

В.С. МОИСЕЕВ

**ДИНАМИКА, ПОСЛЕДСТВИЯ
И УСТРАНЕНИЕ
НЕУПРАВЛЯЕМЫХ ДВИЖЕНИЙ
БЕСПИЛОТНЫХ
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**



**Казань
2026**

К 95-летию Казанского ордена
Трудового Красного Знамени
и ордена Дружбы Народов
авиационного института им.
А.Н.Туполева (ныне КНИТУ
им. А.Н.Туполева - КАИ)

В.С. МОИСЕЕВ

**ДИНАМИКА, ПОСЛЕДСТВИЯ И
УСТРАНЕНИЕ НЕУПРАВЛЯЕМЫХ
ДВИЖЕНИЙ БЕСПИЛОТНЫХ
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**



**Казань
2026**

УДК 519.682.2:681.3.06:623.746.4-519

ББК 32.973:39.52

М75

Редактор серии:

В.С. Моисеев – Заслуженный деятель науки и техники Республики Татарстан, д-р техн. наук, профессор.

Моисеев В.С.

М75 Динамика, последствия и устранение неуправляемых движений беспилотных летательных аппаратов. / В.С. Моисеев – Казань: Редакционно-издательский центр «Школа», 2026. – 208 с. (Серия «Современная прикладная математика и информатика»).

ISBN 978-5-00245-566-9

В книге рассматривается практически неисследованная в настоящее время проблема исследования движений беспилотных летательных аппаратов (БЛА) при внезапном прекращении действия запланированных программных управляющих воздействий. Причинами такой ситуации могут быть наступление постепенных и внезапных отказов бортового оборудования БЛА, резкие порывы ветра, воздействие средств ПВО и др.

Для проведения исследований вводится понятие «обрыв управления» динамическим объектом (системой), которым является современный БЛА.

Предлагаемые в монографии методы описания динамики движения БЛА при «обрывах» программного управления и их последствиях при ударе о земную поверхность рассматриваются для широко распространенных в настоящее время аппаратов самолетного типа.

Предлагаются подходы, обеспечивающие устранение возникающих неуправляемых движений такого типа БЛА путем восстановления их программного управления.

Приведенные подходы к описанию динамики, оценки последствий и устранения неуправляемых движений могут быть достаточно просто распространены на аппараты вертолетного и многороторного (мультикоптерного) типов.

УДК 519.682.2:681.3.06:623.746.4-519

ББК 32.973:39.52

ISBN 978-5-00245-566-9

© Моисеев В.С., 2026

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА СЕРИИ.....	5
ВВЕДЕНИЕ	29
Глава 1. НЕУПРАВЛЯЕМОЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ.....	31
1.1. Виды функционирования динамических объектов.....	31
1.2. Общая математическая модель управляемого функционирования динамического объекта.....	33
1.3. Неуправляемое функционирование объекта	40
1.4. Свободное функционирование объекта	49
Глава 2. УПРАВЛЯЕМОЕ, НЕУПРАВЛЯЕМОЕ И СВОБОДНОЕ ДВИЖЕНИЕ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА САМОЛЕТНОГО ТИПА	52
2.1. Динамические модели управляемого пространственного движения БЛА.....	53
2.2. Моделирование неуправляемых движений БЛА	74
2.3. Моделирование свободного движения БЛА.....	106
Глава 3. ПОСЛЕДСТВИЯ СТОЛКНОВЕНИЯ БЛА С ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ.....	112
3.1. Основные факторы разрушения конструкции БЛА при его падении на земную поверхность	113
3.2. Математическая модель движения обломка (осколка) при взрыве БЛА в момент удара о земную поверхность	127
3.3. Определение зон поражения окружающей среды от обломков (осколков) при взрыве БЛА на земной поверхности.....	137
3.4. Теоретический и экспериментальный методы оценки поражающих характеристик обломков (осколков) при взрыве БЛА.....	141

3.5. Определение границ разрушений при действии ударной волны от взрыва БЛА.....	151
Глава 4. ОПЕРАТИВНОЕ УСТРАНЕНИЕ НЕУПРАВЛЯЕМЫХ ДВИЖЕНИЙ БЛА.....	158
4.1. Постановка и метод решения задачи восстановления программного управления БЛА	158
4.2. Устранение «обрывов управления» по каналу тяги маршевого двигателя БЛА	162
4.3. Устранение «обрывов управления» по каналу угла атаки БЛА	172
4.4. Устранение «обрывов управления» по каналу угла крена БЛА.....	181
4.5. Организация процесса оперативного восстановления программного управления БЛА	189
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	204
ЛИТЕРАТУРА	206

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА СЕРИИ

В серии книг «Современная прикладная математика и информатика», ориентированных на специалистов в этих областях, а также на студентов, магистрантов, аспирантов, адъюнктов и докторантов соответствующих специальностей, выходит монография, посвященная вопросам математического моделирования движения беспилотных летательных аппаратов при «обрывах управления» в процессе выполнения ими программно-управляемых полетов. В ней также рассматриваются последствия и подходы к устранению неуправляемых движений БЛА

В течение 2004-2026 г.г. в этой серии опубликованы следующие работы:

1. Моисеев В.С., Козар А.Н. Основы теории применения управляемых артиллерийских снарядов. – Казань: Изд-во КВВАКУ, 2004.

Рассмотрена теория применения управляемых артиллерийских снарядов, даны модели и методы их оптимального планирования. Особое внимание уделяется методам преодоления управляемыми артиллерийскими снарядами зон активной защиты целей и планированию одновременного удара по цели несколькими управляемыми артиллерийскими снарядами.

Книга может быть полезна как для слушателей и курсантов высших военных учебных заведений, так и для работников научно-исследовательских институтов.

2. Медведев В.И. Программирование на C++, C++.NET и C#. – Казань: Мастер Лайн, 2005.

Излагаются основные понятия и методика разработки объектно-ориентированных программ на языках C++, C++.NET и C# с использованием библиотеки классов Framework .NET платформы. Особое внимание уделено разработке Windows приложений из потоковых объектов и компонентов.

Монография предназначена для студентов вузов по направлению вычислительная техника и информатика, а также для всех, владею-

щих языком программирования С и желающих освоить .NET технологию программирования.

3. Зайдуллин С.С., Моисеев В.С. Математические модели и методы управления территориально распределенными системами. – Казань: Мастер Лайн, 2005.

Рассмотрены теоретические основы управления сложными территориально распределёнными организационно-техническими системами. Решение задач анализа, синтеза и управления такими системами выполняется на основе специальных прикладных информационных технологий.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами разработки территориально распределённых систем.

4. Медведев В.И. Разработка компонентов и контейнеров на C++.NET и C#. – Казань: Мастер Лайн, 2005.

Углублённо рассмотрено построение компонентов, контейнеров и объединение компонентов в контейнере с предоставлением сервисных услуг на базе библиотеки классов .NET Framework.

Монография имеет практическую направленность и предназначена для всех, владеющих объектно-ориентированным программированием на языках C++.NET и C# и желающих освоить программирование .NET компонентов.

5. Рахматуллин А.И., Моисеев В.С. Математические модели и методы оптимизации нестационарных систем обслуживания: монография. – Казань: Редакционно-издательский центр (РИЦ) «Школа», 2006.

Рассмотрены теоретические основы оптимизации и адаптивного управления процессами обслуживания в сложных информационных и организационно-технических системах. Применение разработанных математических моделей, методов и алгоритмов иллюстрируется на практических задачах оптимизации и адаптивного управления функционированием систем обслуживания.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами исследования и

оптимизации нестационарных процессов в сложных системах различного назначения.

6. Медведев В.И. .NET компоненты, контейнеры и удаленные объекты. – Казань: РИЦ «Школа», 2006.

Книга посвящена компонентам – основным программным единицам при построении Windows-приложений в .NET технологии. Кроме компонентов и контейнеров, объединяющих компоненты в коллекции, значительное внимание уделено удалённым объектам и событиям, а также разработке использующих их распределённых приложений.

Для студентов и преподавателей вузов по направлению вычислительной техники и информатики. Представляет интерес для всех, знающих основы языков C++.NET и C# и желающих овладеть технологией создания и использования .NET компонентов для распределённых Windows приложений.

7. Козар А.Н., Борзов Г.Е., Рахматуллин А.И., Сотников С.В. Информатика ракетных войск и артиллерии. – Казань: «Отечество», 2006. – 96 с.

Работа посвящена применению современных программных оболочек типа Delphi для создания информационных технологий управления действиями ракетных войск и артиллерии тактического звена.

8. Габитов Р.И., Емалетдинова Л.Ю. Модели и методы разработки автоматизированных систем организационного управления: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2007. – 120 с., ил.

В монографии рассмотрены теоретические основы проектирования унифицированного программного обеспечения автоматизированных систем организационного управления технологическими процессами деятельности специалистов, а также оптимизационные модели, методы и алгоритмы, обеспечивающие эффективное функционирование проектируемой распределенной системы.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами разработки автоматизированных систем организационного управления.

9. Литвин В.М., Набережнов Г.М., Песошин В.А., Шлеймович М.П. Сжатие данных в системах числового программного управления: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2007. – 108 с.

Монография предназначена для широкого круга научных и инженерно-технических работников и студентов, занимающихся вопросами проектирования и моделирования систем числового программного управления.

10. Валеев М.Ф., Емалетдинова Л.Ю. Автоматизация организационного управления технологическими процессами налогообложения граждан: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2007. – 136 с., ил.

В монографии рассмотрены теоретические основы проектирования программного обеспечения автоматизированных систем организационного управления технологическими процессами налогообложения граждан, а также предлагается методика краткосрочного прогнозирования доходов граждан на основе автоматизированного построения моделей временных рядов.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами разработки автоматизированных систем организационного управления.

11. Тутубалин П.И., Моисеев В.С. Вероятностные модели обеспечения информационной безопасности автоматизированных систем обработки информации и управления: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2008. – 151 с.

В монографии рассмотрены теоретические и практические основы создания максимально информационно безопасных, с точки зрения вероятностных критериев, автоматизированных систем обработки информации и управления, а так же разработаны подходы и методы повышения эффективности использования средств информационной безопасности.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами разработки автоматизированных систем специального назначения.

12. Зиновьев П.А., Мейко А.В., Моисеев В.С. Инженерные методы расчета функциональной надежности и живучести корпоративных информационных систем: монография. – Казань: Отечество, 2009. – 256 с.

В монографии рассматриваются состав, структура и характеристики корпоративных информационных систем (КИС), обсуждаются их основные показатели надежности и живучести, формулируется постановка задач оценки функциональной надежности и живучести таких систем. Предлагаются математические модели и инженерные методы расчета этих критически важных показателей функционирования КИС.

Монография предназначена для широкого круга специалистов-разработчиков и инженерно-технических работников, занимающихся вопросами проектирования, внедрения и эксплуатации информационных систем корпоративного масштаба, а также оптимизацией режимов их функционирования на всех этапах жизненного цикла. Она может быть полезна также студентам старших курсов ВУЗов, бакалаврам, магистрам и аспирантам соответствующих специальностей.

13. Красильников В.Н., Козар А.Н., Моисеев В.С., Красильников О.В. Переносные комплексы автоматизированного управления огнем артиллерии тактического звена: монография. – Казань, Казанское высшее военное командное училище (военный институт), 2009. – 108 с.

В книге проведен анализ и сравнительная оценка отечественных и зарубежных комплексов автоматизированного управления огнем тактического звена управления. Предложена методика построения перспективного переносного комплекса автоматизированного управления огнем. Дан обзор современных средств управления огнем в тактическом звене, в том числе и компонентов двойного назначения. Представлена методика разработки математического, программного, информационного и методического обеспечения переносного комплекса автоматизированного управления огнем. Рассмотрены перспективы включения переносного комплекса в интегрированную

АСУ артиллерии тактического звена. Приведено расчетно-экспериментальное обоснование результатов проведенной работы.

Книга может быть полезна как для слушателей и курсантов высших военных учебных заведений, так и для работников научно-исследовательских институтов Министерства обороны Российской Федерации, занимающихся вопросами разработок и применения АСУ.

14. Борзов Г.Е., Козар А.Н., Моисеев В.С. Применение беспилотных разведывательно-корректировочных вертолетов в перспективных комплексах автоматизированного управления огнем артиллерии тактического звена. Научное издание. Казанское высшее военное командное училище (военный институт), 2009. – 148 с.

