frac{1}{(3+1)(108,17-108,15)} = 12,5;$$
$$\operatorname{tg}(\gamma_{\Pi}) = \frac{1}{(3+1)(108,155-108,125)} = 8,333.$$

Таких прямых будет 4, расстояние между ними равно 1/4.

Точки пересечения середин отрезков этих прямых с вертикальными прямыми, проведенными в точках X_i ($i = 1, 2, 3$), имеют следующие координаты:

$$XF_M = \begin{pmatrix} 108,150 \\ 108,151 \\ 108,157 \\ 108,166 \\ 108,170 \end{pmatrix}; YF_M = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,136 \\ 0,460 \\ 0,829 \\ 1 \end{pmatrix}; XF_{II} = \begin{pmatrix} 108,125 \\ 108,133 \\ 108,147 \\ 108,151 \\ 108,155 \end{pmatrix}; YF_{II} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,217 \\ 0,558 \\ 0,842 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Аппроксимируем их кубическими парабололами, получим:

$$\begin{aligned} F_M(X) &= -8,761X^3 + 1895X^2 - 102500X - 2843; \\ F_{II}(X) &= 7,507X^3 - 1623X^2 + 87710X - 2434. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Доверительный интервал (5.4) при доверительной вероятности $\beta = 0,9$ равен $D_3 = 0,565$ [26]. Нетрудно убедиться, что аппроксимирующие полиномы (5.9) находятся каждый внутри своего доверительного «коридора» $(YF_i - D_3; YF_i + D_3)$, $i = 1, \dots, 5$.

Вероятность того, что матрица окажется меньше верхнего предельного отклонения на пуансон, равна: $F_M(b_{II}) = 0,346$. Вероятность того, пуансон окажется больше нижнего предельного отклонения на матрицу, равна: $1 - F_{II}(a_M) = 0,256$. Вероятность того, что эти события произойдут одновременно, равна произведению их вероятностей: $F_M(b_{II})[1 - F_{II}(a_M)] = 0,089$. Таким образом, при существующих размерах пуансона и матрицы вероятность возникновения брака равна 8,9%.

Максимально допустимый размер пуансона, при котором вероятность брака не превысит 1%, получаем из решения уравнения

$$F_M(b_{\Pi})[1 - F_{\Pi}(a_M)] < 0,01$$

относительно b_{Π} . Получаем $b_{\Pi} = 108,15$ мм, или с учетом толщины готового изделия $b_{\Pi} = 106,1$ мм.

Программа решения задачи в пакете MathCAD приведена в Приложении 5.

Таким образом, для того, чтобы вероятность возникновения брака не превышала 1%, необходимо уменьшить верхнее предельное отклонение на размер пуансона на 0,005 мм.

5.4. Оптимизация сверления при изготовлении пуансона пресс-формы

Внутренняя поверхность пуансона пресс-формы образуется сверлением с последующим растачиванием.

Определим оптимальные значения подачи S и частоты вращения n сверла, обеспечивающие минимальную трудоемкость (τ) и минимальную себестоимость операции (C).

Первая целевая функция представляет собой выражение трудоемкости как сумму основного времени (τ_0), вспомогательного времени (τ_B) и инструментального времени ($\tau_{И}$):

$$\tau(S, n) = \tau_0 + \tau_B + \tau_{И} \rightarrow \min.$$

Вспомогательное время не зависит от подачи и частоты вращения сверла:

$$\tau_B \neq f(S, n) = \text{const.}$$

Основное время является функцией подачи, частоты вращения сверла и глубины отверстия L :

$$\tau_0 = \frac{L}{Sn}$$

Инструментальное время определяется через основное:

$$\tau_{\text{и}} = \frac{\tau_1 \tau_0}{T},$$

где τ_1 – время на замену затупившегося инструмента; T – период стойкости инструмента.

Для вывода зависимости стойкости от подачи и частоты вращения сверла воспользуемся формулой для скорости резания:

$$V = \frac{C_V}{t^x S^y T^m}, \quad (5.9)$$

где C_V, x, y, m – справочные коэффициенты.

Из (5.9) следует

$$T = \left(\frac{C_V}{t^x S^y V} \right)^{\frac{1}{m}} = \left(\frac{C_V \cdot 1000}{t^x S^y n \pi D} \right)^{\frac{1}{m}} = \frac{C_T}{S^{x_T} n^{y_T}},$$

где

$$C_T = \left(C_V \cdot \frac{1000}{t^x \pi D} \right)^{\frac{1}{m}}; \quad x_T = \frac{x}{m}; \quad y_T = \frac{y}{m}.$$

Таким образом, целевая функция принимает вид:

$$\tau = \tau_{\text{в}} + \frac{L}{Sn} + \frac{\tau_1 L S^{x_T - 1} n^{y_T - 1}}{C_T}.$$

Вторая целевая функция имеет вид:

$$C(S, n) = C_{\tau_B} + C_{\tau_0} + C_{\text{и}} \rightarrow \min.$$

Здесь стоимость вспомогательного времени:

$$C_{\tau_B} = C_1 \tau_B = \text{const},$$

где C_1 – стоимость станкоминуты.

Стоимость основного времени:

$$C_{\tau_0} = C_1 \tau_0 = C_1 \frac{L}{Sn};$$

Стоимость инструментального времени:

$$C_{\text{и}} = \left(C_1 \tau_1 + C_3 + \frac{C_{\text{н}} - C_{\text{из}}}{z'+1} \right) \frac{\tau_0}{T},$$

где C_3 – стоимость одной заточки инструмента; $C_{\text{н}}$, $C_{\text{из}}$ – стоимость соответственно нового и изношенного инструментов; z' – число переточек, допустимых инструментом; T – стойкость инструмента.

Таким образом, целевая функция принимает вид:

$$C = C_1 \tau_B + C_1 \frac{L}{Sn} + \left(C_1 \tau_1 + C_3 + \frac{C_{\text{н}} - C_{\text{из}}}{z'+1} \right) \frac{\tau_0}{T}.$$

Технические ограничения представляют собой 2 активных ограничения:

Достаточность стойкости инструмента для обработки одной заготовки:

$$\tau_0 \leq T;$$

Расчетные режимы должны соответствовать режимам станка:

$$S \in S_{\text{ст}}; n \in n_{\text{ст}};$$

Для решения поставленной задачи введем параметр λ и построим линейную свёртку критериев τ и C :

$$F(S, n) = \lambda \tau(S, n) + (1 - \lambda) C(S, n) \rightarrow \min.$$

Или подробнее:

$$F(S, n) = \lambda \left(\tau_{\text{в}} + \frac{L}{Sn} + \frac{\tau_1 L S^{xT-1} n^{yT-1}}{C_T} \right) + \\ + (1 - \lambda) \left[C_1 \tau_{\text{в}} + C_1 \frac{L}{Sn} + \left(C_1 \tau_1 + C_3 + \frac{C_{\text{н}} - C_{\text{из}}}{z'+1} \right) \frac{\tau_0}{T} \right] \rightarrow \min.$$

Для рассматриваемой операции константы имеют следующие значения:

$$t = 15 \text{ мм}; D = 30 \text{ мм}; L = 74 \text{ мм}; C_V = 7; z = 3;$$

$$\tau_1 = 5 \text{ мин}; x = 0,28; y = 0,61; m = 0,19;$$

$$C_1 = 0,017 \text{ руб/мин}; C_3 = 50 \text{ руб};$$

$$C_{\text{н}} = 300 \text{ руб}; C_{\text{из}} = 100 \text{ руб};$$

Для получения множества компромиссных решений будем искать значения S и n , доставляющие минимум функции $F(S, n)$. Для этого, меняя значения λ от 0 до 1 с шагом 0,1, будем находить значения S и n , при которых функция $F(S, n)$ будет минимальна.

Полученные данные приведены в табл. 5.2.

Таблица 5.2

λ	S , мм/об	n , об/мин	τ , мин	C , руб
0	0,025	200	16,861	1,499
0,1	0,05	200	9,484	1,845
0,2	0,1	200	5,817	2,436
0,3	0,125	200	5,09	2,685
0,4	0,175	200	4,267	3,12
0,5	0,225	200	3,816	3,497
0,6	0,275	200	3,534	3,835
0,7	0,375	200	3,205	4,426
0,8	0,5	200	2,991	5,061
0,9	0,5	200	2,991	5,061
1	0,5	220	2,982	6,236

На рис. 5.7 показано полученное множество паретооптимальных решений в пространстве критериев (рис. 5.7.а) и пространстве решений (рис. 5.7.б).

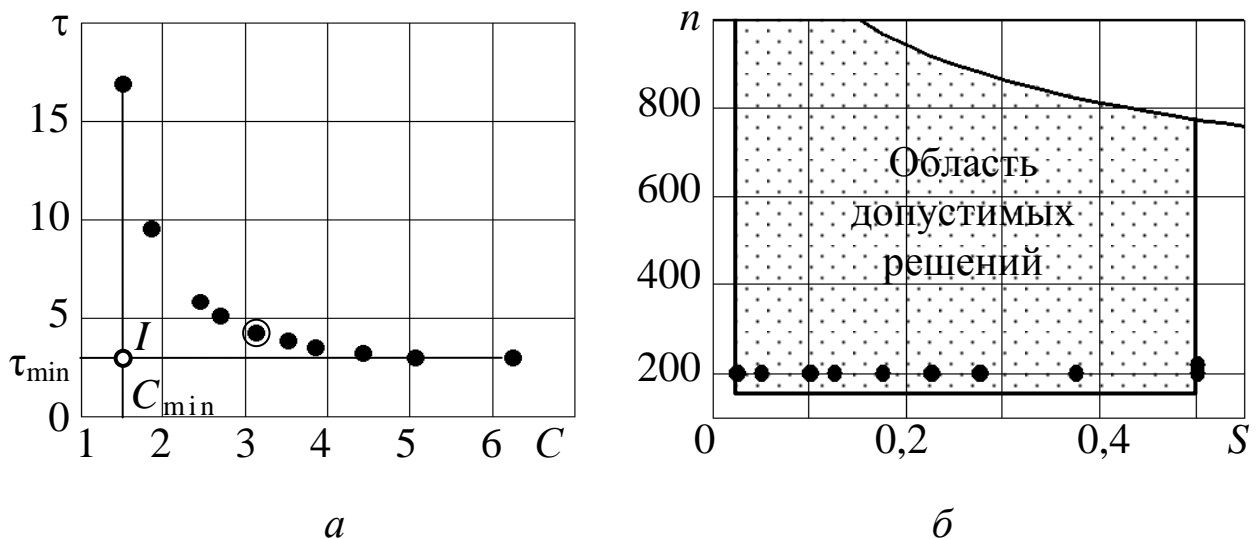


Рис. 5.7

Из множества компромиссов ЛПР должен выбрать наилучший вариант по субъективным соображениям или воспользоваться методом «идеальной» точки.

Метод «идеальной» точки заключается в отыскании в множестве Парето точки, ближайшей к точке утопии, задаваемой ЛПР. Обычно в качестве координат такой точки выбирается сочетание наилучших значений всех критериев. Эта точка не принадлежит паретооптимальному множеству, поэтому ее и называют точкой утопии.

В нашем случае такой идеальной точкой будет являться точка I с координатами (C_{\min}, τ_{\min}) (см. рис. 5.7.a).

Расстояние от нее до паретооптимальных решений находится по формуле:

$$r_k = \sqrt{(C_k - C_{\min})^2 + (\tau_k - \tau_{\min})^2}; \quad k = 1, \dots, 11,$$

где k – номер точки.

Полученные расстояния приведены в табл. 5.3.

Таблица 5.3

k	r_k
1	13,879
2	6,511
3	2,986
4	2,419
5	2,069
6	2,165
7	2,400
8	2,935
9	3,562
10	3,562
11	4,737

Из таблицы 5.3 видно, что наиболее близкая точка к идеальной – точка $k = 5$. Эта точка имеет значение $\lambda = 0,4$ (см. табл. 5.2).

Ее координаты в пространстве критериев:

$$\tau = 4,267 \text{ мин}; \quad C = 3,12 \text{ руб.},$$

в пространстве решений:

$$S = 0,175 \text{ мм/об}; \quad n = 200 \text{ об/мин.}$$

Таким образом, в результате оптимизации операции сверления получены оптимальные режимы:

$$S = 0,175 \text{ мм/об}; \quad n = 200 \text{ об/мин.},$$

доставляющие наилучшие значения трудоемкости и себестоимости

$$\tau = 4,267 \text{ мин}; C = 3,12 \text{ руб.}$$

Программа расчета в пакете MathCAD приведена в Приложении 6.

Глава 6. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА УСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

6.1. Метод множителей Лагранжа

Пусть задана задача математического программирования
максимизировать функцию

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (6.1)$$

при ограничениях

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_k) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (6.2)$$

Ограничения в задаче заданы равенствами, поэтому для ее решения можно воспользоваться классическим методом отыскания условного экстремума функций нескольких переменных [27]. При этом полагаем, что функции $f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ и $g_i(x_1, x_2, \dots, x_k) = 0$ ($i = 1, 2, \dots, m$) непрерывны вместе со своими первыми частными производными. Для решения задачи составим функцию

$$\begin{aligned}
& F(x_1, x_2, \dots, x_k, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m) = \\
& = f(x_1, x_2, \dots, x_k) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x_1, x_2, \dots, x_k),
\end{aligned} \tag{6.3}$$

определим ее частные производные

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial F}{\partial x_j} \quad (j = 1, 2, \dots, k), \\
& \frac{\partial F}{\partial \lambda_i} \quad (i = 1, 2, \dots, m)
\end{aligned}$$

и приравняем их нулю. В результате получим систему алгебраических уравнений

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial F}{\partial x_j} = \frac{\partial f}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial x_j} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, k, \\
& \frac{\partial F}{\partial \lambda_i} = g_i(x_1, x_2, \dots, x_k) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m.
\end{aligned} \tag{6.4}$$

Функция (6.3) называется функцией Лагранжа, а числа λ_i – множителями Лагранжа. Если функция $Z = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ в точке $X^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_k^{(0)})$ имеет экстремум, то существует такой вектор $\Lambda^{(0)} = (\lambda_1^{(0)}, \lambda_2^{(0)}, \dots, \lambda_m^{(0)})$, что точка $(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_k^{(0)}, \lambda_1^{(0)}, \lambda_2^{(0)}, \dots, \lambda_m^{(0)})$ является решением системы (6.4). Следовательно, решая систему (6.4), получаем множество точек, в которых функция Z может иметь экстремальные значения. При этом неизвестен способ определения точек глобального минимума или максимума. Однако если решения системы найдены, то для определения глобального миниму-

ма (минимума) достаточно найти значения функции в соответствующих точках. Если для функций $Z = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ и $g_i(x_1, x_2, \dots, x_k) = 0$ ($i = 1, 2, \dots, m$) существуют вторые частные производные и они непрерывны, то можно вывести достаточное условие существования локального экстремума функции в точке, являющейся решением системы (6.4).

Например, найти точку условного экстремума функции

$$Z = 2x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 \rightarrow \min$$

при ограничениях

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 4;$$

$$2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 5.$$

Для решения этой задачи составим функцию Лагранжа:

$$F = 2x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 + \lambda_1(x_1 + x_2 + 2x_3 - 4) + \\ + \lambda_2(2x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 5).$$

Продифференцируем ее по переменным x_1, x_2, x_3, λ_1 и λ_2 .

Приравнивая полученные выражения нулю, получаем следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} = 4x_1 + \lambda_1 + 2\lambda_2 = 0;$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_2} = 6x_2 + \lambda_1 + 5\lambda_2 = 0;$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_3} = 2x_3 + 2\lambda_1 + 3\lambda_2 = 0;$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda_1} = x_1 + x_2 + 2x_3 - 4 = 0;$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda_2} = 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 5 = 0.$$

Решая данную систему, находим:

$$x_1 = 0,355; \quad x_2 = -0,336; \quad x_3 = 1,991; \quad Z = 4,555.$$

6.2. Оптимальное распределение средств предприятия для получения максимальной прибыли

Рассмотрим работу некоторого машиностроительного предприятия [27].

Для обеспечения нормальной работы оборудования этого предприятия необходимо закупить n видов высокоточного специального инструмента, не подлежащего переточке, на сумму d рублей. Стоимость одного инструмента равна b_j . Анализ заказов, выполняемых предприятием, показал, что потребность в j -м виде инструментов есть случайная величина Y_j , имеющая показательный закон распределения с параметром a_j .

Плотность распределения показательного закона определяется формулой [21]

$$f(y) = ae^{-ay}.$$

Использование j -го инструмента позволяет получить предприятию доход от выполненных заказов, равный C_j . От-

сутствие j -го инструмента в случае необходимости приводит к убыткам, равным r_j . Если инструмент не используют в данном периоде, то убыток составляет q_j .

Как распределить имеющиеся средства, чтобы средняя общая прибыль была максимальной?

Для решения поставленной задачи обозначим через x_j сумму, выделяемую на закупку j -го инструмента. Тогда будет куплено x_j/b_j инструментов j -го типа.

Условимся считать все переменные непрерывными. Определим получаемый доход D_j :

$$D_j = \begin{cases} \frac{C_j x_j}{b_j} & \text{при } Y_j \geq \frac{x_j}{b_j}; \\ C_j Y_j & \text{при } Y_j < \frac{x_j}{b_j}. \end{cases}$$

Величина убытков U_{1j} , имеющих место в результате отсутствия j -го инструмента (при наличии потребности в нем) определяется формулой:

$$U_{1j} = \begin{cases} 0 & \text{при } Y_j \leq \frac{x_j}{b_j}; \\ r_j \left(Y_j - \frac{x_j}{b_j} \right) & \text{при } Y_j > \frac{x_j}{b_j}. \end{cases}$$

Потери U_{2j} , вызванные тем, что имеющийся инструмент не использовался:

$$U_{2j} = \begin{cases} 0 & \text{при } Y_j \geq \frac{x_j}{b_j}; \\ q_j \left(\frac{x_j}{b_j} - Y_j \right) & \text{при } Y_j < \frac{x_j}{b_j}. \end{cases}$$

Определим суммарную прибыль от использования j -го инструмента:

$$Z_j = D_{1j} - U_{1j} - U_{2j}.$$

Или подробнее:

$$\begin{aligned} Z_j &= C_j \frac{x_j}{b_j} \int_{x_j/b_j}^{\infty} a_j e^{-a_j y_j} dy_j + C_j \int_0^{x_j/b_j} y_j a_j e^{-a_j y_j} dy_j - \\ &- r_j \int_{x_j/b_j}^{\infty} \left(y_j - \frac{x_j}{b_j} \right) a_j e^{-a_j y_j} dy_j - q_j \int_0^{x_j/b_j} y_j a_j e^{-a_j y_j} dy_j = \\ &= \frac{C_j}{a_j} - \frac{q_j x_j}{b_j} + \frac{q_j}{a_j} + (q_j + C_j + r_j) \int_{x_j/b_j}^{\infty} \left(\frac{x_j}{b_j} - y_j \right) a_j e^{-a_j y_j} dy_j. \end{aligned}$$

Суммарная прибыль от использования n инструментов составляет:

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{i=1}^n \left[\frac{C_j}{a_j} - \frac{q_j x_j}{b_j} + \frac{q_j}{a_j} + \right. \\ &\left. + (q_j + C_j + r_j) \int_{x_j/b_j}^{\infty} \left(\frac{x_j}{b_j} - y_j \right) a_j e^{-a_j y_j} dy_j \right]. \end{aligned} \quad (6.5)$$

Величины x_j должны быть найдены так, чтобы

$$\sum_{i=1}^n x_j = d. \quad (6.6)$$

Таким образом, рассматриваемую задачу можно сформулировать следующим образом:

Найти значения сумм (x_j) , выделяемых для закупки каждого инструмента, доставляющих максимум функции (6.5) при ограничении (6.6). Другими словами, необходимо определить количество закупаемого инструмента, чтобы получить от него максимальную прибыль.

Для решения составляем функцию Лагранжа:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n, \lambda) = \sum_{j=1}^n Z_j + \lambda \left(\sum_{j=1}^n x_j - d \right) \rightarrow \max.$$

Продифференцируем функцию Лагранжа по $x_1, x_2, \dots, x_n, \lambda$ и приравняем производные нулю:

$$\frac{\partial F}{\partial x_j} = -\frac{q_j}{b_j} + (q_j + C_j + r_j) \int_{x_j/b_j}^{\infty} \frac{a_j}{b_j} e^{-a_j y_j} dy_j + \lambda = 0, \quad j = 1, \dots, n;$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = \sum_{j=1}^n x_j - d = 0.$$

Здесь при дифференцировании была использована формула [28]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dy} \int_{\alpha(y)}^{\beta(y)} f(x, y) dx &= \int_{\alpha(y)}^{\beta(y)} f'_y(x, y) dx + \\ &+ \beta'(y) f(\beta(y), y) - \alpha'(y) f(\alpha(y), y). \end{aligned}$$

Решая полученную систему алгебраических уравнений, находим значения x_j .

Пусть $d = 820$ тыс. руб., $n = 3$, а значения a , b , C , r и q заданы в табл. 6.1.

Таблица 6.1

j	a_j	b_j	C_j	r_j	q_j
1	0,25	20	30	18	12
2	0,15	25	22	18	10
3	0,10	30	25	15	10

Тогда система уравнений имеет следующий вид:

$$e^{-0,0125x_1} - 0,2 + \lambda = 0;$$

$$e^{-0,006x_2} - 0,2 + \lambda = 0;$$

$$e^{-x_3/300} - 0,2 + \lambda = 0;$$

$$x_1 + x_2 + x_3 - 820 = 0.$$

Решениями системы являются значения $x_1 = 120$, $x_2 = 250$ и $x_3 = 450$, то есть необходимо закупить $120/20 = 6$ инструментов первого типа, $250/25 = 10$ – второго и $450/30 = 15$ – третьего.

Найдем суммарную прибыль $Z = \sum_{j=1}^3 Z_j$:

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{30}{0,25} + \frac{12}{0,25} - \frac{12 \cdot 120}{20} + 60 \int_6^{\infty} (6 - y_1) 0,25 e^{-0,25y_1} dy_1 = \\ &= 120 + 48 - 72 - \frac{60}{0,25} e^{-0,25 \frac{120}{20}} = 42,45; \end{aligned}$$

$$Z_2 = \frac{22}{0,15} + \frac{10}{0,15} - \frac{10 \cdot 25}{25} + 50 \int_{10}^{\infty} (10 - y_2) 0,15 e^{-0,15 y_2} dy_2 =$$

$$= 213,33 - 100 - \frac{50}{0,15} e^{-0,15} = 38,95;$$

$$Z_3 = \frac{25}{0,1} + \frac{10}{0,1} - \frac{10 \cdot 450}{30} + 50 \int_{15}^{\infty} (15 - y_3) 0,1 e^{-0,1 y_3} dy_3 =$$

$$= 250 + 100 - 150 - \frac{50}{0,1} e^{-0,15} = 88,43.$$

$$Z = 42,45 + 38,95 + 88,43 = 169,83 \text{ (тыс. руб.)}.$$

При вычислении Z_1 , Z_2 , Z_3 использовано значение интеграла [28]:

$$\int_{x_j/b_j}^{\infty} \left(\frac{x_j}{b_j} - y_j \right) a_j e^{-a_j y_j} dy_j = -\frac{e^{-a_j x_j/b_j}}{a_j}.$$

Следует отметить, что если не учитывать условие $x_1 + x_2 + x_3 = d$, то суммарная прибыль Z принимает большее значение и при этом значение $\sum_{j=1}^3 x_j$ превышает d .

6.3. Диалоговый метод распределения общей трудоемкости по операциям технологического процесса

В машиностроительном производстве при изготовлении сложного изделия часто возникают ситуации, когда необходимо четко распределить трудоемкость изготовления каждой

детали (узла), входящей в изделие, чтобы избежать простоев в процессе его сборки. При этом приходится распределить время изготовления каждой детали (узла) по операциям.

Пусть на изготовление одной из деталей выделено время, равное τ_{Σ} мин.

Это время необходимо распределить по N заданным операциям (точение, фрезерование, сверление и т.п.).

Обозначим через τ_j трудоемкость выполнения j -й операции, $j = 1, 2, \dots, N = \overline{(1, N)}$.

Тогда математически рассматриваемая обратная задача состоит в нахождении значений τ_j , удовлетворяющих следующим условиям:

$$\tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_j + \dots + \tau_N = \sum_{j=1}^N \tau_j = \tau_{\Sigma}; \quad (6.7)$$

$$\tau_1 > 0, \tau_2 > 0, \dots, \tau_j > 0, \dots, \tau_N > 0. \quad (6.8)$$

Задача (6.7), (6.8) имеет бесконечное множество решений τ_j , $j = \overline{(1, N)}$.

Для получения ее единственного решения наиболее простым способом логично равномерно распределить трудоемкости операций. Будем использовать следующую вспомогательную задачу оптимизации: «Определить значения переменных τ_j , $j = \overline{(1, N)}$, доставляющих минимум целевой функции:

$$W = \sum_{j=1}^N (\tau_j - \tau_j^*)^2 \rightarrow \min_{\tau_j} \quad (6.9)$$

при удовлетворении ограничению (6.7)».

Здесь τ_j^* , $j = \overline{1, N}$ – заданные значения трудоемкости операций. В качестве этих величин могут быть использованы фактические значения трудоемкости операций при изготовлении детали-аналога, или эти значения могут быть заданы лицом, принимающим решения (ЛПР), на основе его опыта и интуиции как «желаемые» трудоемкости каждой j -й операции, $j = \overline{1, N}$. В этом случае функция (6.9) описывает меру отклонения искомым значений τ_j от их «желаемых» значений τ_j^* , $j = \overline{1, N}$. При этом сформулированная выше задача (6.9), (6.7) минимизирует эти отклонения, то есть позволяет получить наиболее приемлемый для ЛПР результат.

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом условной оптимизации, предусматривающим построение и минимизацию функции Лагранжа:

$$L(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N, \lambda) = \sum_{j=1}^N (\tau_j - \tau_j^*)^2 + \lambda \left(\sum_{j=1}^N \tau_j - \tau_\Sigma \right) \rightarrow \min, \quad (6.10)$$

где λ – неопределенный множитель Лагранжа.

Используя необходимые условия экстремума [28] этой функции, получаем следующие уравнения для нахождения ее стационарных точек (точек, подозрительных на экстремум):

$$\frac{\partial L}{\partial \tau_j} = 2(\tau_j - \tau_j^*) + \lambda = 0, \quad j = (\overline{1, N}); \quad (6.11)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{j=1}^N \tau_j - \tau_\Sigma = 0. \quad (6.12)$$

Из уравнения (6.11) имеем:

$$\tau_j = \tau_j^* - \frac{\lambda}{2}. \quad (6.13)$$

Подставим полученную формулу в уравнение (6.12), получим:

$$\sum_{j=1}^N \left(\tau_j^* - \frac{\lambda}{2} \right) - \tau_\Sigma = 0,$$

откуда получаем:

$$\lambda = \frac{2}{N} \left(\sum_{j=1}^N \tau_j^* - \tau_\Sigma \right).$$

Подставив полученное выражение в формулу (6.13), окончательно имеем:

$$\tau_j = \tau_j^* - \frac{1}{N} \left(\sum_{j=1}^N \tau_j^* - \tau_\Sigma \right), \quad j = (\overline{1, N}). \quad (6.14)$$

Определим условия, налагаемые на значения τ_j^* , $j = (\overline{1, N})$ и τ_Σ , при которых должны выполняться ограничения (6.8).