В монографии проведен анализ существующих и перспективных разведывательно-огневых комплексов (РОК) артиллерии тактического звена. Приведен анализ существующих и перспективных БЛА вертолетного типа. Предложена общая структура, функции и принципы построения на базе АСУ садн перспективного РОК с применением БРКВ. Описан процесс функционирования РОК. Предложены математические модели и методы разведки, целеуказания и выбора начальных параметров стрельбы управляемых артиллерийских снарядов (УАС) с применением БРКВ. Предложены математические модели и методы управления БРКВ, целеуказания и выбора начальных параметров стрельбы УАС в вертикальной плоскости с использованием БРКВ в режимах «висения», вертикального подъема/снижения и горизонтального полета. Рассмотрены основные принципы, направления и рекомендации по созданию перспективной АСУ садн как среды для применения РОК. Предложена общая ИТ разведки, целеуказания и применения УАС в составе РОК перспективной АСУ садн. Предложена вероятностная оценка эффективности РОК для стрельбы УАС с использованием БРКВ.

Монография может быть использована как для слушателей и курсантов высших военных учебных заведений, так и для работников научно-исследовательских институтов Министерства обороны Российской Федерации, занимающихся вопросами разработок и применения беспилотных летательных аппаратов.

15. Новикова С.В., Роднищев Н.Е. Основы идентификации динамических систем: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2009. – 192 с.

В монографии рассмотрены теоретические и практические основы создания эффективных методов и процедур адаптивной коррекции параметрической динамической системы в условиях неоднородности и неопределенности ее параметров при наличии внешних возмущающих факторов. Приводится разработка методов и процедур идентификации и коррекции управляемых стохастических систем с ограничениями на вектор состояния и параметры.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами разработки и доводки автоматизированных технических систем.

16. Альмухаметова А.Ф., Моисеев В.С. Математические модели и методы комплексного управления запасами и спросом в территориально-распределенной торговой корпорации: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2010. – 170с.

В монографии рассмотрена проблема управления основной деятельностью территориально-распределенной торговой корпорации, сформулированы основные задачи комплексного управления запасами и спросом. Разработаны математические модели, методы, алгоритмы и прикладная информационная технология, обеспечивающие решение и реализацию представленных в работе задач.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами математического моделирования процессов оптимального управления запасами и спросом в логистике, а также разработкой и развитием корпоративных информационных систем в крупных торговых корпорациях. Книга может быть полезна студентам и аспирантам соответствующих специальностей.

17. Моисеев В.С., Гущина Д.С., Моисеев Г.В. Основы теории создания и применения информационных беспилотных авиационных комплексов: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2010. – 189с., ил.

В монографии рассмотрены основы прикладной теории создания на этапе аналитического проектирования и применения беспилотных авиационных комплексов, решающих задачи информационного обеспечения. Приводится научно-методический аппарат для выбора оптимальных проектных и эксплуатационных параметров таких комплексов.

Монография рассчитана на широкий круг специалистов, связанных с разработкой и эксплуатацией беспилотных авиационных комплексов, а также для студентов и аспирантов, специализирующихся в этой области.

18. Ризаев И.С., Рахал Я. Интеллектуальный анализ данных для поддержки принятия решений: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2011. - 170с.

Рассматриваются модели и алгоритмы в области интеллектуального анализа данных с использованием технологии Data Mining: классификация, кластеризация, поиск ассоциативных правил, прогнозирование. Методы проектирования хранилищ данных различной архитектуры. Разработка программного комплекса системы поддержки принятия решений.

Монография предназначена для широкого круга научных и инженерно-технических работников, преподавателей и студентов, занимающихся вопросами интеллектуального анализа данных на основе баз и хранилищ данных.

19. Моисеев В.С., Матвеев И.В., Нестерова Л.Е. Модели и методы создания перспективных учебно-тренировочных вертолетов: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2011. – 160с., ил.

В монографии рассмотрены теоретические и практические основы создания перспективных учебно-тренировочных вертолетов на базе существующих образцов, разработан научно-методический аппарат выбора оптимального для модернизации вертолета, и решения круга задач его модернизации в учебно-тренировочный вариант применения.

Монография предназначена для широкого круга специалистов, занимающихся исследованиями в области разработки цифровых систем управления современных пилотируемых и беспилотных летательных аппаратов вертолетной схемы.

20. Бутузова А.В., Моисеев В.С., Тутубалин П.И. Теоретические основы информатизации службы скорой медицинской помощи: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2011. – 242с., ил.

В монографии изложены результаты оригинальных научных исследований и практические реализации, связанные с актуальной задачей разработки математических моделей и методов информатизации лечебно-профилактических учреждений и защиты персональных данных в них, в частности в работе рассмотрены подходы к информатизации деятельности такой жизненно важной структуры как служба скорой медицинской помощи.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами разработки автоматизированных систем специального назначения.

21. Горбунов Д.А., Моисеев В.С. Основы прикладной теории неявных математических моделей и методов: монография. – Казань: Республиканский центр мониторинга качества образования (РЦ МКО), 2012. – 172 с.

В монографии изложены результаты оригинальных научных исследований и практические реализации, связанные с актуальной задачей разработки математических моделей и методов построения и оптимизации неявно заданных функциональных моделей в задачах анализа и синтеза реальных технических систем.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами разработки автоматизированных систем специального назначения.

22. Иванов К.В., Тутубалин П.И. Марковские модели защиты автоматизированных систем управления специального назначения: монография. – Казань: РЦ МКО, 2012. – 216 с., ил.

В монографии изложены результаты оригинальных научных исследований и практические реализации, связанные с актуальной задачей разработки математических моделей и методов обеспечения информационной безопасности автоматизированных систем управления специального назначения.

В работе рассмотрены подходы по информатизации таких особо важных структур как военные и полевые мобильные автоматизированные системы управления на основе предложенных новых образцов информационного оружия. Анализ защищённости систем, оснащённых новыми образцами информационного оружия, проводится с применением теории вероятностей и марковских процессов.

Монография предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами разработки автоматизированных систем специального назначения.

23. Медведев В.И. .NET компонентно-ориентированное программирование. – Казань: РЦ МКО, 2012 – 276 с.: ил

Книга посвящена компонентам. Являясь особыми объектами объектно-ориентированного программирования, объекты компонентов обладают дополнительными свойствами и поведением, позволяющими построение из них надежных программ.

Компонентно-ориентированное программирование рассматривает особенности поведения и взаимосвязи компонентов, предлагая общие правила их построения и использования при разработке надежных и безопасных многокомпонентных программ.

В книге излагаются основы программирования .NET компонентов совместно с контейнерами, существенно облегчающих их совместное применение. Уделено внимание базовым интерфейсам и классам компонентов и контейнеров, а также активно используемым компонентам и асинхронным вызовам и событиям, потокам и их синхронизации, освобождению ресурсов, сериализации объектов, удаленным компонентам.

Изложение сопровождается многочисленными примерами законченных консольных программ и Windows приложений на языках объектно-ориентированного программирования C++/CLI и C#.

Книга завершается разработкой распределенных многокомпонентных приложений с объектами компонентов, объединенных в объекте контейнера на сервере и управляемых клиентом через удаленный компонент. Программы поясняются диаграммами языка UML.

Для студентов и преподавателей вузов по направлению вычислительной техники и информатики. Представляет интерес для всех, знакомым с объектно-ориентированным программированием на языках C# и C++/CLI и желающих овладеть основами технологии .NET компонентно-ориентированного программирования.

24. Козар А.Н., Моисеев В.С. Информационные технологии оптимального применения управляемых артиллерийских снарядов: монография. – РЦ МКО, 2012. – 348 с.

В книге рассмотрена теория применения управляемых артиллерийских снарядов, даны модели и методы их оптимального планирования. Особое внимание уделяется методам преодоления управляемыми артиллерийскими снарядами зон активной защиты целей и планированию одновременного удара по цели неуправляемыми и управляемыми артиллерийскими снарядами. Излагаются модели и методы организации подсвета целей с беспилотных летательных аппаратов. Сделан обзор опубликованных исследований ряда авторов, работающих в области применения управляемых артиллерийских снарядов. Приводится описание перспективного бортового оборудования управляемых артиллерийских снарядов и рассмотрены информационные технологии и их применения.

Книга может быть полезна как для слушателей и курсантов высших военных учебных заведений, так и для работников научно-исследовательских институтов Министерства обороны Российской Федерации, занимающихся вопросами применения управляемых артиллерийских снарядов.

25. Моисеев Г.В., Моисеев В.С. Основы теории создания и применения имитационных беспилотных авиационных комплексов: монография. – Казань: РЦ МКО, 2013. – 207 с., ил.

В монографии рассмотрены основы прикладной теории создания и применения имитационных беспилотных авиационных комплексов.

На основе результатов системного анализа предметной области определены роль и место, особенности проектирования и типовые эпизоды применения комплексов авиационных ложных целей воздушного старта. Рассмотрен типовой состав и функции воздушного пункта управления авиационными ложными целями.

Предложен комплекс математических моделей и методов определения оптимального состава смешанных авиационных группировок, продолжительности их применения, оценки потерь и требуемого количества воздушных пунктов управления. Предложен оригинальный

метод формирования законов управления авиационной ложной целью на основе бортовых полетных данных самолета-имитатора.

Приводятся постановки и методы решения основных задач создания авиационных ложных целей, обеспечивающих формирование оптимальных проектных и управленческих решений в процессе их разработки, в том числе при определении проектных параметров системы «самолет-носитель – авиационные ложные цели».

Монография рассчитана на широкий круг специалистов, связанных с разработкой и эксплуатацией беспилотных авиационных комплексов, а также на студентов и аспирантов соответствующих специальностей.

26. Медведев В.И. Особенности объектно-ориентированного программирования на C++/CLI, C# и Java: 4-е изд., испр. и доп. – Казань: РЦ МКО, 2013. 450 с.: ил.

Излагаются основные понятия и методика разработки объектно-ориентированных программ на языках C++/CLI, C# и Java (J#) с применением пакетов языка Java и библиотеки .NET Framework языков C++/CLI и C#.

Изложение сопровождается многочисленными примерами законченных программ. Программы поясняются диаграммами языка UML.

Особое внимание акцентировано на наиболее сложных для понимания делегатах, событиях уведомлений, потоках и их синхронизации, преобразовании данных.

Параллельное изложение схожих основных языковых конструкций позволит лучше выявить не только близость и различие языков C++/CLI, C# и Java, но и лучше понять особенности этих языков.

В четвертом издании книги добавлен раздел о данных и их преобразовании, расширены ряд разделов, заменена поэтапно разрабатываемая много объектная программа на более интересную, также содержащую абстрактный класс, множество потоков, событий и уведомлений, наглядно иллюстрирующих особенности написания программ на языках C++/CLI, C# и Java.

Для студентов и преподавателей вузов и специалистов по направлению вычислительной техники и информатики. Представляет интерес для всех, знающих язык C и изучающих объектно-ориентированное программирование, а также для тех, кто, овладев языком C++, интересуется особенностями и отличиями программирования на языках C++/CLI, Java и C#.

27. Моисеев Г.В. Методы параллельных вычислений: учебное пособие. – Казань: РЦ МКО, 2013. – 117 с.

Приводятся принципы построения параллельных вычислительных систем, модели и методы анализа параллельных вычислений, методы оценки коммуникационной трудоемкости параллельных алгоритмов и принципы их разработки.

Предназначено для бакалавров техники и технологии по направлению 230100.62 – «Информатика и вычислительная техника».

28. Гимадеев Р.Г., Моисеев В.С., Арутюнова Н.К. Обратные задачи управления беспилотными летательными аппаратами артиллерийской разведки: монография. – Казань: РЦ МКО, 2013. – 245 с.

На основе результатов системного анализа предметной области определены требования, предъявляемые к беспилотным летательным аппаратам артиллерийской разведки, и разработана их классификация. Предложена структура и функции беспилотных авиационных комплексов ближней, средней и дальней артиллерийской разведки. Рассмотрены вопросы эксплуатации таких комплексов.

Предложены методы расчета характеристик областей обзора наземной поверхности средствами воздушной артиллерийской разведки – бортовыми оптико-электронными системами и радиолокационными станциями. Сформированы типовые траектории полетов беспилотных летательных аппаратов артиллерийской разведки.

Разработаны методы решения обратных задач управления динамическими системами при наличии ограничений на управления и для случаев, когда число управляющих воздействий больше числа фазовых координат объектов.

Эти методы предложено использовать совместно с типовыми траекториями полетов беспилотных летательных аппаратов артиллерийской разведки для формирования программного управления их реализацией.

Приведены примеры решения задач формирования управлений для поиска и обнаружения различных видов объектов артиллерийской разведки.