Значения переменных τ_j , вычисляемые по формуле (6.14), будут положительными при выполнении неравенства:

$$\tau_j = \tau_j^* - \frac{1}{N} \left(\sum_{j=1}^N \tau_j^* - \tau_\Sigma \right) > 0, \quad j = (\overline{1, N}).$$

Отсюда условия существования решения задачи (6.7)-(6.9) записывается как

$$\sum_{j=1}^N \tau_j^* < N \tau_j^* + \tau_\Sigma. \quad (6.15)$$

Для примера рассмотрим процесс изготовления детали, включающий 3 операции – точение, фрезерование и сверление. На все операции отводится 20 мин. По опыту изготовления аналогичных деталей установлены «желаемые» значения трудоемкости – на токарную операцию требуется примерно 7 мин., на фрезерную – примерно 3 мин., на сверление – примерно 4 мин.

Таким образом, исходными данными поставленной задачи являются:

$$\tau_\Sigma = 20; \quad N = 3; \quad \tau_1^* = 7; \quad \tau_2^* = 3; \quad \tau_3^* = 4.$$

Проверим выполнение условий (6.15):

$$\sum_{j=1}^3 \tau_j^* = 7 + 3 + 4 = 14.$$

$$j = 1: 14 < 3 \cdot 7 + 20 = 41;$$

$$j = 2: 14 < 3 \cdot 3 + 20 = 29;$$

$$j = 3: 14 < 3 \cdot 4 + 20 = 32.$$

Все условия вида (6.15) в данном примере выполняются.

Значения искоемых переменных получаем по формуле (6.14):

$$\tau_1 = 7 - \frac{1}{3}(14 - 20) = 9 \text{ мин};$$

$$\tau_2 = 3 - \frac{1}{3}(14 - 20) = 5 \text{ мин};$$

$$\tau_3 = 4 - \frac{1}{3}(14 - 20) = 6 \text{ мин}.$$

Заметим, что разница между $\tau_{\Sigma} = 20$ и $\tau_1^* + \tau_2^* + \tau_3^* = 14$, равная 6 мин, равномерно распределилась между операциями по 2 мин. на каждую. Однако на практике такое распределение может оказаться не эффективным, особенно при большой разнице между трудоемкостями операций.

Логичнее было бы корректировать эти величины в соответствии с «желаемыми» значениями.

В этом случае в качестве целевой функции будем использовать сумму квадратов разностей, деленных на их вес:

$$W = \sum_{j=1}^N \left(\frac{\tau_j - \tau_j^*}{\tau_j^*} \right)^2 \rightarrow \min_{\tau_j}. \quad (6.16)$$

Будем решать задачу (6.16), (6.7).

Функция Лагранжа, сформированная на основе выражений (6.16) и (6.7), будет иметь вид:

$$L(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N, \lambda) = \sum_{j=1}^N \left(\frac{\tau_j - \tau_j^*}{\tau_j^*} \right)^2 + \lambda \left(\sum_{j=1}^N \tau_j - \tau_\Sigma \right), \quad (6.17)$$

где λ – неопределенный множитель Лагранжа.

Используя необходимые условия экстремума [28] этой функции, получаем следующие уравнения для нахождения ее стационарных точек (точек, подозрительных на экстремум):

$$\frac{\partial L}{\partial \tau_j} = 2 \left(\frac{\tau_j - \tau_j^*}{\tau_j^*} \right) \frac{1}{\tau_j^*} + \lambda = 0, \quad j = (\overline{1, N}); \quad (6.18)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{j=1}^N \tau_j - \tau_\Sigma = 0. \quad (6.19)$$

Преобразуем выражение (6.18) к виду:

$$\frac{\tau_j - \tau_j^*}{\tau_j^{*2}} + 0,5\lambda = 0,$$

откуда получим, что

$$\tau_j = \tau_j^* - 0,5\lambda \tau_j^{*2}, \quad j = (\overline{1, N}). \quad (6.20)$$

Входящий в это выражение множитель λ найдем путем подстановки (6.20) в уравнение (6.19):

$$\sum_{j=1}^N \left(\tau_j^* - 0,5\lambda \tau_j^{*2} \right) - \tau_\Sigma = 0.$$

Разрешая это уравнение, получим:

$$0,5\lambda \sum_{j=1}^N \tau_j^{*2} = \sum_{j=1}^N \tau_j^* - \tau_\Sigma.$$

Откуда имеем:

$$\lambda = \frac{\sum_{j=1}^N \tau_j^* - \tau_\Sigma}{0,5 \sum_{j=1}^N \tau_j^{*2}}. \quad (6.21)$$

Подставляя выражение (6.21) в соотношение (6.20), получаем окончательную формулу для расчета искомых значений τ_j вида:

$$\tau_j = \tau_j^* - \frac{\tau_j^{*2} \left(\sum_{j=1}^N \tau_j^* - \tau_\Sigma \right)}{\sum_{j=1}^N \tau_j^{*2}}, \quad j = \overline{(1, N)}. \quad (6.22)$$

Определим условия, налагаемые на значения τ_j^* , $j = \overline{(1, N)}$ и τ_Σ , при которых должны выполняться ограничения (6.8).

Значения переменных τ_j , вычисляемые по формуле (6.22), будут положительными при выполнении неравенства:

$$\tau_j^* - \frac{\tau_j^{*2} \left(\sum_{j=1}^N \tau_j^* - \tau_\Sigma \right)}{\sum_{j=1}^N \tau_j^{*2}} > 0, \quad j = \overline{(1, N)}.$$

Так как $\tau_j^* > 0$, имеем:

$$1 - \frac{\tau_j^* \left(\sum_{j=1}^N \tau_j^* - \tau_\Sigma \right)}{\sum_{j=1}^N \tau_j^{*2}} > 0;$$

или

$$\frac{\tau_j^* \left(\sum_{j=1}^N \tau_j^* - \tau_\Sigma \right)}{\sum_{j=1}^N \tau_j^{*2}} < 1.$$

Окончательно условия существования решения задачи (6.16), (6.8), (6.9) записывается как

$$\frac{\sum_{j=1}^N \tau_j^* - \tau_\Sigma}{\sum_{j=1}^N \tau_j^{*2}} < \frac{1}{\tau_j^*}; \quad j = (\overline{1, N}). \quad (6.23)$$

Рассмотрим предыдущий пример.

Вычислим следующие значения:

$$\sum_{j=1}^3 \tau_j^* = 14; \quad \sum_{j=1}^3 \tau_j^{*2} = 74. \quad (6.24)$$

Проверим выполнение условий (6.23):

$$j = 1: \quad \frac{14 - 20}{74} = -\frac{3}{37} < \frac{1}{7};$$

$$j = 2: \quad \frac{14 - 20}{74} = -\frac{3}{37} < \frac{1}{3};$$

$$j=3: \frac{14-20}{74} = -\frac{3}{37} < \frac{1}{4}.$$

Отсюда следует, что все условия вида (6.23) в данном примере выполняются.

Используя в формуле (6.22) значения (6.24), получаем следующие значения искомым переменных:

$$\tau_1 = 7 - \frac{49(14-20)}{74} = 7 + \frac{294}{74} = 10,973 \text{ мин.};$$

$$\tau_2 = 3 - \frac{9(14-20)}{74} = 3 + \frac{54}{74} = 3,730 \text{ мин.};$$

$$\tau_3 = 4 - \frac{16(14-20)}{74} = 4 + \frac{96}{74} = 5,297 \text{ мин.}$$

Проверим выполнение условия вида (6.7):

$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 10,973 + 3,730 + 5,297 = 20 \text{ мин.}$$

Если для некоторого номера $j \in (\overline{1, N})$ неравенство (6.23) не выполняется, ЛПР должен задать новое значение τ_j^* и при необходимости изменить и другие «желаемые» значения.

Другим источником получения различных вариантов распределения трудоемкости N операций на изготовление детали (узла) является варьирование составом задаваемых и рассчитываемых значений этих затрат.

Для формализации такого подхода введем совокупность параметров $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_j, \dots, \beta_N$, которые могут принимать следующие значения:

$$\beta_j = \begin{cases} 1, & \text{если } j\text{-й показатель} \\ & \text{является рассчитываемым;} \\ 0, & \text{если значение } j\text{-го показателя} \\ & \text{равно } \tau_j^*, \quad j = (\overline{1, N}). \end{cases} \quad (6.25)$$

С учетом этих параметров целевая функция (6.22) и ограничение (6.7) запишутся как:

$$W = \sum_{j=1}^N \beta_j \left(\frac{\tau_j - \tau_j^*}{\tau_j} \right)^2 \rightarrow \min; \quad (6.26)$$

$$\sum_{j=1}^N \beta_j \tau_j = \tau_\Sigma - \sum_{j=1}^N (1 - \beta_j) \tau_j^*.$$

Функция Лагранжа для задачи (6.26) будет иметь вид:

$$L(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N, \lambda) =$$

$$= \sum_{j=1}^N \beta_j \left(\frac{\tau_j - \tau_j^*}{\tau_j} \right)^2 + \lambda \left(\sum_{j=1}^N \beta_j \tau_j - \tau_\Sigma + \sum_{j=1}^N (1 - \beta_j) \tau_j^* \right).$$

Система уравнений для нахождения варьируемых значений τ_j и множителя Лагранжа λ имеет следующий вид:

$$\frac{\partial L}{\partial \tau_j} = 2\beta_j \left(\frac{\tau_j - \tau_j^*}{\tau_j^2} \right) + \lambda \beta_j = 0, \quad j = (\overline{1, N});$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{j=1}^N \beta_j \tau_j - \tau_\Sigma + \sum_{j=1}^N (1 - \beta_j) \tau_j^* = 0.$$

В связи с тем, что для рассчитываемых значений $\beta_j = 1$, из первой группы уравнений получаем выражение вида (6.20). Подставляя его в последнее уравнение системы, имеем:

$$\sum_{j=1}^N \beta_j (\tau_j^* - 0,5\lambda \tau_j^{*2}) - \tau_\Sigma + \sum_{j=1}^N (1 - \beta_j) \tau_j^* = 0.$$

Преобразуем это выражение к виду:

$$\sum_{j=1}^N \beta_j \tau_j - 0,5\lambda \sum_{j=1}^N \beta_j \tau_j^{*2} - \tau_\Sigma + \sum_{j=1}^N \tau_j^* - \sum_{j=1}^N \beta_j \tau_j^* = 0.$$

Сокращая соответствующие слагаемые и проводя несложные преобразования, получаем следующую формулу для определения множителя Лагранжа в задаче (6.25), (6.26):

$$\lambda = \frac{\sum_{j=1}^N \tau_j^* - \tau_\Sigma}{0,5 \sum_{j=1}^N \beta_j \tau_j^{*2}}.$$

Подставляя ее в правую часть выражения (6.20), получаем окончательную формулу решения задачи (6.25), (6.26):

$$\tau_j = \begin{cases} \tau_j^* - \frac{\tau_j^{*2} \left(\sum_{j=1}^N \tau_j^* - \tau_\Sigma \right)}{\sum_{j=1}^N \beta_j \tau_j^{*2}}, & \text{для } \beta_j = 1; \\ \tau_j^*, & \text{для } \beta_j = 0, \quad j = \overline{(1, N)}. \end{cases} \quad (6.27)$$

Условия (6.8) для варьируемых значений τ_j , $j \in \overline{(1, N)}$ по аналогии с выражением (6.23) могут быть записаны как

$$\frac{\sum_{j=1}^N \tau_j^* - \tau_{\Sigma}}{\sum_{j=1}^N \beta_j \tau_j^{*2}} < \frac{1}{\tau_j^*}, \quad j \in \overline{(1, N)}. \quad (6.28)$$

Пусть в условиях предыдущего примера заданы следующие значения параметров (6.25):

$$\beta_1 = 1; \quad \beta_2 = 0; \quad \beta_3 = 1.$$

Это означает, что значения τ_1 и τ_3 являются рассчитываемыми, а значение $\tau_2 = 3$ мин.

Вычислим следующее значение:

$$\sum_{j=1}^3 \beta_j \tau_j^{*2} = 1 \cdot 7^2 + 0 \cdot 3^2 + 1 \cdot 4^2 = 65.$$

Нетрудно показать, что неравенства (6.28), обеспечивающие выполнение условий $\tau_1 > 0$, $\tau_3 > 0$, выполняются.

Применяя формулу (6.27), получим:

$$\tau_1 = 7 - \frac{49(14 - 20)}{65} = 11,523 \text{ мин.};$$

$$\tau_2 = 3 \text{ мин.};$$

$$\tau_3 = 4 - \frac{16(14 - 20)}{65} = 5,477 \text{ мин.}$$

Проверка выполнения условия (6.7) дает следующий результат:

$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 11,523 \text{ мин.} + 3 \text{ мин.} + 5,477 \text{ мин.} = 20 \text{ мин.}$$

Пусть имеем, что

$$\beta_1 = 1; \quad \beta_2 = 0; \quad \beta_3 = 0.$$

В этом случае:

$$\sum_{j=1}^3 \beta_j \tau_j^{*2} = 49.$$

Тогда решением задачи будут являться следующие значения:

$$\tau_1 = 7 - \frac{49(14 - 20)}{49} = 13 \text{ мин.};$$

$$\tau_2 = 3 \text{ мин.}; \quad \tau_3 = 4 \text{ мин.}$$

которые удовлетворяют условию (6.7).