Монография рассчитана на широкий круг специалистов, связанных с разработкой и эксплуатацией беспилотных авиационных комплексов, а также на студентов (курсантов) и аспирантов (адъюнктов) соответствующих специальностей.

29. Моисеев В.С. Прикладная теория управления беспилотными летательными аппаратами: монография. – Казань: РЦ МКО, 2013. – 768 с.

Предлагаются определения и классификация существующих и перспективных образцов беспилотной авиационной техники. Рассматриваются основные вопросы организации ее применения. Формулируются базовые положения прикладной теории управления БЛА, ориентированной на ее использование персоналом беспилотных авиационных комплексов различного назначения. Приводятся краткие сведения по математическим основам этой теории и численным методам, применяемым при формировании программного управления БЛА. Предлагаются общие и частные модели управляемого движения БЛА самолетной и вертолетной конструктивных схем.

Для формирования управления БЛА используются методы теории обратных задач динамики управляемого движения, вариационного исчисления и оптимального управления.

Рассматриваются основные подходы к реализации перспективных задач интеллектуального управления БЛА.

Книга предназначена для специалистов по эксплуатации БЛА, разработчиков и испытателей БЛА, а также для студентов, курсантов, аспирантов и докторантов, специализирующихся по направлениям, связанным с управлением различными видами беспилотной авиационной техники.

30. Катасев А.С. Математическое и программное обеспечение формирования мягких экспертных систем диагностики состояния сложных объектов: монография. – Казань: РЦ МКО, 2013. – 200 с.

Рассмотрена проблема формирования баз знаний экспертных систем диагностики сложных объектов. Предложена технология автоматизированного формирования баз знаний на основе мягких вычислений. Разработано математическое и программное обеспечение, эффективность которого показана на примере решения ряда практических задач.

Монография предназначена для широкого круга научных и инженерно-технических работников, занимающихся вопросами формирования баз знаний мягких экспертных диагностических систем.

31. Моисеева Л.Т. Статистические методы в машиностроении: учебное пособие. – Казань: РЦ МКО, 2014. – 103 с.

Приводятся основные понятия классической теории вероятности и математической статистики, основные положения теории малой выборки статистических данных, статистические методы в проектировании, производстве и эксплуатации изделий машиностроения.

Предназначено для студентов технических специальностей.

32. Моисеев В.С. Дискретные линейные математические модели динамических процессов в банковских накоплениях, рыночной экономике, медицине, биологии, здравоохранении и технике: учебное пособие. – Казань: РЦ МКО, 2014. – 146 с.

Приводятся определение и современная классификация математических моделей процессов (объектов). Отмечается слабая распространенность на практике моделей дискретных динамических процессов. Дается краткая характеристика теории разностных уравнений как математического аппарата построения и использования таких моделей. Подробно рассматриваются свойства и методы решения разностных уравнений 1-го и 2-го порядков. Приводятся примеры их применения при моделировании разнообразных динамических процессов (объектов).

Предназначено для магистрантов и аспирантов соответствующих направлений подготовки и специальностей.

33. Моисеева Л.Т. Применение современных математических методов в технологии машиностроения: монография – Казань: РИЦ «Школа», 2014. – 216 с.

Предлагаются методы оптимизации геометрических параметров, режимов обработки, набора инструментов для обработки изделий машиностроения. Рассматривается двухкритериальная оптимизация механической обработки корпусного изделия. Предлагается применение метода условной оптимизации в технологических процессах. Используются статистические методы для уменьшения доли бракованных изделий в машиностроительном производстве. Используется метод решения задачи коммивояжера в технологии машиностроительных производств.

Книга предназначена для студентов, магистрантов, аспирантов и специалистов по технологии машиностроения.

34. Моисеева Л.Т. Microsoft Office 2007: учебное пособие для лабораторных работ по информатике. – Казань: РИЦ «Школа», 2014. – 66 с.

Приводятся основные отличительные особенности Microsoft Office 2007 в сравнении с Microsoft Office 2003 на примере Word 2007 и Excel 2007.

Предназначено для студентов технических специальностей.

35. Медведева С.В. Проектирование информационных технологий обучения в профессиональной математической подготовке в инженерном образовании: монография. – Казань: РИЦ «Школа». 2014. – 264 с.

Предлагаются методы проектирования компьютерных технологий обучения для математических дисциплин, основным содержанием которых являются математические методы, имеющие сложную логическую структуру. В основу этих методов полагается подход, использующий многократное применение инвариантов – дидактических, алгоритмических и программных этапов проектирования. Обсуждаются методики применения разработанных технологий обучения.

Книга предназначена для студентов, магистрантов, аспирантов и специалистов по разработке электронных обучающих ресурсов.

36. Моисеев В.С. Основы теории эффективного применения беспилотных летательных аппаратов: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2015. 444 с.

В книге с использованием системного подхода предлагаются основные положения теории эффективного применения БЛА различного назначения. Формулируются и решаются такие задачи теории как оптимизация потребного числа БЛА, организации процессов их эффективного применения, оптимизация основных режимов полетов БЛА, оптимальное размещение наземных компонентов беспилотных авиационных комплексов (БАК) и оптимизация процессов их перебазирования.

Заключительные главы посвящены задачам управления запасами расходуемых материалов БАК, расчетам числа запасных БЛА и вопросам информатизации процессов применения БЛА.

Представленные в работе задачи сопровождаются значительным числом примеров.

Книга предназначена для специалистов по эксплуатации БЛА, а также для студентов, аспирантов и докторантов соответствующих специальностей.

37. Медведев В.И. Особенности объектно-ориентированного программирования на C++/CLI, C# и Java. 5-е изд., испр. Казань: РИЦ «Школа», 2015. 472.

Излагаются основные понятия и методика разработки объектно-ориентированных программ на языках C++/CLI, C# и Java (J#) с применением пакетов языка Java и библиотеки .NET Framework языков C++/CLI, C#. Изложение сопровождается многочисленными примерами законченных программ. Программы поясняются диаграммами языка UML. Используются среды разработки программ Visual Studio .NET и Eclipse. Особое внимание акцентировано на наиболее сложных для понимания делегатах, событиях, уведомлениях, потоках и их синхронизации, преобразовании данных. Параллельное изложение схожих основных языковых конструкций позволит выявить не только близость и различие языков C++/CLI, C# и Java, но и лучше понять особенности этих языков. В конце книги разрабатывается многообъектная программа, содержащая абстрактный класс, множество потоков, событий и уведомлений, наглядно иллюстрирующих особенности написания программ на языках C++/CLI, C# и Java.

Для студентов и преподавателей вузов и специалистов по направлению вычислительной техники и информатики.

38. Аникин И.В. Методы оценки и управления рисками информационной безопасности в корпоративных информационных сетях: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2015. – 224 с.

Рассмотрена проблема оценки и управления рисками информационной безопасности в корпоративных информационных сетях. Предложены методы решения соответствующих задач на основе экспертных оценок и методов теории нечетких множеств. Рассмотрены примеры решения данных задач.

Монография предназначена для широкого круга научных и инженерно-технических работников, занимающихся вопросами информационной безопасности.

39. Моисеева Л.Т. Математическое моделирование и оптимизация: Лабораторный практикум. Часть 1. – Казань: РИЦ «Школа», 2015. – 36 с.

Приводятся основные методы и средства программирования в пакете MathCad. Все объяснения сопровождаются примерами и заданиями для самостоятельного выполнения.

Предназначено для студентов технических специальностей.

40. Моисеева Л.Т., Полянкина З.Ш. Математическое и компьютерное моделирование динамики банковских накоплений: монография. – Казань: РИЦ «Школа». 2016. – 248 с.

Книга содержит обзор существующих методов расчета банковских накоплений и оригинальные математические модели описания динамики размера вклада при различных условиях накопления средств.

Предложен диалоговый программный комплекс моделирования, ориентированный на широкие круги населения. Применение этого комплекса позволит проанализировать различные варианты накоплений и сделать правильный выбор в пользу конкретного вклада и банка.

41. Моисеев В.С. Групповое применение беспилотных летательных аппаратов: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2017. – 572 с.

Монография посвящена комплексному решению актуальной и перспективной организационно-технической проблемы группового применения беспилотных летательных аппаратов (БЛА) при решении широкого круга военных и гражданских задач.

В рамках решения этой проблемы приводятся постановки и методы решения следующих основных задач: организация беспилотных подразделений различного назначения; определение потребной численности БЛА в группировке при проведении различных операций; расчеты требуемого количества операторов управления БЛА при их групповом применении; задачи логистики беспилотных подразделений при эксплуатации группировки БЛА в полевых условиях; организация и выполнение групповых полетов БЛА; формирование управления БЛА при их групповых полетах.

Представленные в работе задачи сопровождаются значительным числом примеров с расчетным и графическим материалом.

Книга предназначена для специалистов по эксплуатации БЛА, а также для студентов, аспирантов, адъюнктов и докторантов соответствующих специальностей.

42. Моисеева Л.Т., Белобородова Н.В. Оптимизация фрезерных операций при ремонте лопаток газотурбинных двигателей: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2017. – 144 с.

В книге приведены особенности технологического процесса механической обработки лопаток компрессора газотурбинных двигателей. Предложены математические модели и методы оптимизации технологического процесса фрезерования ремонтируемых лопаток. Применение оптимальных режимов позволит снизить время ремонта лопаток в полтора раза.

Книга предназначена для студентов, магистрантов, аспирантов и специалистов по технологии машиностроения.

43. Моисеев В.С. Динамика полета и управление беспилотными летательными аппаратами. – Казань: РИЦ «Школа», 2017. – 416 с.

Монография посвящена решению актуальной проблемы программирования полетов БЛА при их применении для решения широкого круга военных и гражданских задач.

В рамках решения этой проблемы приводятся классификация современных БЛА, упрощенные уравнения движения при их старте, полете и посадке, методы формирования требуемых траекторий движения БЛА, а также методы синтеза инвариантного относительно конструктивных схем БЛА и прямого управления для БЛА классической самолетной схемы.

Представленные в работе модели и методы сопровождаются значительным числом примеров с расчетным и графическим материалом.

Книга предназначена для специалистов по управлению БЛА, а также для студентов, аспирантов и докторантов соответствующих специальностей.

44. Моисеев В.С. Лекции по математическому моделированию в прикладной информатике: научно-учебное издание. – Казань: РИЦ «Школа», 2018. – 307 с.

В книге приводится генезис информатики, ее связь с кибернетикой и развитием средств вычислительной техники. Дается современная классификация математических моделей, применяемых в науке, технике и экономике. Рассмотрен существующий и перспективный математический аппарат, который предлагается использовать в моделях информационных систем, технологий и в задачах защиты информации. Приведено значительное число математических моделей прикладной информатики.

Книга предназначена для магистрантов, аспирантов, докторантов, занимающихся исследованиями и разработками в области прикладной информатики. Материал лекций может быть полезен преподавателям ВУЗов при подготовке соответствующих лекций, лабораторных практикумов и выборе тем курсовых и выпускных квалификационных работ.

45. Моисеев В.С., Моисеева Л.Т. Некоторые неклассические задачи вычислительной математики: монография. – Казань: РИЦ «Школа», 2020. – 177 с.

Монография посвящена задачам вычислительной математики, численные методы решения которых отсутствуют в существующей литературе. К таким неклассическим задачам в данной работе отнесены методы решения нелинейных уравнений, содержащих интегралы с искомым параметром; методы формирования, исследования и применения неявно заданных функций одной переменной; методы решения нелинейных параметрических уравнений и систем уравнений; методы решения дифференциальных уравнений с разрывной правой частью по используемому аргументу.

Книга предназначена для специалистов в области разработки численных методов, а также магистрантов, аспирантов и докторантов, осуществляющих с использованием методов вычислительной математики решение разнообразных прикладных задач.

46. Кремлева Э.Ш., Новикова С.В., Валитова Н.Л., Тунакова Ю.А. Системы поддержки принятия решений с интеллектуальной обработкой данных на основе качественной информации: моногра-

фия. Под общей редакцией доктора технических наук профессора С.В. Новиковой. – Казань: РИЦ «Школа», 2024. – 176 с. (Серия «Современная прикладная математика и информатика»).

Монография посвящена задачам анализа и синтеза систем, в которых решения принимаются не на количественном, а на качественном уровне. Такой подход к обработке информации характерен для принятия решения человеком и основан на принципе работы человеческого мозга. К рассматриваемым задачам в данной работе отнесены методы качественной оценки состояния объектов в автоматическом и автоматизированном режимах, а также задачи синтеза рекомендуемых систем на основе таких оценок.