Трудоемкость операций определяется режимами, на которых осуществляется обработка.

Формула трудоемкости содержит три составляющие [29]:

$$\tau = \tau_{\text{в}} + \tau_0 + \tau_{\text{и}},$$

где $\tau_{\text{в}}$ – вспомогательное время на съём обработанной детали и установку заготовки; τ_0 – основное время; $\tau_{\text{и}}$ – затраты времени на режущий инструмент.

Вспомогательное время $\tau_{\text{в}}$ не зависит от варьирования режимов – подачи S и скорости вращения шпинделя станка n и остается постоянной величиной.

Основное время определяется формулой:

$$\tau_0 = \frac{L}{Sn},$$

где L – длина обрабатываемой поверхности.

Инструментальное время пропорционально основному времени и обратно пропорционально периоду стойкости инструмента:

$$\tau_{\text{и}} = \frac{\tau_0}{T}.$$

Для вывода зависимости стойкости токарного резца от подачи и частоты вращения воспользуемся нормативной формулой для скорости резания:

$$V = \frac{C_V}{t^x S^y T^m}$$

где C_V , x , y , m – справочные коэффициенты; t – глубина резания; T – период стойкости инструмента.

Отсюда

$$T = \left(\frac{C_V}{t^x S^y V} \right)^{\frac{1}{m}} = \left(\frac{C_V \cdot 1000}{t^x S^y n \pi D} \right)^{\frac{1}{m}} = \frac{C_T}{S^{x_T} \cdot n^{y_T}},$$

где $C_T = \left(C_V \frac{1000}{t^x \pi D} \right)^{\frac{1}{m}}; \quad x_T = \frac{x}{m}; \quad y_T = \frac{y}{m}.$

Здесь D – диаметр инструмента.

Таким образом, трудоемкость операции точения определяется формулой:

$$\tau_1 = \tau_{\text{в}} + \frac{L}{Sn} + \frac{L}{C_T} S^{x_T-1} n^{y_T-1}. \quad (6.29)$$

Для обеспечения заданной шероховатости выбираем подачу $S = 0,4$ мм/об.

Для определения частоты вращения шпинделя станка зададим значения констант:

$$\tau_B = 2 \text{ мин}; L = 400 \text{ мм}; x_T = 4; y_T = 1,8; C_T = 4 \cdot 10^{11}.$$

Тогда из формулы (6.29) получаем следующее уравнение:

$$10,973 = 2 + \frac{400}{0,4n} + \frac{400}{4 \cdot 10^{11}} \cdot 0,4^3 n^{0,8},$$

решая которое относительно n , получаем

$$n = 111,454 \approx 111 \text{ об/мин.}$$

Подставим полученное округленное значение в формулу (6.29), получим $n = 11,01$ мин, что отличается от расчетного на 0,037 мин, то есть около 2 с.

Аналогично можно определить режимы операции фрезерования, обеспечивающие трудоемкость $\tau_2 = 3,730$ мин.

При заданных значениях подачи, обеспечивающей требуемую шероховатость поверхности, $S = 0,05$ мм/зуб и констант:

$$\tau_B = 2 \text{ мин}; L = 6,28 \text{ мм}; x_T = 0,7; y_T = 2,7; C_T = 1,18 \cdot 10^7,$$

получаем уравнение:

$$3,730 = \frac{6,28}{0,05n} + \frac{5,322V^{1,7}}{10^7 \cdot 0,05^{0,3}},$$

решив которое относительно V , получаем:

$$V = 72,681 \approx 73 \text{ м/мин.}$$

После округления трудоемкость этой операции составила 3,722 мин, что отличается от расчетного на 0,008 мин, то есть не превышает полсекунды.

Для операции сверления задаем подачу $S = 0,1$ мм/об и следующие значения констант:

$$\tau_b = 2 \text{ мин}; L = 30 \text{ мм}; x_T = 3,4; y_T = 4; C_T = 2,11 \cdot 10^8.$$

Получаем уравнение:

$$5,297 = 2 + \frac{30}{0,1n} + 14,22 \cdot 10^8 \cdot 0,1^{2,4} n^3,$$

решив которое относительно n , получаем:

$$n = 91,004 \approx 90 \text{ об/мин.}$$

При этом трудоемкость сверления на оборотах 90 будет отличаться от расчетной чуть более чем на 2 с.

При решении такой задачи может возникнуть ситуация, когда подобранные режимы резания какой-нибудь операции (или всех) по какой-либо причине не устаивают технолога. В этом случае необходимо вернуться к началу задачи и задать новые желаемые значения трудоемкостей одной или нескольких операций. Затем пересчитать значения режимов.

Если и в этом случае возникают трудности с назначением рассчитанных режимов, то нужно воспользоваться формулой (6.27), зафиксировав предварительно некоторые из величин τ_j^* , задав соответствующие значения β , равными нулю.

Задача имеет смысл при большом количестве операций и жестком ограничении времени изготовления всей детали.

Глава 7. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЕРА ПРИ СВЕРЛЕНИИ БОЛЬШОГО ЧИСЛА ОТВЕРСТИЙ В КРУПНОГАБАРИТНЫХ ДЕТАЛЯХ

В практике машиностроения задача коммивояжера возникает, например, когда необходимо просверлить большое количество отверстий в большой партии крупногабаритных деталей с наименьшими затратами на холостые ходы (рис. 7.1).

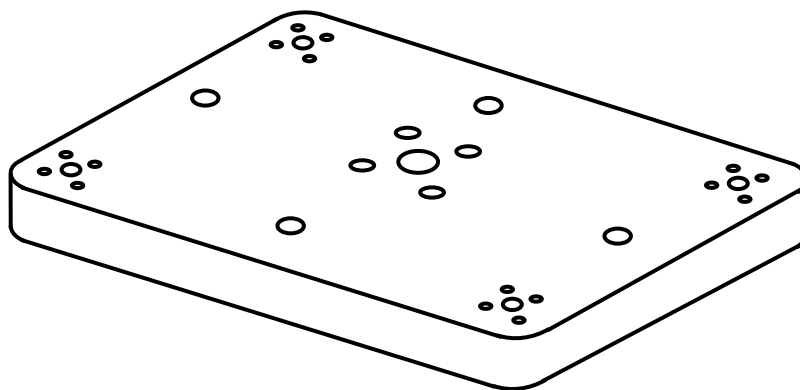


Рис. 7.1

В широко известном компьютерном пакете Unigraphics (NX 6, NX 7 и более поздние версии) встроена опция, позволяющая решить эту задачу. Однако ни в описании пакета, ни

в другой литературе, посвященной технологии машиностроения, нет описания методов решения этой задачи.

В данной главе приводится описание некоторых методов решения задачи коммивояжера и ее практическое применение.

7.1. Задача коммивояжера

Задача коммивояжера (коммивояжёр – странствующий торговец) – одна из самых известных задач комбинаторной оптимизации, заключающаяся в отыскании самого выгодного маршрута, проходящего через указанные города хотя бы по одному разу с последующим возвратом в исходный город [30].

В условиях задачи указываются критерий выгодности маршрута (кратчайший, самый дешёвый, совокупный критерий и тому подобное) и соответствующие матрицы расстояний, стоимости и тому подобного. Как правило, указывается, что маршрут должен проходить через каждый город только один раз – в таком случае выбор осуществляется среди гамильтоновых циклов.

Непременным условием и единственным смыслом задачи коммивояжера является поиск самого выгодного пути.

В 1859 г. У. Гамильтон придумал игру «Кругосветное путешествие», состоящую в отыскании пути, проходящего через все вершины графа, такого чтобы посетить каждую вершину

однократно и возвратиться в исходную. Пути, обладающие таким свойством, называются гамильтоновыми циклами.

Задача о гамильтоновых циклах в графе получила различные обобщения. Одно из этих обобщений – задача коммивояжера, имеющая ряд применений в исследовании операций, в частности при решении некоторых транспортных проблем.

Вместе с простотой определения и сравнительной простотой нахождения хороших решений задача коммивояжера отличается тем, что нахождение действительно оптимального пути является достаточно сложной задачей. Учитывая эти свойства, начиная со второй половины 20-го века, исследование задачи коммивояжера имеет не столько практический смысл, сколько теоретический в качестве модели для разработки новых алгоритмов оптимизации.

В 1950-е и 1960-е годы задача коммивояжера привлекла внимание ученых в США и Европе. Важный вклад в исследование задачи принадлежит Джорджу Данцигу, Делберту Рею Фалкерсону и Селмеру Джонсону, которые в 1954 году в институте RAND Corporation сформулировали задачу в виде задачи дискретной оптимизации и применили для ее решения метод отсечений. Используя этот метод, они построили путь коммивояжера для одной частной постановки задачи с 49 городами и обосновали его оптимальность. В 1960-е и 1970-е

годы задача изучалась многими учеными как теоретически, так и с точки зрения ее приложений в информатике, экономике, химии и биологии.

Для возможности применения математического аппарата при решении проблемы, её следует представить в виде математической модели.

Проблему коммивояжёра можно представить в виде модели на графе, то есть, используя вершины и ребра между ними (рис. 7.2).

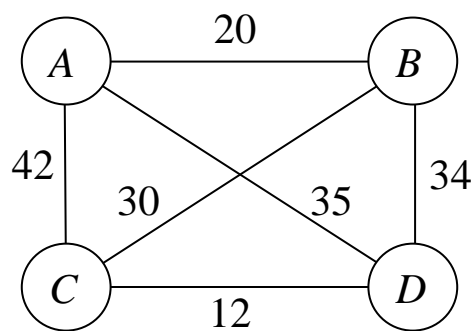


Рис. 7.2

Таким образом, вершины графа от A до D соответствуют городам, а ребра (i,j) между вершинами i и j – пути сообщения между этими городами. Каждому ребру (i,j) можно сопоставить критерий выгодности маршрута $c_{ij} \geq 0$ (На рис. 7.2 – 20, 42, ...), который можно понимать как, например, расстояние между городами, время или стоимость поездки. Маршрутом (также гамильтоновым маршрутом) называется маршрут на таком графе, в который входит по одному разу каждая вер-

шина графа. Задача заключается в отыскании кратчайшего маршрута.

В целях упрощения задачи и гарантии существования маршрута, обычно считается, что модельный граф задачи является полностью связным, то есть, что между произвольной парой вершин существует ребро. В тех случаях, когда между отдельными городами не существует сообщения, этого можно достичь путем ввода ребер с максимальной длиной. Из-за большой длины такое ребро никогда не попадет к оптимальному маршруту, если он существует.

В зависимости от того, какой критерий выгоды маршрута сопоставляется величине ребер, существуют различные варианты задачи, важнейшими из которых являются симметричная и метрическая задачи.

В общем случае, асимметричная задача коммивояжера отличается тем, что она моделируется ориентированным графом. Таким образом, следует также учитывать, в каком направлении находятся ребра.

В случае симметричной задачи все пары ребер между одними и теми же вершинами имеют одинаковую длину, то есть, для ребра (i,j) одинаковы длины $c_{ij} = c_{ji}$. В симметричном случае количество возможных маршрутов вдвое меньше

асимметричного случая. Симметричная задача моделируется неориентированным графом (см. рис. 7.2).

Симметричную задачу коммивояжера называют метрической, если относительно длин ребер выполняется неравенство треугольника. Условно говоря, в таких задачах обходные пути длиннее прямых, то есть, ребро от вершины i до вершины j никогда не бывает длиннее пути через промежуточную вершину k :

$$c_{ij} \leq c_{ik} + c_{kj}.$$

Такое свойство длины ребер определяет измеримое пространство на множестве ребер и меру расстояния, удовлетворяющую интуитивному пониманию расстояния.

Распространенные на практике функции расстояния являются также метриками и удовлетворяют неравенству треугольника:

- Евклидово расстояние в евклидовой задаче коммивояжера,
- Манхэттенская метрика (также кварталная метрика) прямоугольной задачи коммивояжера, в которой расстояние между вершинами на решетке равно сумме расстояний по оси ординат и абсцисс,

- Максимальная метрика, определяющая расстояние между вершинами решетчатого графа как максимальное значение расстояния вдоль оси ординат и абсцисс.

Две последние метрики находят применение, например, при сверлении отверстий в печатных платах, когда станок должен сделать больше отверстий за наименьшее время и может перемещать сверло в обоих направлениях для перехода от одного отверстия к следующему. Манхэттенская метрика соответствует случаю, когда передвижение в обоих направлениях происходит последовательно, а максимальная – случаю, когда передвижение в обоих направлениях происходит синхронно, а общее время равно максимальному времени передвижения вдоль оси ординат или абсцисс.

Одним из подходов к решению задачи является формулировка её в виде задачи дискретной оптимизации, при этом решения представляются в виде переменных, а связи – в виде отношений неравенства между ними. Таким образом, возможно несколько вариантов. Например, симметричную задачу можно представить в виде множества ребер V .

Каждому ребру (i,j) сопоставляется булевская переменная x_{ij} , такая что

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если цикл включает переход из пункта } i \text{ в } j, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (7.1)$$

Оптимизационная задача заключается в отыскании кратчайшего цикла:

$$C = \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min. \quad (7.2)$$

Произвольный маршрут можно представить в виде значений множества переменных принадлежности, но не каждое такое множество определяет маршрут. Условием того, что значения множества переменных определяют маршрут, являются описанные далее линейные неравенства.