Книга предназначена для специалистов в области разработки систем поддержки принятия решений, а также магистрантов, аспирантов и докторантов, осуществляющих решение разнообразных прикладных задач с использованием качественных подходов.

47. Тань Лиго, Моисеев В.С., Новикова С.В., Цзяньвэнь Хо Беспилотные летательные аппараты-амфибии: монография. Под общей редакцией Моисеева В.С. – Казань: РИЦ «Школа», 2025. – 556 с. (Серия «Современная прикладная математика и информатика»).

В совместной российско-китайской монографии рассматриваются основные направления решения такой актуальной проблемы современной беспилотной техники как создание беспилотных аппаратов, осуществляющих выполнение целевых заданий в воздушной и подводной средах (БЛА-амфибии). Приводится определение, классификация таких аппаратов, принципы создания и основные решаемые ими задачи.

Для каждого типа БЛА-амфибии рассматриваются их существующие и перспективные конструкции, математические модели движения в воздушной и подводных средах, методы программного управления таким движением, а также бортовое оборудование, предназначенное для работы аппарата в подводной среде.

В заключении рассматриваются перспективные вопросы интеллектуального управления БЛА-амфибиями, которые являются особенно важными при их автономной работе в подводной среде в связи с отсутствием широких возможностей дистанционного управления аппаратами и непредсказуемостью всех действующих в ней факторов.

В книге приводится обширная библиография зарубежных и отечественных работ по решаемой проблеме, которая может быть полезна для ученых и специалистов при постановке и решении новых задач создания перспективных образцов нового вида беспилотной авиационной и подводной техники.

48. Моисеев В.С. Динамика, последствия и устранение неуправляемых движений беспилотных летательных аппаратов. – Казань: Редакционно-издательский центр «Школа», 2026. – 208 с. (Серия «Современная прикладная математика и информатика»).

В книге рассматривается практически неисследованная в настоящее время проблема исследования движений беспилотных летательных аппаратов (БЛА) при внезапном прекращении действия запланированных программных управляющих воздействий. Причинами такой ситуации могут быть наступление постепенных и внезапных отказов бортового оборудования БЛА, резкие порывы ветра, воздействие средств ПВО и др.

Для проведения исследований вводится понятие «обрыв управления» динамическим объектом (системой), которым является современный БЛА.

Предлагаемые в монографии методы описания динамики движения БЛА при «обрывах» программного управления и их последствиях при ударе о земную поверхность рассматриваются для широко распространенных в настоящее время аппаратов самолетного типа.

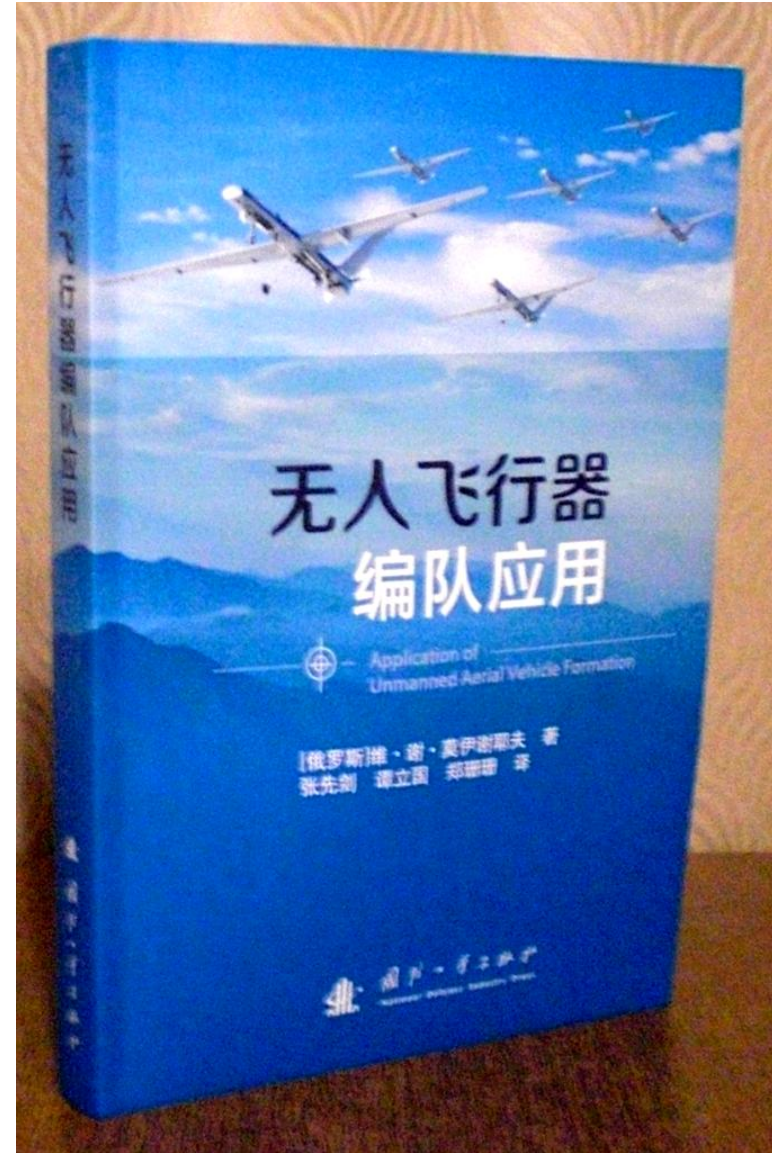
Предлагаются подходы, обеспечивающие устранение возникающих неуправляемых движений такого типа БЛА путем восстановления их программного управления.

Приведенные подходы к описанию динамики, оценки последствий и устранения неуправляемых движений могут быть достаточно просто распространены на аппараты вертолетного и много rotorного (мультикоптерного) типов.

Отметим, что монографии №36 «Основы теории эффективного применения беспилотных летательных аппаратов» и №41 «Групповое применение беспилотных летательных аппаратов» из данной серии переведены на китайский язык и опубликованы издательством National Defense Industry Press (КНР).



Моисеев В.С. Основы теории эффективного применения беспилотных летательных аппаратов



Моисеев В.С. Групповое применение беспилотных летательных аппаратов

Авторами опубликованных в серии «Современная прикладная математика и информатика» монографий и учебников являются сотрудники кафедр «Прикладная математика и информатика», «Автоматизированные системы обработки информации и управления», «Компьютерные системы», «Системы информационной безопасности» Казанского национального исследовательского технического университета им. А.Н. Туполева (КНИТУ-КАИ), преподаватели бывшего Казанского высшего военного командного артиллерийского училища (КВВКАУ), ученые Института проблем информатики АН РТ, специалисты ОАО ICL-КПОВС и ОАО НПО им. А.М. Симонова (бывшее ОКБ «Сокол»), а также ученые и специалисты Харбинского политехнического университета и Юго-западного университета науки и технологий (г. Мянъян) Китайской Народной Республики.

К настоящему времени в публикациях книг серии «Современная прикладная математика и информатика» приняло участие 43 автора.

Многие из полученных научных и прикладных результатов внедрены в практику работы предприятий и организаций г. Казани и получили положительные оценки гражданских и военных специалистов, ученых и IT-специалистов РФ. Материалы, опубликованных учебников и монографий активно использовались в учебном процессе и научной работе студентами, аспирантами и докторантами КНИТУ-КАИ и других вузов г.г. Казани, Харбина и Мянъяна (КНР).

*Заслуженный деятель науки и техники РТ,
доктор технических наук,
профессор В.С. Моисеев*

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее время характерно широким распространением применения беспилотных летательных аппаратов (БЛА) для решения разнообразных военных и гражданских задач. При решении этих задач основное внимание уделяется вопросам управления БЛА, позволяющем эффективно достигать целей операции, проводимой с их использованием. Выбор конкретных видов управляющих воздействий для выполнения требуемого полетного задания БЛА реализует задачу формирования управляемого движения аппарата.

Практически все работы по динамике полета БЛА посвящены математическому описанию такого вида движений. Примерами таких работ являются монографии [1, 2].

Из практики применения БЛА следует, что существует ее один вид его движения – частичное или полное неуправляемое движение аппарата, которое возникает при отклонениях части или всех запланированных управляющих воздействий.

Причинами таких ситуаций являются:

- отказы бортовых комплексов БЛА;
- внешние воздействия на аппарат (резкие порывы ветра, обледенение органов управления, действие средств ПВО и др.).

Неуправляемый полет БЛА не позволяет выполнить поставленную перед ним целевую задачу и в большинстве случаев приводит аппарат к столкновению с земной поверхностью. Последнее является весьма нежелательным при полетах БЛА над населенными пунктами, т.к. может вызвать значительные разрушения их инфраструктуры и значительные человеческие жертвы из-за взрыва остатков бортового запаса топлива и боеприпасов аппаратов.

В связи с этим исследования неуправляемых движений БЛА являются весьма актуальными и практически значимыми для их широкого применения при решении гражданских и военных задач.

Не менее актуальной является задача устранения возникающего в процессе полета неуправляемого движения БЛА, которое позволяет не допустить последствий его удара о земную поверхность.

Текст монографии вместе с другими книгами автора по беспилотной авиационной технике доступен для скачивания на сайте Моисеев-БПЛА.РФ.

Автор благодарит к.т.н. Л.Т. Моисееву за большой труд по проведению расчетов и подготовке рукописи к публикации.

Глава 1. НЕУПРАВЛЯЕМОЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Динамическим объектом будем называть техническое устройство, которое в процессе функционирования на конечном интервале времени может изменять свои характеристики. Для этого объект оснащается специальными механизмами (блоками) для реализации необходимых управляющих воздействий на его характеристики.

Примерами динамических объектов являются электрические и другие виды двигателей с переменным числом оборотов их валов, самолеты, ракеты, все виды беспилотной техники, которые включают в себя наземные, надводные, подводные, воздушные и комбинированные образцы.

Будем считать, что при реализации требуемых воздействий получаем *управляемое функционирование динамического объекта*. Характерной особенностью такого функционирования является наличие допустимого множества применяемых управляющих воздействий, позволяющее безопасным образом выполнять возложенные на него практические задачи.

Выход одного или нескольких управляющих воздействий за границы этого множества вследствие различных причин будем называть *неуправляемым функционированием динамического объекта*.

Отметим, что в доступной литературе вопросы такого функционирования в общем случае не рассматривались.

1.1. Виды функционирования динамических объектов

Как показала практика разработки и применения разнообразных динамических объектов, основным режимом их работы является управляемое функционирование. Альтернативой

ему является *свободное функционирование объекта*, при котором полностью отсутствуют управляющие воздействия на характеристики объекта. Примерами такого функционирования являются спуск парашютиста (груза) с использованием классического (купольного) парашюта и движение обычной авиабомбы, сброшенной с самолета-носителя. Отметим, что в настоящее время на практике для указанных динамических объектов применяется управляемое функционирование. В частности, это планирующие парашюты и корректируемые (управляемые) авиабомбы, позволяющие обеспечивать требуемое управляемое горизонтальное перемещение таких объектов в воздушном пространстве.