Переменные x_{ij} должны удовлетворять ограничениям, обеспечивающим однократное посещение каждого пункта:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n x_{ij} &= 1, \quad i = 1, 2, \dots, n, \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} &= 1, \quad j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (7.3)$$

Количество неравенств типа (7.3) растет экспоненциально по мере увеличения количества городов. Эту проблему можно решить применением метода отсечения плоскостью, благодаря которому неравенства добавляются, только когда эти неравенства действительно необходимы.

Поскольку коммивояжер в каждом из городов встает перед выбором следующего города из тех, что он ещё не посетил, существует $(n - 1)!$ маршрутов для асимметричной и

$(n - 1)!/2$ маршрутов для симметричной задачи коммивояжера. Таким образом, размер пространства поиска зависит экспоненциально от количества городов.

Условия отсутствия локальных замкнутых маршрутов определяются следующими неравенствами:

$$\eta_i - \eta_j + (n - 1)x_{ij} \leq n - 2, \quad i, j = (\overline{1, n}), \quad i \neq j, \quad \eta_i \geq 0,$$

где η_i – вспомогательные переменные.

В замкнутом варианте задачи коммивояжера требуется посетить все вершины графа, после чего вернуться в исходную вершину. Незамкнутый вариант отличается от замкнутого тем, что в нём не требуется возвращаться в стартовую вершину.

Все эффективные (сокращающие полный перебор) методы решения задачи коммивояжера – методы эвристические. В большинстве эвристических методов находится не самый эффективный маршрут, а приближённое решение. На практике применяются различные модификации более эффективных методов: метод ветвей и границ и метод генетических алгоритмов, а также алгоритм муравьиной колонии.

7.2. Выбор оптимальной траектории сверлильной головки

Пусть на некоторой детали требуется просверлить n отверстий различного диаметра, для которых заданы координаты

ты их расположения (x_i, y_i) . Будем использовать для этой цели многопозиционную сверлильную головку (СГ) на станке с ЧПУ. Обозначим через (x_0, y_0) координаты исходного положения СГ, с которого начинается ее движение и куда она должна вернуться после окончания сверления.

Таким образом, в плоской системе координат (xOy) задано $(n + 1)$ точек, расположенных на расстоянии l_{ij} , $i, j = (\overline{0, n})$, друг от друга (рис. 7.4).

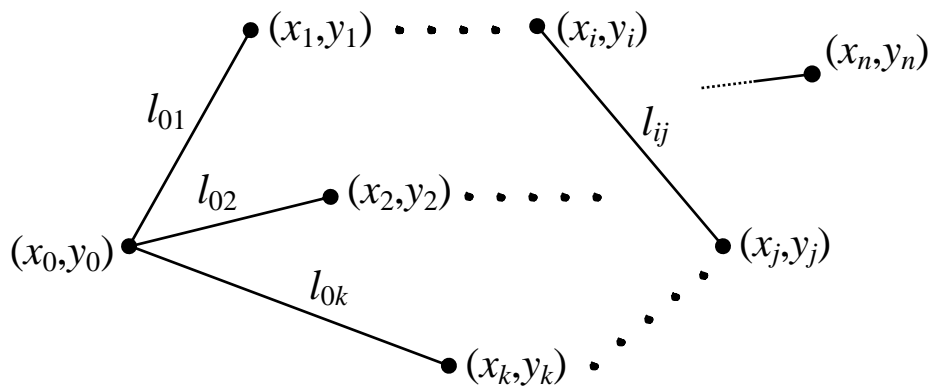


Рис. 7.4

Требуется определить порядок обхода СГ заданных чек, при которых ее движение начинается и завершается в точке (x_0, y_0) и осуществляется с минимальными затратами времени на холостые ходы. Будем считать время смены одного сверла на другое пренебрежимо малым. Данная задача является классической задачей «коммивояжера».

Основу эвристических алгоритмов решения задачи составляют алгоритмы, заключающиеся в принятии локально

оптимальных решений на каждом этапе, допуская, что конечное решение также окажется оптимальным [31].

На практике обычно «жадные» эвристические алгоритмы предпочитают другим методам оптимизации, таким например, как динамическое программирование [31].

Общего критерия оценки применимости «жадного» алгоритма для решения конкретной задачи не существует. Однако, для задач, решаемых такими алгоритмами характерны две особенности: во-первых, к ним применим принцип «жадного» выбора, а во-вторых, они обладают свойством оптимальности для подзадач. Суть принципа «жадного» выбора состоит в принятии локально оптимальных решений на каждом этапе, допуская, что конечное решение окажется близким к оптимальным решениям.

Оценку времени перехода СГ между точками маршрута будем определять как

$$t_{ij} = \frac{l_{ij}}{V_{\text{хх}}}, \quad i, j = (\overline{0, n}), \quad (7.4)$$

где $V_{\text{хх}}$ – скорость холостого хода СГ.

Входящие в это выражение расстояния l_{ij} между заданными точками вычисляются по формуле вида

$$l_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}, \quad i, j = (\overline{0, n}). \quad (7.5)$$

Суть «жадного» алгоритма состоит в последовательном определении каждой последующей j -ой точки маршрута обхода точек с минимальным значением величины t_{ij} по известной полученной ранее i -й точке, где i, j изменяются от 0 до n .

В результате решения задачи получаем оптимальный замкнутый маршрут обхода точек сверлильной головкой.

В качестве примера рассмотрим деталь, в которой необходимо просверлить 22 отверстия, координаты которых приведены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

№	x_i , мм	y_i , мм	ϕ , мм	№	x_i , мм	y_i , мм	ϕ , мм	№	x_i , мм	y_i , мм	ϕ , мм
0	830	610		8	675	610	13	16	325	1400	13
1	850	255	8	9	690	700	10	17	275	475	13
2	785	235	5	10	488	1050	5	18	265	620	5
3	785	635	10	11	545	1350	5	19	150	175	5
4	740	590	8	12	385	750	10	20	75	500	13
5	735	225	10	13	425	920	10	21	255	875	8
6	675	275	13	14	370	1050	13	22	60	600	10
7	650	400	8	15	350	1210	8				

Используя «жадный» метод решения задачи коммивояжера, получим, что последовательность обхода точек примет вид: 3-4-8-9-11-16-15-14-13-17-18-22-20-12-10-7-6-5-2-1-19-21 (Рис. 7.5).

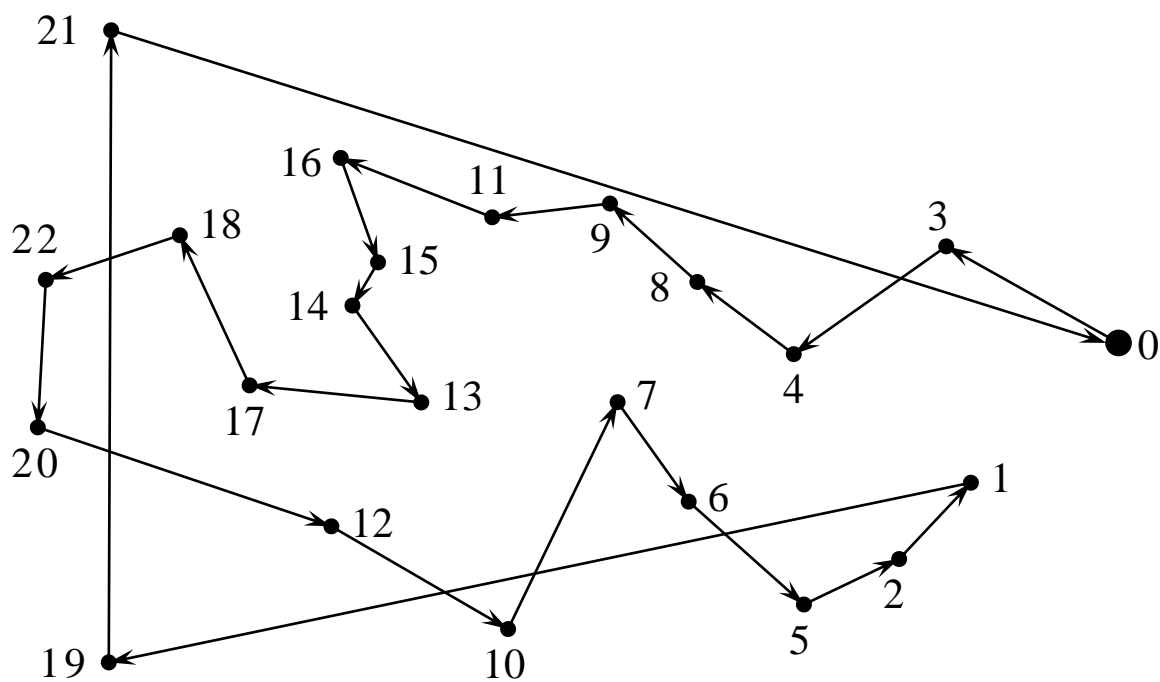


Рис. 7.5

Пусть скорость холостого хода $V_{\text{хх}} = 75$ мм/с. Тогда общее время обхода сверлильной головкой всех точек без учета основного времени составит 84,499 с.

Для сравнения суммарное время холостых ходов при сверлении отверстий в порядке их нумерации составит 95,302 с. Это в 1,128 раза больше.

Рассмотрим вариант, когда сначала высверливаются отверстия диаметром 5 мм, затем осуществляется смена сверла, и высверливаются отверстия диаметром 8 мм, затем – 10 мм и наконец – 13 мм (см. табл. 7.1). Для каждой такой группы отверстий решается задача коммивояжера. В результате получаем маршрут движения СГ:

$\varnothing 5$ мм: 2-10-11-18-19;

∅8 мм: 15-7-4-1-21;

∅10 мм: 22-12-13-9-3-5;

∅13 мм: 8-6-14-17-20-16.

При этом общее время перемещения СГ между отверстиями составит 161,171 с. По сравнению с первым вариантом это почти в 2 раза больше. Если предположить, что за рабочую смену обрабатывается 20 таких деталей, выигрыш составит

$$\frac{(161,171 - 84,499) \cdot 20}{60} = 25,557 \text{ мин.}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Малыгин Е.Н.* Математические методы в технических расчётах: учебное пособие. Тамбов: Изд-во ГОУ ВПО ТГТУ, 2010. 80 с.

2. *Лунев А.Н., Краснова Н.В.* Групповые технологии в авиадвигателестроении: учебное пособие. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2002. 84 с.

3. *Моисеева Л.Т., Курылев Д.В., Егорова А.В.* Применение методов структурной и параметрической оптимизации при разработке технологии обработки сложных деталей авиационной техники. // Современные технологии и материалы – ключевое звено в возрождении отечественного авиастроения: сборник докладов Международной научно-практической конференции. Т. II. Казань: Изд-во «Вертолет», 2010. С. 165-172.

4. *Моисеева Л.Т., Курылев Д.В.* Оптимизация набора инструментов для механической обработки методами теории графов. Изв. вузов. Авиационная техника. – №4. – 2011. С. 67-69.

5. *Кристофидес Н.* Теория графов алгоритмический подход: Москва. Изд-во Мир, 1978. 429 с.

6. *Ногин В.Д.* Принятие решений в многокритериальной среде. М.: Физматлит, 2004. 176 с.

7. *Подиновский В.В., Ногин В.Д.* Паретооптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982. 255 с.

8. *Коровин Е.М., Моисеева Л.Т., Абзалов А.Р.* Оптимизация экстремальных технологий по рыночным критериям. Учебное пособие. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2003. 115 с.

9. *Баранчиков В.И. и др.* Прогрессивные режущие инструменты и режимы резания металлов: Справочник / Под ред. В. И. Баранчикова. М.: Машиностроение, 1990. 400 с.

10. *Абрамов А.Ю. и др.,* Справочник технолога-машиностроителя. Т.2. Под ред. А.Г. Косиловой и Р.К. Мещерякова. М.: Машиностроение, 1985. 496 с.

11. *Моисеева Л.Т., Курьлев Д.В.* Оптимизация фрезерной операции на станках с ЧПУ. // Проблемы и перспективы развития авиации, наземного транспорта и энергетики «АНТЭ-2011». Материалы VI Международной научно-технической конференции. Т. 1. Казань: Изд-во Казанского гос. техн. ун-та, 2011. С. 506-512.

12. Справочная информация по алюминиевым сплавам. <http://www.1metal.ru/info/directories/aluminium/alsplav>.

13. *Моисеева Л.Т., Лебедев Ю.А.* Методы математического моделирования процессов в авиадвигателестроении: учебное пособие. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2007. 1847 с.

14. *Глоба А.В.* Метод комплексной оптимизации процесса концевой фрезерования. Киев: Наукова думка, 1984. 274 с.

15. *Коленченко О.В.* Технологическое обеспечение параметров качества поверхностного слоя, себестоимости и производительности на основе параметрической оптимизации процессов механической обработки. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. Рыбинск. 2013. 16 с.

16. *Моисеева Л.Т., Хуснутдинов Р.Р.* Комплексная оптимизация механических операций при изготовлении сложных деталей // Международный конгресс «Проблемы и перспективы развития наукоемкого машиностроения. Международная научно-техническая конференция «Проблемы и перспективы развития авиации, наземного транспорта и энергетики» «АНТЭ-2013». Сборник докладов. Казань. 2013. С. 133-140.

17. *Моисеева Л.Т., Хуснутдинов Р.Р.* Управление процессом механической обработки изделия авиационной техники. // Современные технологии, материалы, оборудование и ускоренное восстановление квалифицированного кадрового потенциала – ключевые звенья в возрождении отечественного авиа- и ракетостроения. Международная научно-практическая конференция. Казань: Вертолет, 2012. С. 411-418.

18. Выбор режимов резания. Под редакцией В.С. Булошникова. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. 57 с.