Рассмотрим классификацию и взаимодействие введенных выше видов функционирования динамических объектов, представленное на Рис. 1.1

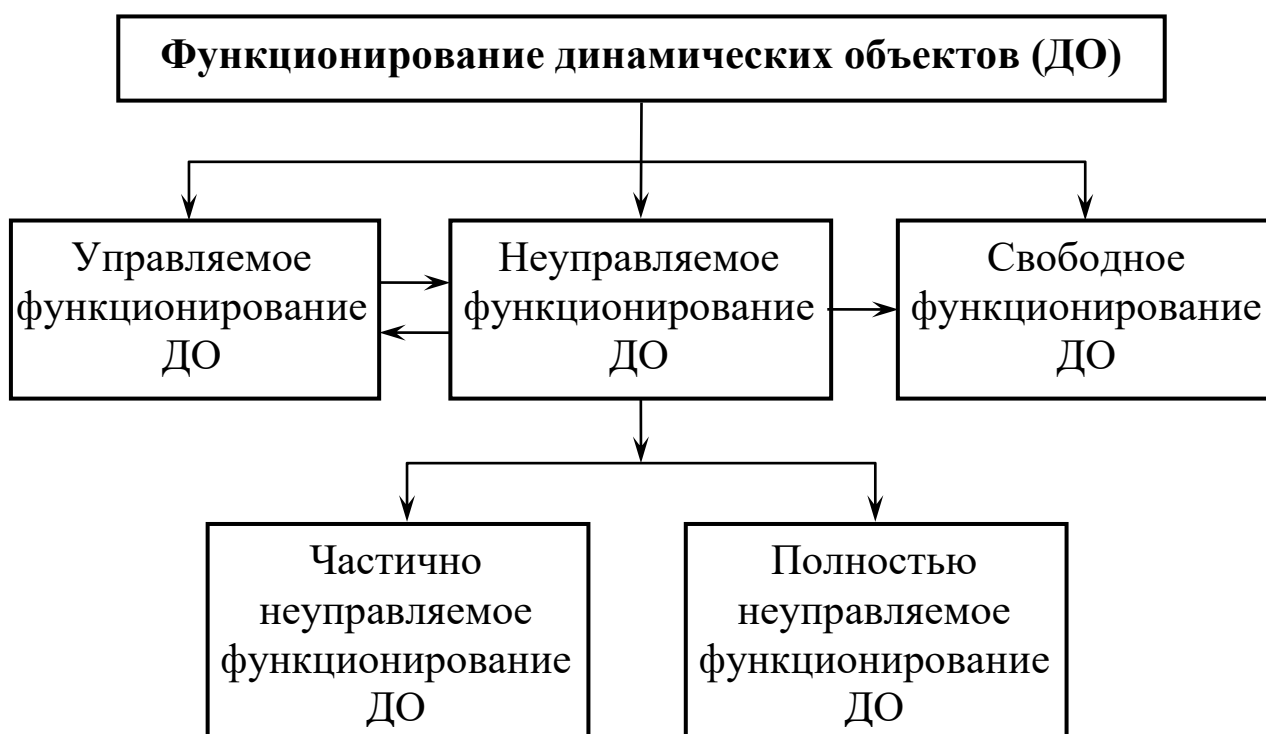


Рис. 1.1

Управляемое функционирование объекта может переходить в *неуправляемое функционирование* при отказах и неис-

правностях его управляющих элементов (блоков). Обратный переход возможен при ремонте обслуживаемых объектов и при автоматическом включении резервных элементов в необслуживаемых объектах.

Частично неуправляемое функционирование объекта возникает при нарушении работы одного или нескольких управляющих элементов, которое состоит в выходе их управляющих воздействий из множества допустимых значений.

Полностью неуправляемое функционирование объекта возникает, когда описанная выше ситуация охватывает все управляющие воздействия объекта.

Переход функционирования динамического объекта в *свободное функционирование* происходит из неуправляемого функционирования при выходе из строя всех его управляющих элементов.

В последующих разделах данной главы будут рассмотрены в общем виде формальные представления всех видов функционирования динамических объектов.

1.2. Общая математическая модель управляемого функционирования динамического объекта

В современной теории управления функционирование динамического объекта на заданном интервале времени описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений, которая в векторной форме имеет следующий вид:

$$\dot{x} = f(x, u), \quad t \in [t_0, t_k]. \quad (1.2.1)$$

Здесь $x = x(t)$ – n -мерный вектор фазовых координат объекта; $u = u(t)$ – m -мерный вектор управляющих воздействий (управлений); f – n -мерная вектор-функция указанных аргу-

ментов, описывающая функционирование объекта; $[t_0, t_k]$ – заданный интервал времени функционирования объекта.

Для модели (1.2.1) задаются начальные условия:

$$x_i(t_0) = x_{i0}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1.2.2)$$

где x_{i0} – заданные значения фазовых координат в начальный момент времени $t = t_0$.

Отмеченный выше вектор управления объектом $u(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_j(t), \dots, u_m(t))$, $t \in [t_0, t_k]$ описывает такой вид управляющих воздействий как *программное управление* объектом. Кроме этого, на практике используется управление вида $u = u(x)$, которое описывает *управление по принципу обратной связи*.

Первый вид управления динамическим объектом соответствует модели «вход-выход», принятой в теории систем. Эта модель представлена на Рис. 1.2.



Рис. 1.2

Для формального описания функционирования определенных динамических объектов используются линейные модели вида:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad t \in [t_0, t_k], \quad (1.2.3)$$

где $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ – вектор-столбец фазовых координат; $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T$ – вектор-столбец управляющих воздействий; A и B – матрицы размерности $(n \times n)$ и $(n \times m)$.

Для таких моделей также используются начальные условия вида (1.2.2).

Модели вида (1.2.3) применяются в основном для описания функционирования систем автоматического регулирования значений фазовых координат динамических объектов. В этом случае вектор $x(t)$ в линейной модели описывает отклонения фазовых координат в момент времени $t \in [t_0, t_k]$ от заданных требуемых значений.

В таких случаях вектор регулирующих воздействий u таких систем формируется с использованием принципа обратной связи.

В дальнейшем в монографии будет рассматриваться модель вида (1.2.1) с программным управлением функционированием динамического объекта, как наиболее распространенная на практике.

Для учета реальных условий требуемого функционирования объекта компоненты вектора $u = u(t)$ в любой момент времени $t \in [t_0, t_k]$ должны удовлетворять ограничениям:

$$\begin{aligned}
 & u_1^{(\min)} \leq u_1(t) \leq u_1^{(\max)}; \\
 & u_2^{(\min)} \leq u_2(t) \leq u_2^{(\max)}; \\
 & \text{-----} \\
 & u_j^{(\min)} \leq u_j(t) \leq u_j^{(\max)}; \\
 & \text{-----} \\
 & u_m^{(\min)} \leq u_m(t) \leq u_m^{(\max)}.
 \end{aligned}
 \tag{1.2.4}$$

В этих условиях величины $u_j^{(\min)}$ и $u_j^{(\max)}$, $j = \overline{(1, m)}$ определяют границы управляющих воздействий на объект, обеспечивающих его требуемое («штатное») функционирование.

Выражения (1.2.4) задают множество:

$$U = \left\{ \left(u_j^{(\min)}, u_j^{(\max)} \right), j = \overline{(1, m)} \right\},
 \tag{1.2.5}$$

допустимых управлений объектом, описываемым моделью (1.2.1), которое геометрически представляется m -мерным параллелепипедом.

На Рис. 1.3 приведены примеры условий (1.2.4) для вектора $u = u(t)$ с размерностью $m = 2$.

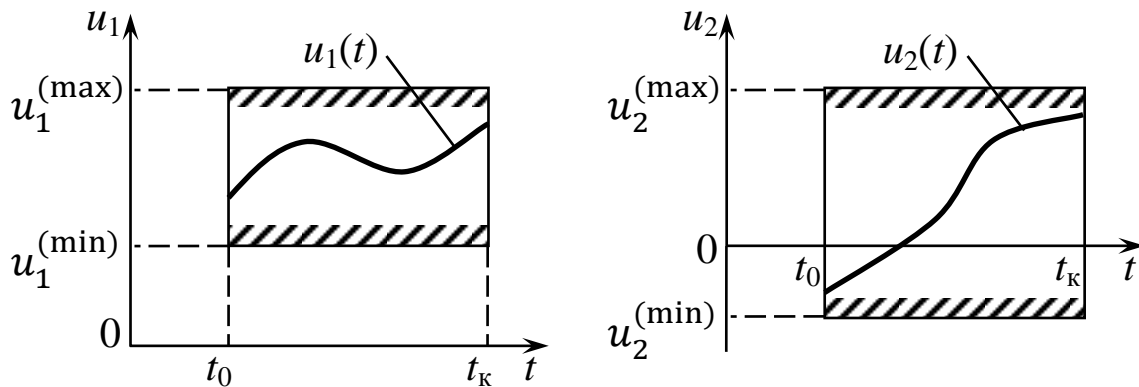


Рис. 1.3

В настоящее время для формирования управления динамическими объектами, которые описываются моделями вида (1.2.1), используются следующие подходы:

1. Применение методов теории оптимальных процессов [4].
2. Применение теории обратных задач динамики управляемых систем [5].

При первом подходе в задачах определения оптимальных управления $u_{\text{опт}} = u_{\text{опт}}(t)$, $t \in [t_0, t_k]$ используется критерий оптимальности:

$$J = J(u) \rightarrow \max_{u \in U}, \quad (1.2.6)$$

который представляет собой функционал, имеющий числовое значение, явным или неявным образом, зависящий от функций $u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)$.

В практических задачах оптимального управления используются функционалы J в интегральной или терминальной формах [3].

В общем случае постановка задачи формирования оптимального управления функционированием динамического объекта формализуется следующим образом:

«Найти функции $u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)$, доставляющие максимум критерию оптимальности (1.2.6) при выполнении ограничений (1.2.1), (1.2.2) и (1.2.4)».

В некоторых задачах оптимизации управления динамическими объектами в состав искомых включают параметры начальных условий модели $t_0, x_{0i}, t_k, x_{ki}, i \in \overline{1, n}$, а также параметры, входящие в состав вектор-функции f функциональной модели объекта (1.2.1) [3].

К настоящему времени известны методы решения сформулированной выше задачи, основанные на применении методов вариационного исчисления, принципов максимума Л.С. Понтрягина, Р. Белмана и В.М. Кротова [3]. Краткая характеристика математического аппарата применяемого при использовании указанных подходов приведена в работе [3]. Из этой работы следует, что предлагаемые численные методы оптимального управления являются весьма сложными с вычислительной точки зрения, что не позволяет широко использовать их при практическом применении для оптимизации функционирования сложных динамических объектов.

Второй подход к формированию управления динамическим объектом является менее сложным с вычислительной точки зрения, но предполагает задание требуемого изменения вектора фазовых координат $x_{\text{тр}}(t)$ и его производной $\dot{x}_{\text{тр}}(t)$, $t \in [t_0, t_k]$. При этом компоненты вектора $x_{\text{тр}}(t)$ должны удовлетворять начальным условиям (1.2.2).

Суть этого подхода состоит в следующем.

Перепишем систему уравнений (1.2.1) с использованием введенных выше обозначений в виде:

$$f(x_{\text{тр}}(t), u(t)) = \dot{x}_{\text{тр}}(t), \quad t \in [t_0, t_k]. \quad (1.2.7)$$

Будем рассматривать это выражение как запись в векторной форме системы нелинейных параметрических уравнений относительно искомого вектора управления объектом $u(t)$.

Для применения рассматриваемого подхода на практике необходимо, чтобы в модели (1.2.1) размерности векторов $x(t)$ и $u(t)$ совпадали, т.е. $m = n$. В этом случае, применяя специальные численные методы решения нелинейных параметрических уравнений, предлагаемые в работе [6], можно определить искомые функции $u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)$.

В некоторых случаях в зависимости от вида вектор-функции f возможно, используя определенные математические преобразования, получить аналитическое решение системы уравнений (1.2.7).

Покажем, как такое решение получается для линейной модели объекта вида (1.2.3).

Преобразуем векторное уравнение этой модели к следующей форме:

$$Bu(t) = \dot{x}_{\text{тр}}(t) - Ax_{\text{тр}}(t). \quad (1.2.8)$$

Из этого выражения следует, что при $m = n$ получена система линейных параметрических уравнений относительно неизвестных функций $u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)$, записанная в векторно-матричной форме.

Вычисляя обратную матрицу B^{-1} и умножая обе части выражения (1.2.8) на эту матрицу, получаем расчетную формулу для определения искомого вектора управления объектом вида:

$$u(t) = B^{-1}(\dot{x}_{\text{тр}}(t) - Ax_{\text{тр}}(t)), \quad t \in [t_0, t_k], \quad (1.2.9)$$

обеспечивающего в процессе его функционирования требуемые значения фазовых координат и их производных.

Заметим, что вычисленные управляющие функции $u_1(t)$, $u_2(t), \dots, u_n(t)$ в обязательном порядке должны удовлетворять ограничениям (1.2.4). При нарушении этих условий необходимо изменить состав и вид компонент вектора $x_{\text{тр}}(t)$, $t \in [t_0, t_k]$.

Отметим, что методы теории обратных задач динамики управляемых объектов значительно проще методов теории оптимального управления, но требуют предварительного формирования векторов $x_{\text{тр}}(t)$ и $\dot{x}_{\text{тр}}(t)$, $t \in [t_0, t_k]$.

Значения фазовых координат объекта при его управляемом функционировании на интервале времени $t \in [t_0, t_k]$ определяются путем интегрирования системы дифференциальных уравнений (1.2.1) или (1.2.3) с подстановкой в них вычисленного вектора $u = u(t)$ при начальных условиях (1.2.2).

На Рис. 1.4 представлена динамика изменения i -й координаты вектора $x(t)$, $i \in \overline{(1, n)}$ при подстановке в модель (1.2.1) вычисленного вектора $u = u(t)$, $t \in [t_0, t_k]$.