19. *Закирова А.Р.* Статистические метода контроля и управления качеством: Учебное пособие. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2004. 48 с.

20. *Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В.* Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Наука, 1969. 512 с.

21. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей: учебник для вузов. М.: Высшая школа, 2002. 575 с.

22. *Кацев П.Г.* Статистические методы исследования режущего инструмента. М.: Машиностроение, 1974. 231 с.

23. *Моисева Л.Т., Коротин Н.А.* Использование статистических исследований для поднастройки технологического оборудования // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. №1, 2014. С. 37-44.

24. *Гаскаров Д.В., Шаповалов В.И.* Малая выборка. М.: Статистика, 1978. 248 с.

25. *Леман Э.* Проверка статистических гипотез. М: Наука, 1979.

26. *Большев Л.Н., Смирнов Н.В.* Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1983. 416 с.

27. *Кузнецов Ю.Н., Кузубов В.И., Волощенко А.Б.* Математическое программирование: учеб. пособие. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. школа, 1980. 300 с.

28. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984. 631 с.

29. *Коровин Е.М., Моисеева Л.Т., Абзалов А.Р.* Оптимизация экстремальных технологий по рыночным критериям: учебное пособие для курсового и дипломного проектирования. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2003. 115 с.

30. *Мудров В.И.* Задача о коммивояжере. М.: Знание, 1969. 62 с.

31. *Кормен, Т., Лейзерсон, Ч., Ривест, Р., Штайн, К.* Алгоритмы: построение и анализ. Под ред. И. В. Красикова. 2-е изд. М.: Вильямс, 2005. 1296 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

$$L := 75 \quad \beta := 3 \cdot \text{deg} \quad r := 1$$

$$\alpha := \frac{\pi}{2} - \beta \quad l(a, b, c) := 5a$$

$$x1(a, b, c) := \frac{c}{2} - \frac{l(a, b, c)}{2 \cdot \tan(\alpha)} - r \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad y1(a, b, c) := b$$

$$xO1(a, b, c) := x1(a, b, c) \quad yO1(a, b, c) := b + r$$

$$x2(a, b, c) := r \cdot \sin(\alpha) + xO1(a, b, c) \quad y2(a, b, c) := yO1(a, b, c) - \frac{x2(a, b, c) - xO1(a, b, c)}{\tan(\alpha)}$$

$$r2(a, b, c) := \frac{a \cdot \sin(\alpha) - l(a, b, c) \cdot \cos(\alpha)}{2 \cdot (1 - \cos(\alpha))}$$

$$y3(a, b, c) := b + \frac{l(a, b, c)}{2} \quad x3(a, b, c) := \frac{y3(a, b, c) - y2(a, b, c)}{\tan(\alpha)} + x2(a, b, c)$$

$$xO2(a, b, c) := x3(a, b, c) + \frac{a}{2} \quad yO2(a, b, c) := b + l(a, b, c) - r2(a, b, c)$$

$$n(a, b, c) := \frac{L}{2 \cdot xO2(a, b, c)}$$

$$a2 := 1 + \tan(\alpha)^2$$

$$a1(a, b, c) := xO2(a, b, c) - (y2(a, b, c) - x2(a, b, c) \cdot \tan(\alpha) - yO2(a, b, c)) \cdot \tan(\alpha)$$

$$x4(a, b, c) := \frac{a1(a, b, c)}{a2}$$

$$y4(a, b, c) := y2(a, b, c) + (x4(a, b, c) - x2(a, b, c)) \cdot \tan(\alpha)$$

$$p1(a, b, c) := x1(a, b, c) \quad p2 := r \cdot \alpha \quad p4(a, b, c) := r2(a, b, c) \cdot \alpha$$

$$p3(a, b, c) := \sqrt{(x4(a, b, c) - x2(a, b, c))^2 + (y4(a, b, c) - y2(a, b, c))^2}$$

$$P(a, b, c) := 2 \cdot n(a, b, c) \cdot (p1(a, b, c) + p2 + p3(a, b, c) + p4(a, b, c)) \quad \max$$

- 1) $Y1(X1) := b \quad X1 := 0, 0.01 \dots x1$
- 2) $Y2(X2) := yO1 - \sqrt{r^2 - (X2 - xO1)^2} \quad X2 := x1, x1 + 0.001 \dots x2$
- 3) $Y3(X3) := y2 + \tan(\alpha) \cdot (X3 - x2) \quad X3 := x2, x2 + 0.001 \dots x4$
- 4) $Y4(X4) := yO2 + \sqrt{r^2 - (X4 - xO2)^2} \quad X4 := x4, x4 + 0.001 \dots xO2$

$$S1 := \int_0^{x1} Y1(x) dx \quad S1 := b \cdot x1$$

$$S2 := \int_{x1}^{x2} Y2(x) dx$$

$$S2 := \left[yO1 - \sqrt{r^2 - (x2 - xO1)^2} \right] \cdot (x2 - x1)$$

$$S3 := \int_{x2}^{x4} Y3(x) dx$$

$$S3 := \left[y2 + \tan(\alpha) \cdot (x3 - x2) \right] \cdot (x4 - x2)$$

$$S4 := \int_{x4}^{xO2} Y4(x) dx$$

$$S := 2n \cdot (S1 + S2 + S3 + S4)$$

$$F := \lambda \cdot P - (1 - \lambda) \cdot S$$

$$r_i := \sqrt{\left(PP1_i - \max(PP1) \right)^2 + \left(SS1_i - \min(SS1) \right)^2}$$

$$\min(r) = 968.81 \quad r_1 = 968.81$$

$$r = \begin{pmatrix} 1.083 \times 10^3 \\ 968.81 \\ 974.476 \\ 1.239 \times 10^3 \\ 1.805 \times 10^3 \\ 2.484 \times 10^3 \\ 2.936 \times 10^3 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} A_1 = 2 & b1_1 = 3.02 & C1_1 = 2.4 \\ \\ l1_1 = 8 & n1_1 = 19 \\ \\ PP1_1 = 345.654 & SS1_1 = 566.226 \end{matrix}$$

Стоимость инструментов

Решение ЗЛП и ЗЦЛП (Noname.ini) En

Файл Данные Выполнение

Число переменных = 15 Вид оптимума
 Минимум
 Число ограничений = 6 Максимум

0	x =	(x1, ..., xM)	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14	x15	Знак	Знач.
1	1-е	огран.-е	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	<=	1
2	2-е	огран.-е	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	<=	1
3	3-е	огран.-е	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	<=	1
4	4-е	огран.-е	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	<=	1
5	5-е	огран.-е	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	<=	1
6	6-е	огран.-е	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	<=	1
F =	целев.	функция	1700	578 1/5	879 1/10	68 11/25	558 7/50	1248 11/838	49/5	450 19/281	21/50	179 13/13972	7/17137	1/2378	39/53972	7/1419/50		->	min

Описание: Введите описание задачи

Результат: Оптимальное решение существует

Переменная	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14	x15	F(x)
Значение	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2370.27

Noname.ini Rest

Себестоимость обработки

199

Решение ЗЛП и ЗЦЛП (Noname.ini) En

Файл Данные Выполнение

Число переменных = 15 Вид оптимума
 Минимум
 Число ограничений = 6 Максимум

0	x =	(x1, ..., xM)	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14	x15	Знак	Знач.	
1	1-е	огран.е	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	<=	1	
2	2-е	огран.е	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	<=	1	
3	3-е	огран.е	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	<=	1	
4	4-е	огран.е	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	<=	1	
5	5-е	огран.е	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	<=	1	
6	6-е	огран.е	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	<=	1	
F =	целев.	функция	369 99/1272 33/1919 19/2 1555 79, 1447 53, 4137 71, 486 4/5 1678 61, 2580 29, 712 43/5 1233 16, 450 97/11130 24, 559 33/5 6 41/50																->	min

Описание: Введите описание задачи

Результат: Оптимальное решение существует

Переменная	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14	x15	F(x)
Значение	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1449.45

Noname.ini Rest

ОПТИМИЗАЦИЯ ФРЕЗЕРОВАНИЯ.xlsx - Microsoft Excel

Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид Acrobat

Обычный Разметка страниц Представления Во весь экран Режимы просмотра книги

Линейка Сетка Панель сообщений

Строка формул Заголовки

Масштаб 100% Масштабировать выделенный фрагмент Масштаб

Новое окно Упорядочить все Закрепить области

Разделить Скрыть Отобразить

Сохранить рабочую область Перейти в другое окно

Окно

AG23

	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF
1	sz	T	cv	q	x	y	u	p	m	kv	v	n	S опт.	n опт.	v опт.	Ti	τ	τ_0/T	$\tau_0/(\tau_0/T)$	τ_0	τ_1	τ				
2	0,215405	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	64,4887	466,768	0,0958	251	34,68	800	0,0104	1,2997E-05	143,307	2	4	2,699				
3	0,138467	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	45,9786	332,792	0,0958	251	34,68	178,31	0,02079	0,00011662								
4	0,1185	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	40,8112	295,391	0,0958	251	34,68	112,53	0,02773	0,0002464								
5	0,108698	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	38,2007	276,496	0,0958	251	34,68	87,176	0,02773	0,00031805								
6	0,102941	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	36,6419	265,214	0,0958	251	34,68	74,222	0,02773	0,00037356								
7	0,09938	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	35,6674	258,16	0,0958	251	34,68	66,884	0,02773	0,00041454								
8	0,096077	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	34,7562	251,565	0,0958	251	34,68	60,524	0,02773	0,00045811								
9	0,095795	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	34,6781	250,999	0,0958	251	34,68	60	0,02773	0,00046211								
10	0,096381	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	34,8403	252,174	0,0958	251	34,68	61,091	0,02773	0,00045385								
11	0,097891	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	35,2576	255,194	0,0958	251	34,68	63,965	0,02773	0,00043346								
12	0,100527	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	35,9822	260,438	0,0958	251	34,68	69,193	0,02773	0,00040071								
13	0,104794	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	37,1457	268,86	0,0958	251	34,68	78,24	0,02773	0,00035438								
14	0,111726	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	39,0127	282,373	0,0958	251	34,68	94,552	0,02773	0,00029324								
15	0,124139	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	42,29	306,094	0,0958	251	34,68	129,11	0,02773	0,00021476								
16	0,153118	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	49,659	359,431	0,0958	251	34,68	240,06	0,02773	0,0001155								
17	0,215405	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	64,4887	466,768	0,0958	251	34,68	658,49	0,02773	4,2106E-05								
18	0,333773	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	90,1778	652,705	0,0958	251	34,68	800	0,02773	3,4658E-05								
20	0,215405	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	64,4887			670		20,067	0,00173	8,6325E-05	20,5249	2	4	2,2718	1	2,37608		
21	0,138467	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	45,9786			475		20,413	0,0076	0,00037241					26,411			
22	0,1185	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	40,8112			420		20,652	0,01339	0,0006486								
23	0,108698	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	38,2007			395		20,358	0,01553	0,00076271								
24	0,102941	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	36,6419			380		20,177	0,01704	0,00084466								
25	0,09938	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	35,6674			370		20,159	0,01813	0,00089936								
26	0,096077	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	34,7562			360		20,252	0,01927	0,00095173								
27	0,095795	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	34,6781			355		20,986	0,0196	0,00093415								
28	0,096381	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	34,8403			360		20,401	0,01921	0,0009418								
29	0,097891	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	35,2576			365		20,285	0,01866	0,00091981								
30	0,100527	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	35,9822			370		20,703	0,01792	0,00086573								
31	0,104794	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	37,1457			385		20,213	0,01652	0,00081751								
32	0,111726	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	39,0127			400		20,886	0,01492	0,00071423								
33	0,124139	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	42,29			435		20,684	0,01235	0,00059688								
34	0,153118	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	49,659			515		20,176	0,00845	0,00041902								
35	0,215405	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	64,4887			670		20,067	0,00462	0,0002302								
36	0,333773	60	185,5	0,4	0,4	0,2	0,1	0,1	0,33	0,64	90,1778			800		32,386	0,0025	7,7093E-05								
37																										

Лист1 Лист2 Лист3

Готово

Mathcad - [Качалка .mcd] En

Файл Правка Вид Вставить Формат Инструменты Символы Окно Помощь

Normal Arial 10 B I U

$i := 0..49$ $z1_i :=$ $z2_i :=$

0.47	0.44
0.72	0.5
0.76	0.56
0.78	0.56
0.81	0.58
0.84	0.8
0.93	0.85
0.96	0.87
1.11	0.89
1.17	0.94
1.21	0.97
1.26	0.97
1.27	0.98
1.28	1.03
1.32	1.05
1.37	1.06
1.40	1.11
1.40	1.14
1.43	1.15
1.43	1.17
1.46	1.3
1.47	1.31
1.47	1.32
1.57	1.33
1.58	1.33
1.59	1.44

$19.85 + 0.14 = 19.99$ Поля допусков перекрываются!
 Меншая деталь с номиналом 19.85
 может оказаться больше большей детали