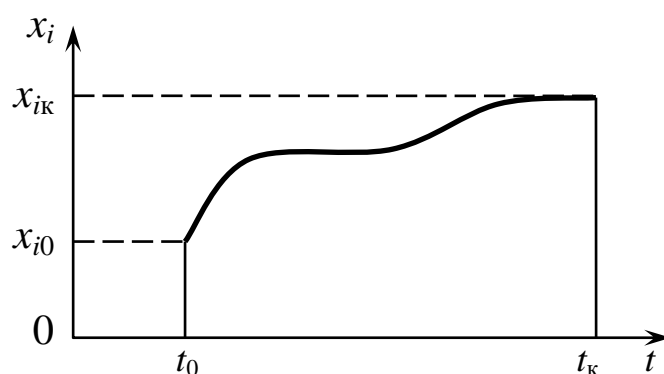


Рис. 1.4

При использовании указанных выше подходов к формированию управления динамическими объектами предполагается, что все их фазовые координаты $x_i(t)$, $i \in \overline{(1, n)}$ являются гладкими непрерывными функциями времени $t \in [t_0, t_k]$.

1.3. Неуправляемое функционирование объекта

Будем считать, что для необслуживаемого нерезервированного динамического объекта определен методами Разд. 1.2 вектор управления $u = u(t)$, $t \in [t_0, t_k]$, с компонентами, удовлетворяющими условиям (1.2.4).

Согласно Рис. 1.1, неуправляемое функционирование объекта возникает из его управляемого функционирования из-за изменения вектора $u = u(t)$ при $t \in [t_0, t_k]$. Изменение этого вектора в процессе функционирования объекта управления в доступной литературе не рассматривалось. Исключением является работа [4], в которой для вывода принципа максимума Л.С. Понтрягина использовалось понятие «игольчатая вариация управления», представленная на Рис. 1.5.

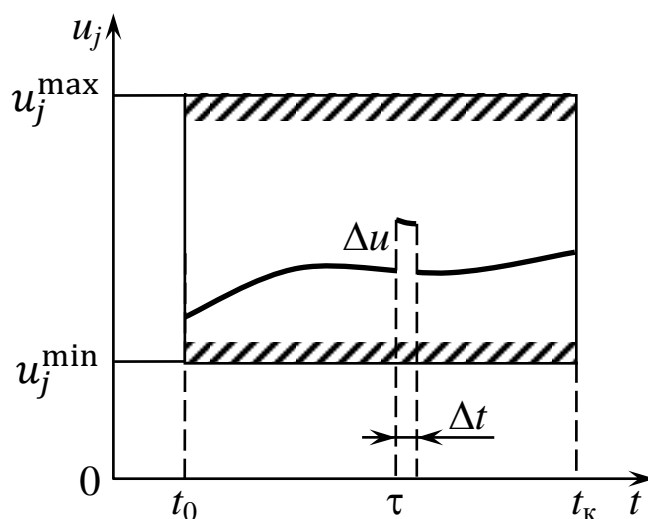


Рис. 1.5

За счет достаточной малости изменения управляющих воздействий Δu и времени действия Δt таких вариаций значения компонент вектора $x(t)$ изменяются на весьма незначительные величины $\delta x_j(t)$, $j = \overline{(1, n)}$, что можно считать функционирование объекта управляемым.

Пусть неуправляемое функционирование объекта возникает в некоторый момент времени $\tau \in [t_0, t_k]$, когда одна или

несколько компонент вектора $u = u(t)$ нарушают неравенства вида (1.2.4). Формально это означает, что:

$$u_j(\tau) \notin [t_j^{(\min)}, t_j^{(\max)}], \quad j \in (\overline{1, m}). \quad (1.3.1)$$

Будем называть факт выполнения условия (1.3.1) «обрывом j -го управления». При этом считается, что при числе нарушений этих условий, меньших значения m , функционирование объекта является *частично неуправляемым*. Если число таких нарушений равно m , функционирование объекта становится *полностью неуправляемым*. При этом могут быть нарушены как левая, так и правая границы условий (1.2.4).

Обозначим $\hat{u}_j^{(-)} < u_j^{(\min)}$ значения координаты $u_j(\tau)$, $j \in (\overline{1, m})$ при нарушении левой границы соответствующего j -го неравенства (1.2.4), и $\hat{u}_j^{(+)} > u_j^{(\max)}$ значение $u_j(\tau)$ при нарушении правой границы такого неравенства. На Рис. 1.6 представлены такие ситуации при функционировании объекта.

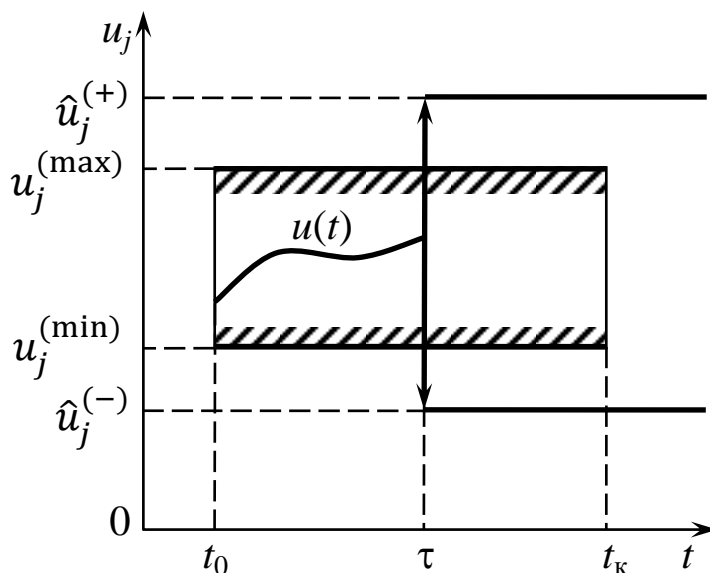


Рис. 1.6

Из этого рисунка следует, что «обрывы управления» $\hat{u}_j^{(-)}$ или $\hat{u}_j^{(+)}$ наступают мгновенно под действием внезапных отказов управляющих элементов объекта или вследствие внешних воздействий на объект. Еще одно предположение состоит

При анализе неуправляемого функционирования объекта в моменты времени $t \geq \tau$ будем использовать два вектора его фазовых координат $\hat{x}^{(+)}(t)$ и $\hat{x}^{(-)}(t)$, которые являются решениями множества систем уравнений:

$$\dot{\hat{x}}^{(+)} = f(\hat{x}^{(+)}, U^{(+)}) , \quad t \geq \tau \quad (1.3.8)$$

с начальными условиями:

$$\hat{x}^{(+)}(\tau) = x(\tau) \quad (1.3.9)$$

и множества систем вида:

$$\dot{\hat{x}}^{(-)} = f(\hat{x}^{(-)}, U^{(-)}) , \quad t \geq \tau \quad (1.3.10)$$

с начальными условиями:

$$\hat{x}^{(-)}(\tau) = x(\tau). \quad (1.3.11)$$

Значения правых частей условий (1.3.9) и (1.3.11) равны решениям задачи (1.2.1), (1.2.2) на интервале времени $[t_0, \tau]$ при $t = \tau$.

В связи с тем, что в правых частях систем (1.3.8) и (1.3.10) используются множества (1.3.6) и (1.3.7), интегральные кривые этих систем будут представлять собой множества кривых, описывающих поведение фазовых координат объекта при значениях числа «обрывов управления», равных $k = 1, 2, 3, \dots, m$.

На Рис. 1.7 схематично представлено поведение вектора фазовых координат $x(t)$ до и после «обрывов управления» при использовании множеств (1.3.6) и (1.3.7).

На этом рисунке каждый отрезок представленного «пучка» траекторий изменения вектора $x(t)$ «взвешен» использованными векторами управления (1.3.3)-(1.3.5).

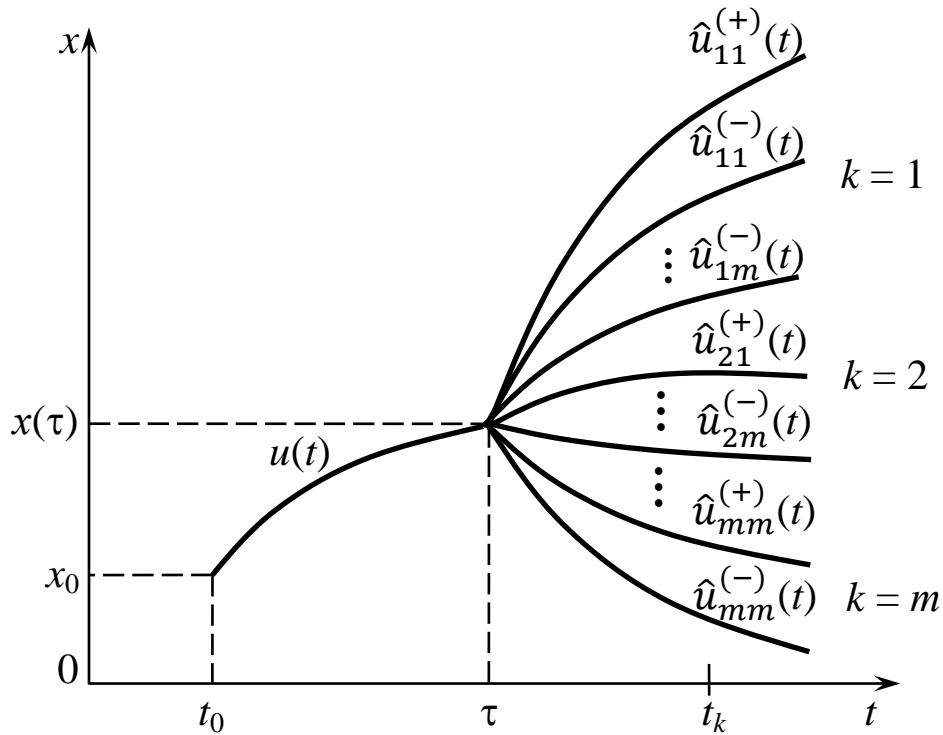


Рис. 1.7

Будем считать, что неуправляемое функционирование объекта приводит его в аварийное состояние, которое описывается некоторым многообразием в пространстве фазовых координат модели (1.2.1). Примем, что в этом многообразии задана точка с координатами $(a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_n})$, при попадании в которую соответствующих координат вектора $\hat{x}_k(t)$, $t \geq \tau$ наступает аварийное состояние объекта.

Момент времени T наступления такого состояния определяется условиями вида:

$$\hat{x}_{ki_1}(T) = a_{i_1}, \hat{x}_{ki_2}(T) = a_{i_2}, \dots, \hat{x}_{ki_p}(T) = a_{i_p}. \quad (1.3.12)$$

В этих выражениях левые части представляют собой решения задач (1.3.5), (1.3.6) и (1.3.7), (1.3.8) при изменении параметра k от 1 до m . Полученный из этих условий момент времени T может располагаться в интервале времени $[\tau, t_k]$, а также находиться вне его, т.е. $T > t_k$. Процесс определения величины T состоит в последовательном использовании элемен-

тов множеств $U^{(+)}(t)$ и $U^{(-)}(t)$ при решении систем уравнений (1.3.8) и (1.3.10) с использованием начальных условий (1.3.9) и (1.3.11). При этом для каждого варьируемого значения $k \in \overline{(1, m)}$ результаты интегрирования $\hat{x}_k^{(+)}(t)$ и $\hat{x}_k^{(-)}(t)$ проверяются на выполнение условий (1.3.12). Если эти условия выполняются, осуществляется переход к $(k + 1)$ -м элементам множеств $U^{(+)}(t)$ и $U^{(-)}(t)$.

При выполнении условий (1.3.12) фиксируется полученное значение времени T попадания объекта в аварийное состояние, и дальнейшее моделирование «обрывов управления» в зависимости от целей проводимого анализа неуправляемого функционирования объекта может быть завершено или продолжено.

Применяемые при моделировании «обрывов управления» величины τ , $\hat{u}_{kj}^{(+)}(\tau)$ и $\hat{u}_{kj}^{(-)}(\tau)$, $k \in \overline{(1, m)}$, $j = \overline{(1, m)}$ рекомендуются назначать следующим образом:

- на интервале времени $[t_0, t_k]$ формируется сетка значений величины τ , в каждом узле которой воспроизводятся «обрывы управления»;
- значения отклонений $\hat{u}_{kr}^{(+)}(\tau)$ и $\hat{u}_{kr}^{(-)}(\tau)$ при проведении анализа поведения объекта назначаются исследователем, исходя из его знаний, опыта и интуиции, для каждого r -го исполнительного устройства, реализующего компоненту $u_r(t)$, $r = \overline{(1, m)}$ вектора управления $u(t)$.