$20 - 0.14 = 19.86$

$$Z1 := 20 + \frac{z1 - 1.59}{20}$$

$$Z2 := 19.85 + \frac{z2 - 1.45}{20}$$

$$m1 := \frac{1}{50} \sum_{i=0}^{49} Z1_i$$

$$m2 := \frac{1}{50} \sum_{i=0}^{49} Z2_i$$

$m1 = 20$ $m2 = 19.85$

$$\sigma1 := \sqrt{\frac{1}{49} \sum_{i=0}^{49} (Z1_i - m1)^2}$$

$$\sigma2 := \sqrt{\frac{1}{49} \sum_{i=0}^{49} (Z2_i - m2)^2}$$

$\sigma1 = 0.025$ $\sigma2 = 0.029$

$\sigma1 := 0.04$ $3\sigma1 = 0.12$ $\sigma2 := 0.045$ $3\sigma2 = 0.135$

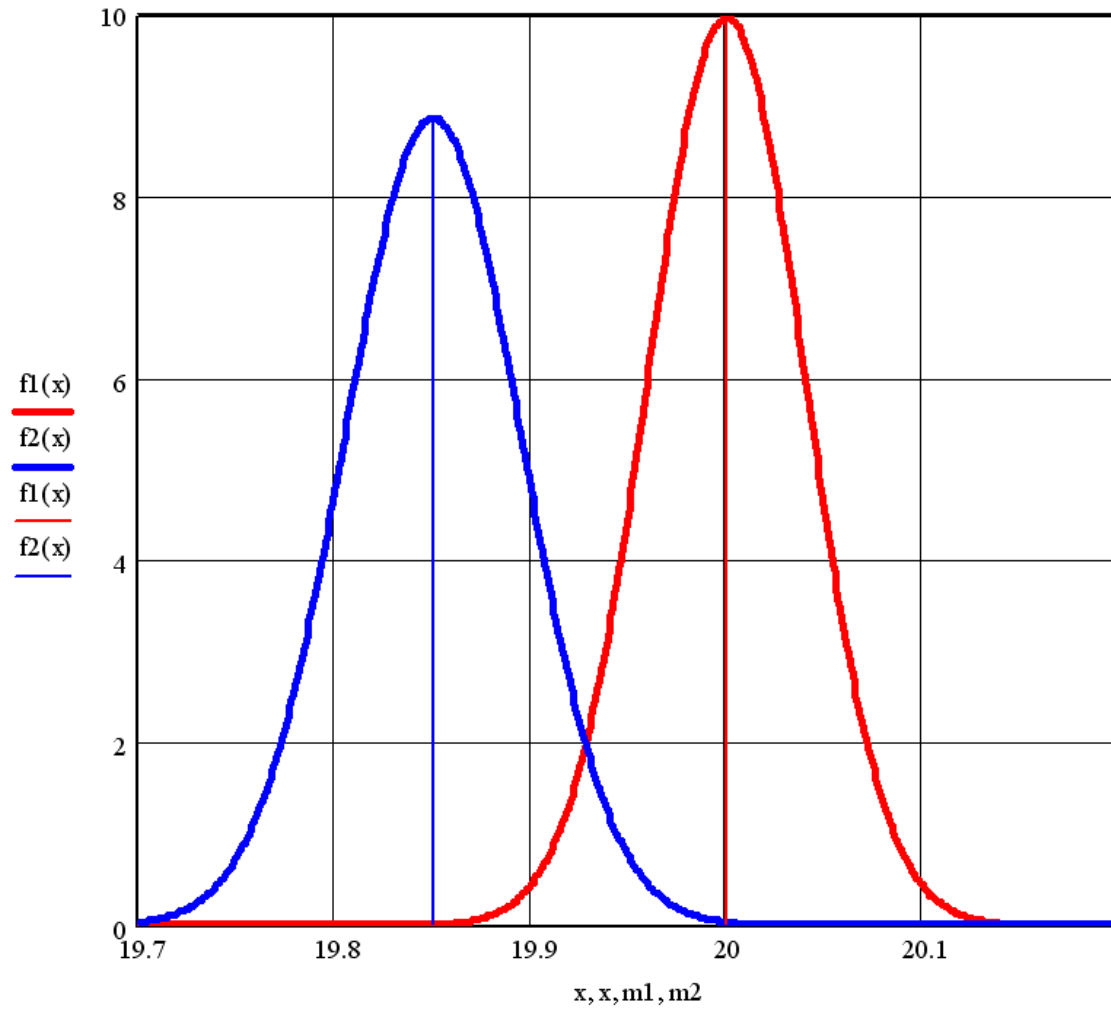
$$f1(x) := \frac{1}{\sigma1 \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(x-m1)^2}{2 \cdot \sigma1^2}}$$

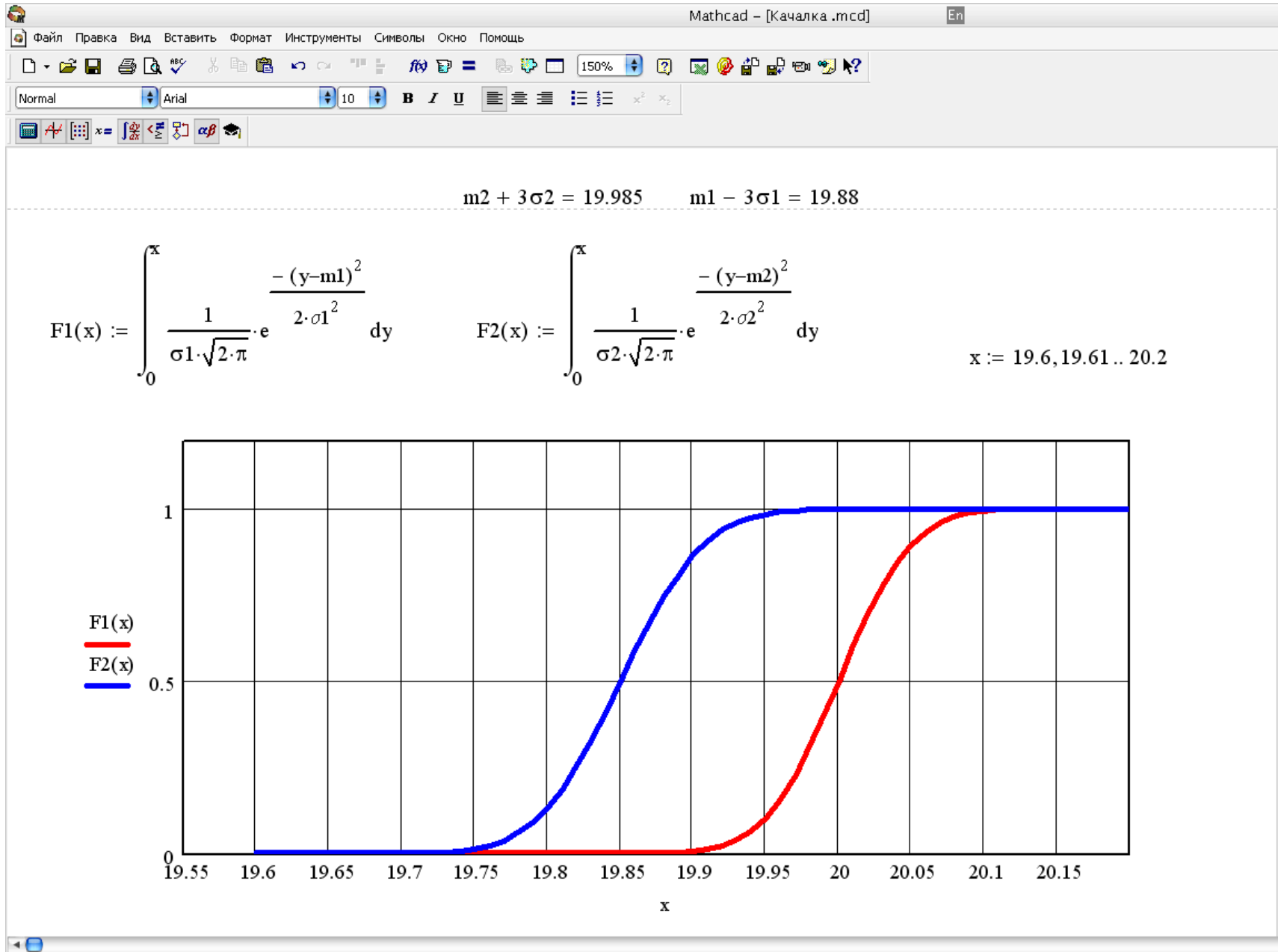
$$f2(x) := \frac{1}{\sigma2 \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(x-m2)^2}{2 \cdot \sigma2^2}}$$

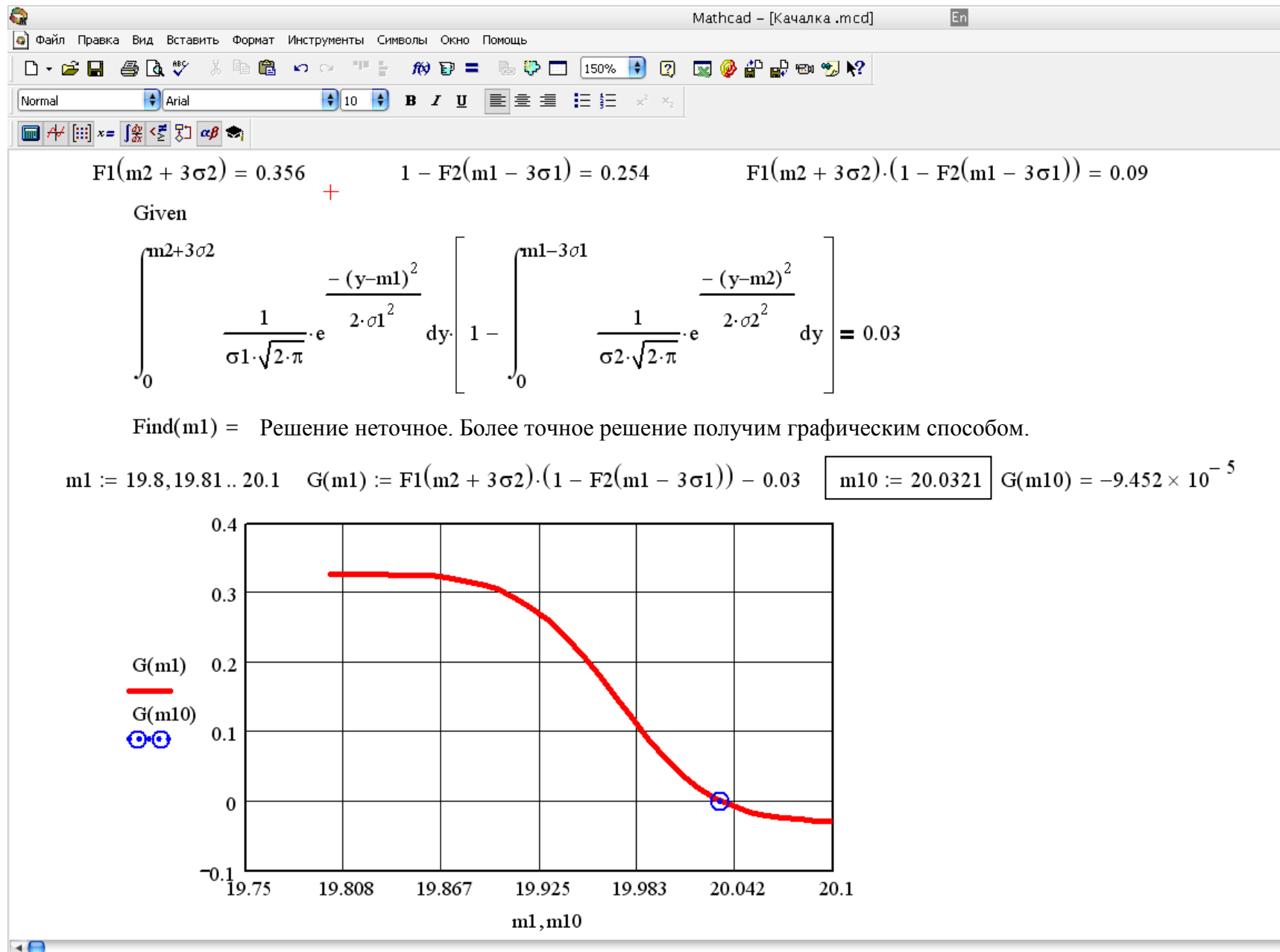
$x := 19.7, 19.701..20.2$

1.69
1.74
1.81
1.81
1.83
1.83
1.86
1.87
1.90
1.91
1.92
1.93
2.01
2.03
2.04
2.06
2.11
2.18
2.28
2.29
2.35
2.53
2.69

1.48
1.48
1.58
1.62
1.62
1.66
1.68
1.7
1.7
1.89
1.91
1.93
1.93
2.02
2.08
2.12
2.17
2.36
2.43
2.46
2.48
2.52
2.64







Mathcad - [пуансон и матрица.mcd]

Файл Правка Вид Вставить Формат Инструменты Символы Окно Помощь

Normal Arial 10 B I U

matrica

$j := 0..2$ $N := 3$

$X_j :=$

108.1509
108.1568
108.1663

$a1 := 108.15$

$b1 := 108.17$

$tg1 := \frac{1}{(N+1) \cdot (b1 - a1)}$ $tg1 = 12.5$

$\xi := a1, a1 + 0.01.. b1$

$atan(tg1) = 85.426 \text{ deg}$

$XF_0 := a1$ $YF_0 := 0$ 0 uzlovaya tochka

$Y1 := tg1 \cdot (X_0 - a1)$

$Y2 := \frac{1}{4} + tg1 \cdot (X_0 - a1)$

$XF_1 := X_0$ $YF_1 := \frac{Y2 - Y1}{2} + Y1$ 1 uzlovaya tochka

Mathcad - [пуансон и матрица.mcd]

Файл Правка Вид Вставить Формат Инструменты Символы Окно Помощь

Normal Arial 10 **B** *I* U 150%

$Y1 := \frac{1}{4} + \text{tg}1 \cdot (X_1 - a1)$

$Y2 := \frac{2}{4} + \text{tg}1 \cdot (X_1 - a1)$

$XF_2 := X_1 \quad YF_2 := \frac{Y2 - Y1}{2} + Y1$ 2 uzlovaya tochka

$Y1 := \frac{2}{4} + \text{tg}1 \cdot (X_2 - a1)$

$XF_3 := X_2 \quad YF_3 := \frac{Y2 - Y1}{2} + Y1$ 3 uzlovaya tochka

$XF_4 := b1 \quad YF_4 := 1$

Mathcad - [пуансон и матрица.mcd]