Наряду с предложенным детерминированным подходом можно использовать стохастический подход к исследованию неуправляемого функционирования динамического объекта. При таком подходе момент времени τ считается случайной величиной, распределенной в интервале времени $[t_0, t_k]$. В ча-

стности, можно использовать равномерный закон распределения этой величины с плотностью вероятности [7]:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < t_0; \\ \frac{1}{t_k - t_0}, & t \in [t_0, t_k]; \\ 0, & t > t_k, \end{cases} \quad (1.3.13)$$

где t – реализация случайной величины τ .

Математическое ожидание (среднее значение) и среднеквадратическое отклонение этой случайной величины вычисляются по следующим формулам [7]:

$$M(\tau) = \frac{t_0 + t_k}{2}; \quad (1.3.14)$$

$$\sigma(\tau) = \sqrt{D(\tau)} = \sqrt{\frac{(t_k - t_0)^2}{12}} = \frac{t_k - t_0}{\sqrt{12}},$$

где $D(\tau)$ – дисперсия случайной величины τ .

Значения «обрывов управления» $\hat{u}_k^{(+)}(\tau)$ и $\hat{u}_k^{(-)}(\tau)$ (см. Рис. 1.6) также можно считать случайными величинами, не зависящими от случайной величины τ .

Области реализации этих величин должны удовлетворять условиям:

$$w_k^{(+)}(\tau) > u_k^{\max}, \quad w_k^{(-)}(\tau) < u_k^{\min}, \quad k = (\overline{1, m}), \quad (1.3.15)$$

где $w_k^{(+)}(\tau)$ и $w_k^{(-)}(\tau)$ – реализации случайных величин $\hat{u}_k^{(+)}(\tau)$ и $\hat{u}_k^{(-)}(\tau)$.

Для описания этих случайных величин необходимо использовать известные в теории вероятности усеченные законы распределения. Например, такими законами могут быть усеченные нормальные законы указанных случайных величин. При отсутствии статистических данных параметры таких

законов задаются исследователем на основе его знаний, опыта и интуиции.

Для практической реализации стохастического подхода можно использовать известные методы статистического моделирования поведения динамических объектов. В частности воспроизведение реализаций случайных величин τ , $\hat{u}_k^{(+)}(\tau)$, $\hat{u}_k^{(-)}(\tau)$ осуществлять с помощью датчиков случайных чисел, генерирующих реализации соответствующих случайных величин по заданным законам их распределения.

Для каждого s -го вычислительного эксперимента, выполняемого при детерминированном или стохастическом подходе с использованием условий (1.3.12) определяется момент времени T_s наступления аварийного состояния объекта.

Полученные значения времени T_s обрабатываются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} T_{\text{cp}} &= \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S T_s; \\ T_{\text{min}} &= \min_{s \in (1, S)} \{T_s\}; \\ T_{\text{max}} &= \max_{s \in (1, S)} \{T_s\}, \end{aligned} \quad (1.3.16)$$

где S – число проведенных вычислительных экспериментов.

Для более глубокого исследования «обрывов управления» можно использовать их описания с помощью системы дифференциальных уравнений со случайными параметрами. Такими параметрами являются рассмотренные выше случайные величины τ , $w_k^{(+)}(\tau)$, $w_k^{(-)}(\tau)$, $k = (\overline{1, m})$.

Один из подходов к применению систем со случайными параметрами приводится в работе [3].

1.4. Свободное функционирование объекта

Будем считать свободное функционирование динамического объекта (см. Рис. 1.1) *абсолютно неуправляемым функционированием*. Для описания такого вида функционирования исключим из модели (1.2.1) все управляющие воздействия в виде вектора $u(t)$.

После такого преобразования модель свободного функционирования объекта, записанная в векторной форме примет следующий вид:

$$\dot{\bar{x}} = \varphi(\bar{x}), \quad t \in [t_0, t_k], \quad (1.4.1)$$

где $\bar{x}(t)$ – вектор фазовых координат объекта при его свободном функционировании.

Начальные условия для системы дифференциальных уравнений (1.4.1) в векторной форме записываются как:

$$\bar{x}(t_0) = \bar{x}_0, \quad (1.4.2)$$

где $\bar{x}_0 = (\bar{x}_{1,0}, \bar{x}_{2,0}, \dots, \bar{x}_{n,0})$ – заданный вектор.

Линейная модель свободного функционирования объекта, построенная на основе выражения (1.2.3), имеет вид:

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x}, \quad t \in [t_0, t_k]. \quad (1.4.3)$$

Эта система уравнений интегрируется при начальных условиях вида (1.4.2).

Момент времени \bar{T} попадания объекта в аварийное состояние определяется при выполнении условий, аналогичных равенствам (1.3.12), которые в рассматриваемом случае имеют следующий вид:

$$\bar{x}_{i1}(\bar{T}) = a_1, \quad \bar{x}_{i2}(\bar{T}) = a_2, \dots, \quad \bar{x}_{ip}(\bar{T}) = a_p, \quad i \in (\overline{1, n}). \quad (1.4.4)$$

Левые части этих выражений являются соответствующими компонентами вектора $\bar{x}(t)$ решений задач (1.4.1), (1.4.2) или (1.4.3), (1.4.2).

На Рис. 1.8 приведен типовой вид изменения компоненты $\bar{x}_i(t)$ вектора $\bar{x}(t)$, $i \in \overline{(1, n)}$.

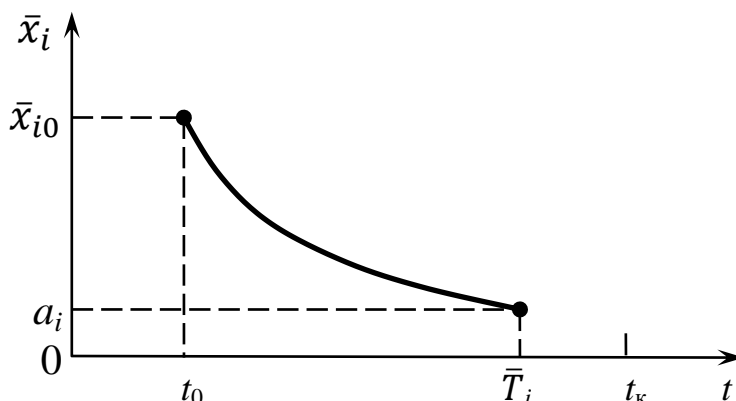


Рис. 1.7

На наш взгляд, полученное значение T_i может быть меньше, чем значение T для частично или полностью неуправляемого функционирования динамического объекта.

В заключении главы отметим, что к настоящему времени теория функционирования управляемых динамических объектов (систем) разработана трудами отечественных и зарубежных ученых и специалистов достаточно подробно как с точки зрения их конструкции, так и выбора эффективных законов управления.

Вместе с тем, неуправляемое функционирование таких объектов, возникающее в результате действия ряда внутренних и внешних факторов, которое может привести к опасным аварийным ситуациям, в существующих доступных публикациях практически отсутствует.

Все это вместе с изучением последствий неуправляемого функционирования динамических объектов и разработкой методов оперативного устранения такого функционирования должно составить, на наш взгляд, предмет общей теории функционирования динамических объектов (систем) при нарушении условий их эксплуатации.

В данной главе приведены первоначальные исследования в этом направлении с иллюстрацией результатов в последующих главах монографии на примере такого динамического объекта как беспилотный летательный аппарат (БЛА) самолетного типа.

Глава 2. УПРАВЛЯЕМОЕ, НЕУПРАВЛЯЕМОЕ И СВОБОДНОЕ ДВИЖЕНИЕ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА САМОЛЕТНОГО ТИПА

В настоящее время БЛА самолетного типа получили наибольшее распространение в отечественной и зарубежной практике при решении сложных военных и гражданских задач.

Кроме таких БЛА начинают развиваться БЛА классической вертолетной схемы (беспилотные вертолеты).

Широкое распространение в последнее время в различных сферах деятельности получают БЛА неклассических вертолетных схем, такие как аппараты многороторного типа (квадрокоптеры, октокоптеры и др.).

В соответствии с задачами данной монографии процессы функционирования БЛА как динамического объекта будут рассматриваться как управляемый, неуправляемый и свободный полеты (движения) в воздушном пространстве на заданном интервале времени.

С точки зрения управления БЛА в первых двух режимах его функционирования рассматриваются только программно-управляемые полеты аппарата в автоматическом режиме его движения. При этом не рассматриваются процессы функционирования таких динамических объектов, входящих в состав конструкции БЛА, как силовая установка и разнообразное общее и целевое бортовое оборудование.

2.1. Динамические модели управляемого пространственного движения БЛА

В теории управления БЛА рассматриваются следующие виды их управления [2]:

- 1°. Программное управление БЛА.
- 2°. Дистанционное управление БЛА его оператором.
- 3°. Управление в режиме стабилизации заданных параметров полета БЛА.

Программное управление является основным для средних и тяжелых БЛА с достаточно большой продолжительностью полетов.

В работе [2] вводится два уровня программного управления БЛА классического самолетного типа на интервале времени $[t_0, t_k]$:

1. *Косвенное программное управление*, описываемое вектором $u = u(t)$, который включает в себя следующие компоненты: $P(t)$ – сила тяги маршевого двигателя БЛА; $\alpha(t)$ – угол атаки аппарата; $\gamma(t)$ – угол крена БЛА.

2. *Прямое программное управление*, которое для БЛА классического самолетного типа описывается вектором вида:

$$\Delta(t) = (n(t), \delta_B(t), \delta_\alpha(t), \delta_H(t)),$$

где $n(t)$ – число оборотов вала маршевого двигателя аппарата; $\delta_B(t)$ – угол отклонения руля высоты; $\delta_\alpha(t)$ – угол отклонения элеронов; $\delta_H(t)$ – угол отклонения руля направления БЛА в момент времени $t \in [t_0, t_k]$.

Отметим, что в данной работе будет использоваться только вектор косвенного программного управления $u = u(t)$, $t \in [t_0, t_k]$.

Для сверхлегких и легких БЛА небольшого радиуса действия в основном применяется дистанционное управление, которое осуществляется оператором пункта управления с использованием информационно-командного радиоканала связи [2]. В последнее время такой режим управления реализуется с помощью волоконнооптической линии связи и является более помехоустойчивым, чем радиоканал [8].

Третий вид управления характерен для процессов удержания формируемых в первых двух видах управления значений параметров полета БЛА в заданных пределах для обеспечения их устойчивого движения.

В динамике полета БЛА [1] при описании их движений используются представления аппарата как твердого тела и как материальной точки массой, равной массе аппарата [1]. Описание движения БЛА как твердого тела включает в себя 15 дифференциальных и трансцендентных уравнений, что затрудняет их практическое использование и должно применяться при более глубоких исследованиях динамики полета БЛА. Для решения практических задач формирования программного управления БЛА предлагается использовать второй подход к моделированию движения БЛА [2]. При этом требуемое пространственное положение БЛА обеспечивается его системой стабилизации (автопилотом) [8].

Динамические модели управляемого пространственного движения центра масс (ЦМ) БЛА самолетного и классического вертолетного типов в общем случае представляются следующей системой дифференциальных уравнений [2]:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= f_1(V, \theta, \Psi, y, u); \quad t \in [t_0, t_k]; \\ \dot{\theta} &= f_2(V, \theta, \Psi, y, u); \\ \dot{\Psi} &= f_3(V, \theta, \Psi, y, u); \end{aligned} \tag{2.1.1}$$

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= f_4(V, \theta, \Psi); \\
\dot{y} &= f_5(V, \theta, \Psi); \\
\dot{z} &= f_6(V, \theta, \Psi).
\end{aligned}
\tag{2.1.2}$$

Здесь вектор фазовых координат БЛА включает в себя следующие компоненты: $V = V(t)$ – скорость БЛА в момент времени $t \in [t_0, t_k]$; $\theta = \theta(t)$ и $\Psi = \Psi(t)$ – углы наклона и поворота траектории (курса) БЛА в этот момент времени; $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ – координаты БЛА в соответствующей земной системе координат; $u = u(t)$ – вектор программного управления аппаратом.

Начальные условия для этой системы дифференциальных уравнений имеют вид:

$$V(t_0) = V_0; \quad \theta(t_0) = \theta_0; \quad \Psi(t_0) = \Psi_0; \tag{2.1.3}$$

$$x(t_0) = x_0; \quad y(t_0) = y_0; \quad z(t_0) = z_0. \tag{2.1.4}$$

На вектор управления $u = u(t)$ накладываются ограничения, которые в векторной форме записываются следующим образом:

$$u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max}, \quad t \in [t_0, t_k].$$

Эти ограничения описывают условия штатного движения БЛА по заданной программе.