Файл Правка Вид Вставить Формат Инструменты Символы Окно Помощь

Normal Arial 10 B I U

$$XF = \begin{pmatrix} 108.15 \\ 108.151 \\ 108.157 \\ 108.166 \\ 108.17 \end{pmatrix} \quad YF = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.136 \\ 0.46 \\ 0.829 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$f(x) := \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} \quad c1 := \text{linfit}(XF, YF, f) \quad c1 = \begin{pmatrix} -2.843 \times 10^3 \\ -1.025 \times 10^5 \\ 1.895 \times 10^3 \\ -8.761 \end{pmatrix}$$

$$F1(x) := c1_0 + c1_1 \cdot x + c1_2 \cdot x^2 + c1_3 \cdot x^3 \quad n := 0..4$$

Доверительный интервал для оценки функции распределения

$\beta := 0.8$ тогда Статистика Колмогорова $DN(\beta) := 0.565$

Mathcad – [пуансон и матрица.mcd]

Файл Правка Вид Вставить Формат Инструменты Символы Окно Помощь

Normal Arial 10 B I U

Средняя ошибка малой выборки

$X1 := X$

$$m1 := \frac{1}{3} \cdot \sum_{i=0}^2 X1_i \quad m1 = 108.158$$

$$s1 := \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=0}^2 (X1_j - m1)^2 \quad s1 = 6.037 \times 10^{-5}$$

$$\mu_{1MB} := \sqrt{\frac{s1}{3}} \quad \mu_{1MB} = 4.486 \times 10^{-3}$$

Файл Правка Вид Вставить Формат Инструменты Символы Окно Помощь

Normal Arial 10 B I U

Нумерация

$$\tau_2 := 2 \quad i := 0..37 \quad n_i := 200 + 10 \cdot i \quad j := 0..19 \quad S_j := 0.025 + 0.025 \cdot j$$

$$\tau_1 := 5 \quad t := 15 \quad D := 30 \quad L := 74$$

$$x := 0.28 \quad y := 0.61 \quad m := 0.19 \quad C1 := 7$$

$$x_1 := \frac{x}{m} \quad y_1 := \frac{y}{m} \quad C := \left(C1 \cdot \frac{1000}{t^x \cdot \pi \cdot D} \right)^{\frac{1}{m}} \quad x_1 = 1.474 \quad y_1 = 3.211$$

$$C = 1.298 \times 10^8$$

$$\tau_{i,j} := \tau_2 + \frac{L}{S_j \cdot n_i} + \frac{\tau_1 \cdot L \cdot (S_j)^{x_1-1} \cdot (n_i)^{y_1-1}}{C}$$

$$\min(\tau) = 2.982 \quad \tau_{2,19} = 2.982 \quad n_2 = 220 \quad S_{19} = 0.5$$

Файл Правка Вид Вставить Формат Инструменты Символы Окно Помощь

Normal Arial 10 B I U

$D1 := 0.017$ $Dz := 50$ $Dn := 300$ $Diz := 100$
 $Dv := D1 \cdot \tau 2$ $z := 3$

$D_{0,i,j} := D1 \cdot \frac{L}{S_j \cdot n_i}$

$De_{i,j} := \left(D1 \cdot \tau 1 + Dz + \frac{Dn - Diz}{z + 1} \right) \cdot \frac{L \cdot (S_j)^{x1} \cdot (n_i)^{y1}}{S_j \cdot n_i \cdot C}$

$D_{i,j} := Dv + D1 \cdot \frac{L}{S_j \cdot n_i} + \left(D1 \cdot \tau 1 + Dz + \frac{Dn - Diz}{z + 1} \right) \cdot \frac{L \cdot (S_j)^{x1} \cdot (n_i)^{y1}}{S_j \cdot n_i \cdot C}$ $D_{2,19} = 6.236$

$\lambda := 0.9$

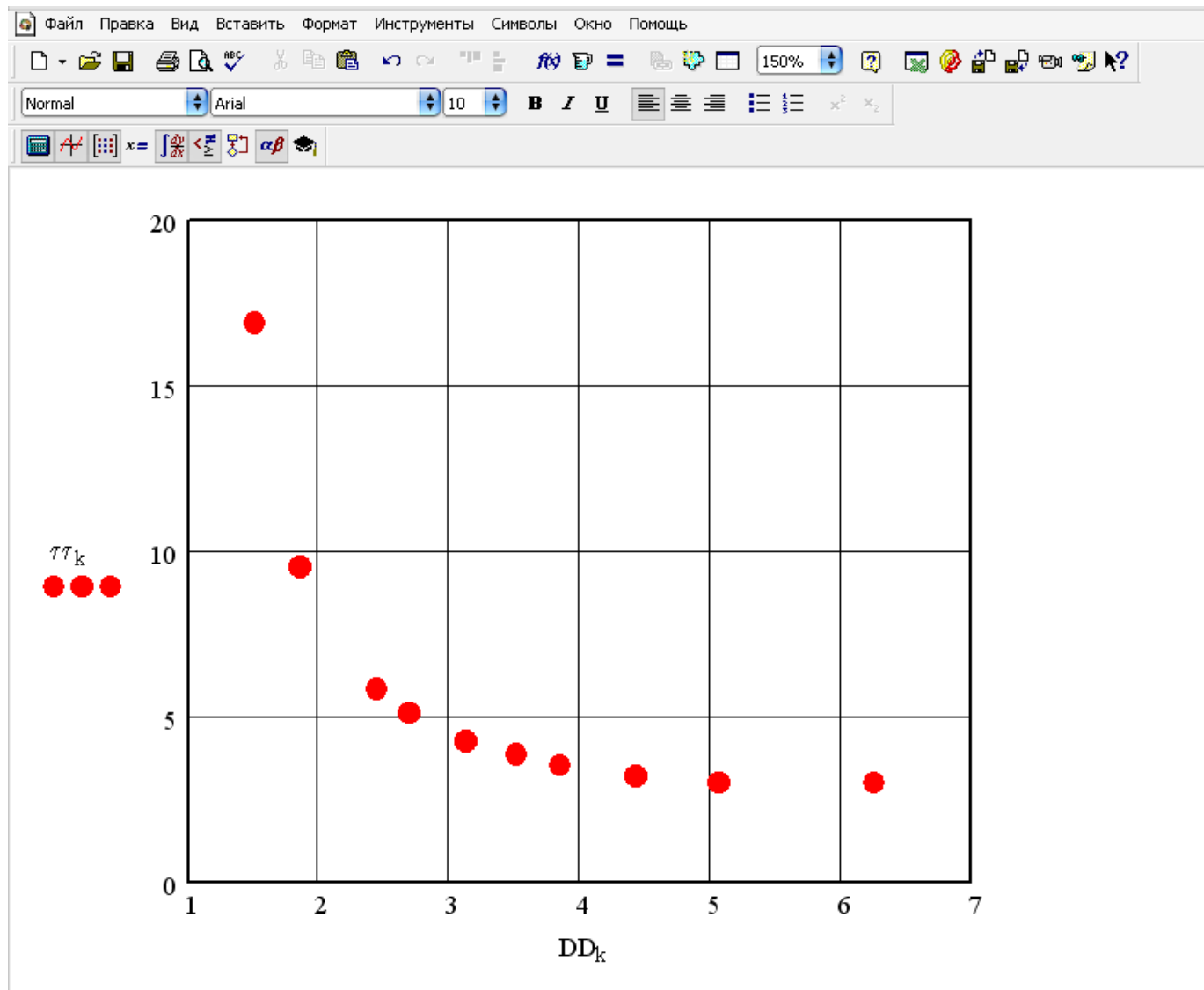
$F_{i,j} := \lambda \cdot \left[\tau 2 + \frac{L}{S_j \cdot n_i} + \frac{\tau 1 \cdot L \cdot (S_j)^{x1-1} \cdot (n_i)^{y1-1}}{C} \right] + (1 - \lambda) \cdot \left[Dv + D1 \cdot \frac{L}{S_j \cdot n_i} + \left(D1 \cdot \tau 1 + Dz + \frac{Dn - Diz}{z + 1} \right) \cdot \frac{L \cdot (S_j)^{x1} \cdot (n_i)^{y1}}{S_j \cdot n_i \cdot C} \right]$

Файл Правка Вид Вставить Формат Инструменты Символы Окно Помощь

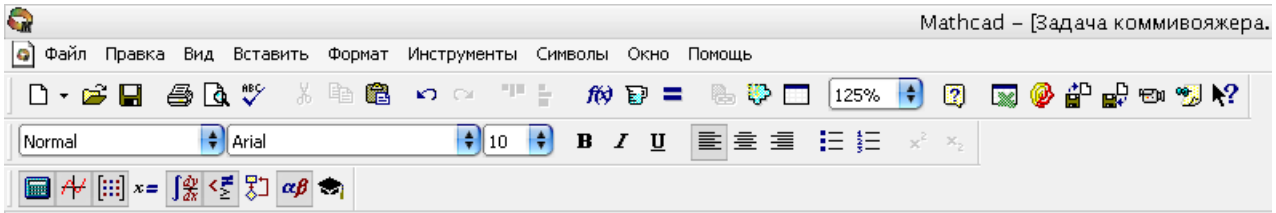
Normal Arial 10 B I U

$m_0 := 200$	$SS_0 := 0.025$	$\tau\tau_0 := 16.861$	$DD_0 := 1.499$
$m_1 := 200$	$SS_1 := 0.05$	$\tau\tau_1 := 9.484$	$DD_1 := 1.845$
$m_2 := 200$	$SS_2 := 0.1$	$\tau\tau_2 := 5.817$	$DD_2 := 2.436$
$m_3 := 200$	$SS_3 := 0.125$	$\tau\tau_3 := 5.09$	$DD_3 := 2.685$
$m_4 := 200$	$SS_4 := 0.175$	$\tau\tau_4 := 4.267$	$DD_4 := 3.12$
$m_5 := 200$	$SS_5 := 0.225$	$\tau\tau_5 := 3.816$	$DD_5 := 3.497$
$m_6 := 200$	$SS_6 := 0.275$	$\tau\tau_6 := 3.534$	$DD_6 := 3.835$
$m_7 := 200$	$SS_7 := 0.375$	$\tau\tau_7 := 3.205$	$DD_7 := 4.426$
$m_8 := 200$	$SS_8 := 0.5$	$\tau\tau_8 := 2.991$	$DD_8 := 5.061$
$m_9 := 200$	$SS_9 := 0.5$	$\tau\tau_9 := 2.991$	$DD_9 := 5.061$
$m_{10} := 220$	$SS_{10} := 0.5$	$\tau\tau_{10} := 2.982$	$DD_{10} := 6.236$

+



ПРИЛОЖЕНИЕ 7



$i := 0..23$

$x_i :=$	$y_i :=$	$n_i :=$	$n1_i :=$
830	610	0	0
850	255	3	2
785	235	4	10
785	635	8	11
740	590	9	18
735	225	11	19
675	275	16	15
650	400	15	7
675	610	14	4
690	700	13	1
488	1050	17	21
545	1350	18	22
385	750	22	12
425	920	20	13
370	1050	12	9
350	1210	10	3
325	1400	7	5
275	475	6	8
265	620	5	6
150	175	2	14
75	500	1	17
255	875	19	20
60	600	21	16
830	610	0	0

$$xx_i := x(n_i) \quad yy_i := y(n_i) \quad j := 0..22$$

$$ll_j := \sqrt{(xx_{j+1} - xx_j)^2 + (yy_{j+1} - yy_j)^2}$$

$$V_{xxx} := 75$$

$$t := \frac{1}{V_{xxx}} \cdot \sum_{k=0}^{22} ll_k \quad t = 84.499$$

$$l_j := \sqrt{(x_{j+1} - x_j)^2 + (y_{j+1} - y_j)^2}$$

$$t := \frac{1}{V_{xxx}} \cdot \sum_{k=0}^{22} l_k \quad t = 95.302$$

$$\frac{95.302}{84.499} = 1.128$$

$$\frac{(95.302 - 84.499) \cdot 20}{60} = 3.601 \quad \text{мин}$$

выигрыш

$$x1_i := x(n1_i) \quad y1_i := y(n1_i)$$

$$ll_j := \sqrt{(x1_{j+1} - x1_j)^2 + (y1_{j+1} - y1_j)^2}$$

$$t1 := \frac{1}{V_{xxx}} \cdot \sum_{k=0}^{22} ll_k \quad t1 = 161.171$$

$$\frac{161.171}{84.499} = 1.907$$

$$\frac{(161.171 - 84.499) \cdot 20}{60} = 25.557 \quad \text{мин}$$

выигрыш

Лия Тагирджановна Моисеева

**ПРИМЕНЕНИЕ СОВРЕМЕННЫХ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ
В ТЕХНОЛОГИИ МАШИНОСТРОЕНИЯ**

Монография

Подписано к печати 18.07.2014.

Формат 60x84^{1/16}. Бумага офсетная.

Гарнитура «Times». Печать ризографическая.

Усл. печ. 12,56 л. Печ. 13,5 л. Тираж 100 экз. Заказ № 79.

420111, Казань, Дзержинского, 9/1. Тел. сот.: +7(917)264-84-83.

Отпечатано с готового оригинал-макета
в редакционно-издательском центре «Школа»

E-mail: ric-school@eandex.ru