Выражения (2.1.1) носят название *динамических уравнений*, а выражения (2.1.2) – *кинематических уравнений* модели движения БЛА.

Отметим, что вид правых частей f_1, f_2, f_3 динамических уравнений модели существенно зависит от конструктивной схемы БЛА указанных типов и сил, действующих при движении аппарата. При этом используется различный состав компонент вектора управления $u = u(t)$ [2].

Динамические модели управляемого пространственного движения БЛА многороторного типа (квадрокоптеры, октокоптеры и др.) в общем виде записываются как [8]:

$$\begin{aligned}\dot{V}_x &= f_1(V_x, V_y, V_z, u), \quad t \in [t_0, t_k]; \\ \dot{V}_y &= f_2(V_x, V_y, V_z, u); \\ \dot{V}_z &= f_3(V_x, V_y, V_z, u); \\ \dot{x} &= V_x; \quad \dot{y} = V_y; \quad \dot{z} = V_z,\end{aligned}\tag{2.1.5}$$

где $V_x(t)$, $V_y(t)$, $V_z(t)$ – компоненты вектора $V(t)$ скорости аппарата в момент времени $t \in [t_0, t_k]$.

Начальные условия для этой системы уравнений имеют вид:

$$\begin{aligned}V_x(t_0) &= V_{x_0}; \quad V_y(t_0) = V_{y_0}; \quad V_z(t_0) = V_{z_0}; \\ x(t_0) &= x_0; \quad y(t_0) = y_0; \quad z(t_0) = z_0.\end{aligned}$$

Отметим, что выражения (2.1.1), (2.1.2), (2.1.5), описывающие функционирование соответствующих типов БЛА как динамических объектов, являются конкретизацией уравнений (1.2.1).

Конкретный вид правых частей уравнений (2.1.1), (2.1.2), (2.1.5) для БЛА вертолетного типа приведен в работе [2], а для БЛА многороторного типа – в монографии [8].

При практическом решении задач формирования программного управления движением всех типов БЛА на интервале времени $[t_0, t_k]$ предлагается использовать следующие этапы их *типовых профилей полетов* [8]:

1°. Взлет и набор заданной высоты полета на интервале времени $[t_0, t_1]$.

2°. Горизонтальный полет на интервале времени $[t_1, t_2]$ в зону выполнения полетного задания (ПЗ).

3°. Выполнение ПЗ в течение запланированного отрезка времени $[t_2, t_3]$.

4°. Полет в зону посадки на интервале времени $[t_3, t_4]$.

5°. Снижение и посадка БЛА в интервале времени $[t_4, t_k]$.

Для указанных этапов в модели движения БЛА используются различные виды функций f_1, f_2, f_3 и формируются собственные векторы программного управления $u^{(1)}(t), u^{(2)}(t), u^{(3)}(t), u^{(4)}(t), u^{(5)}(t)$, удовлетворяющие условиям (2.1.5).

Реализацию инженерного подхода к формированию программного управления БЛА, который рассматривается на общем интервале времени $[t_0, t_k]$, предлагается проводить в два этапа:

1. Формирование требуемых для выполнения полетного задания траекторий $x_{\text{тр}}(t), y_{\text{тр}}(t), z_{\text{тр}}(t)$ движения БЛА совместно с их характеристиками $V_{\text{тр}}(t), \theta_{\text{тр}}(t), \Psi_{\text{тр}}(t)$.

2. Определение вектора $u(t)$ программного управления БЛА с использованием модели (2.1.1) или (2.1.5) в зависимости от типа применяемого аппарата.

Формирование компонент вектора $u(t)$ предлагается осуществлять с применением концепции обратных задач управления динамическими объектами, описанной в Главе 1.

Рассмотрим вывод уравнений модели пространственного управляемого движения БЛА классического самолетного типа, которые будут использованы в последующих главах монографии.

Рисунок 1.2 в этом случае конкретизируется в виде схемы, представленной на Рис. 2.1.

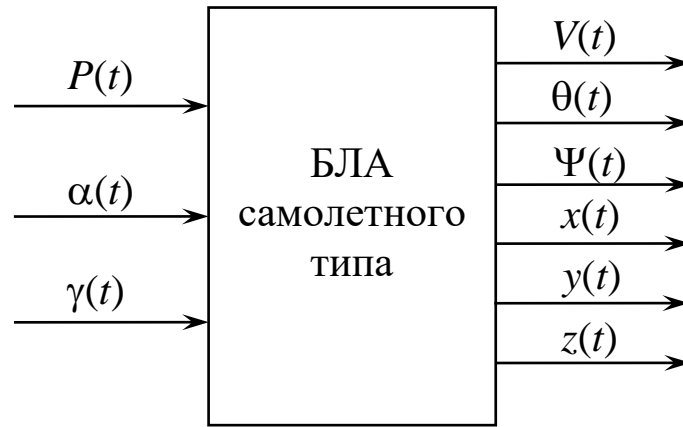


Рис. 2.1

Конкретизируем модель (2.1.1), (2.1.2) применительно к рассматриваемому типу БЛА в стартовой системе координат $O_{ст}xyz$ [2], а также в специальных системах координат, связанных с ЦМ БЛА [1, 2].

Применяя все допущения, введенные в работе [2], систему динамических уравнений модели пространственного движения БЛА будем формировать на основе следующих выражений:

$$\begin{aligned}
 m\dot{V} &= \sum F_x; \\
 mV\dot{\theta} &= \sum F_y; \\
 mV \cos \theta \cdot \dot{\Psi} &= \sum F_z.
 \end{aligned}
 \tag{2.1.6}$$

В этих выражениях F_x , F_y , F_z описывают проекции сил, действующих на БЛА в полете, на соответствующие оси.

Конкретизируем согласно правилам теоретической механики правые части этих уравнений.

Известно, что на БЛА в полете действуют следующие силы, приложенные к его ЦМ: $G = mg$ – сила тяжести БЛА; P – сила тяги двигателей БЛА; X – сила лобового сопротивления; Y – подъемная сила; Z – боковая сила [1].

На Рис. 2.2 приведено расположение этих сил в вертикальных плоскостях скоростной (ЦМ $x_{ск}y_{ск}$), связанной (ЦМ $x_{св}y_{св}$) и земной (ЦМ $xу$) систем координат [2].

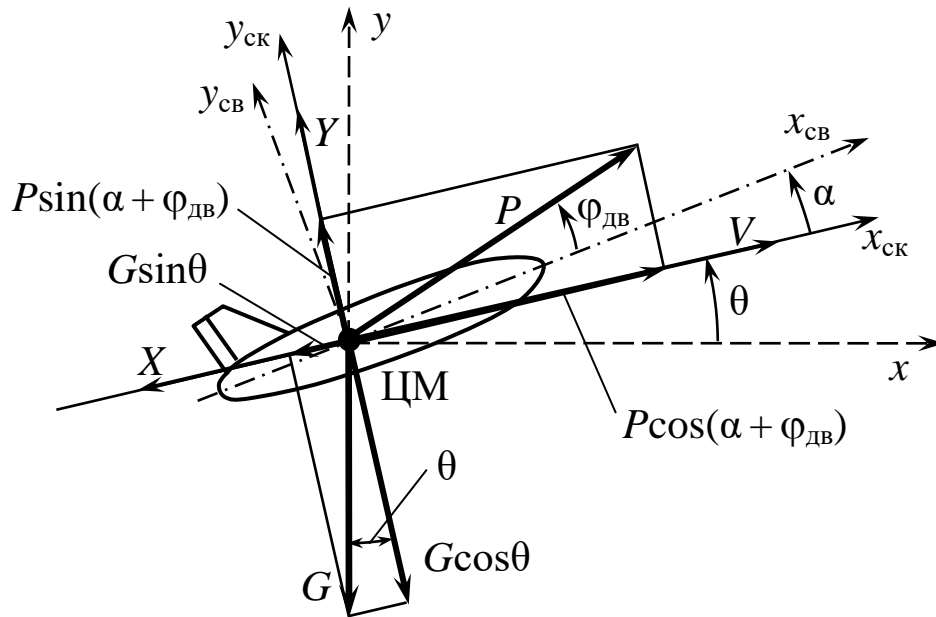


Рис. 2.2

Из этого рисунка следует, что сумма проекций сил на ось (ЦМ $x_{ск}$) имеет вид:

$$\sum F_x = P \cos(\alpha + \varphi_{дв}) - X - G \sin \theta, \quad (2.1.7)$$

где $\varphi_{дв}$ – угол установки двигателя в фюзеляже БЛА.

В некоторых моделях движения БЛА и системах их стабилизации (автопилотах) используется такой параметр как угол тангажа $\vartheta(t)$. Из Рис. 2.2 следует, что:

$$\vartheta(t) = \theta(t) + \alpha(t).$$

Соответственно сумма проекций сил на ось (ЦМ $y_{ск}$) вычисляется как:

$$\sum F_y = P \sin(\alpha + \varphi_{дв}) + Y - G \cos \theta. \quad (2.1.8)$$

Сумма сил (2.1.7) обеспечивает изменение значения вектора скорости $V(t)$ полета БЛА. В свою очередь вторая сумма сил (2.1.8) поворачивает вектор скорости $V(t)$ вокруг ЦМ на угол θ между земной и скоростной СК.

Рассмотрим состав сил, входящих в сумму $\sum F_z$, которая обеспечивает поворот вектора скорости $V(t)$ вокруг оси (ЦМу_{ск}) на угол Ψ между осями (ЦМх) и (ЦМх_{ск}). Основной способ обеспечения такого поворота, применяемый практически во всех существующих БЛА, показан на Рис. 2.3.

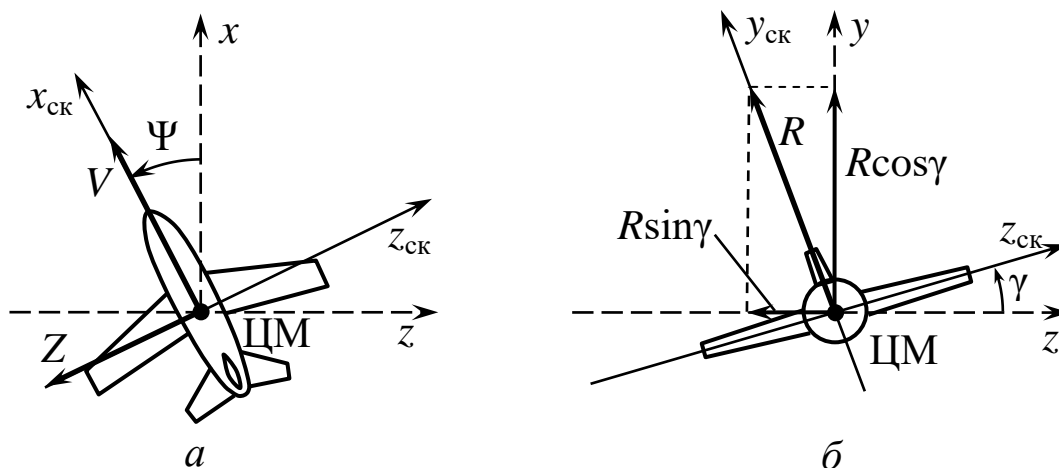


Рис. 2.3

При этом способе боковое движение БЛА осуществляет за счет угла крена γ (см. Рис. 2.3,б), возникающего при наличии соответствующего угла δ_e отклонения элеронов.

Считается, что угол скольжения β , возникающий при крене БЛА, ликвидируется соответствующим законом управления, реализуемым в составе его автопилота [2, 8].

Сила R , показанная на Рис. 2.3,б, является равнодействующей всех сил, лежащих на положительной полуоси (ЦМу_{ск}) (см. Рис. 2.2) и вычисляется как:

$$R = Y + P \sin \alpha.$$

В этом случае поворот вектора скорости $V(t)$ на угол Ψ будет происходить под действием боковой силы:

$$Z = (Y + P \sin \alpha) \sin \gamma = \sum F_z, \quad (2.1.9)$$

представленной на Рис. 2.3,а.

Таким образом, уравнения (2.1.6) после подстановки в них выражений (2.1.7)-(2.1.9) примут следующий вид:

$$\begin{aligned}
m\dot{V} &= P \cos(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) - X - mg \sin \theta; \\
mV\dot{\theta} &= (P \sin(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) + Y) \cos \gamma - mg \cos \theta; \\
mV \cos \theta \cdot \dot{\Psi} &= (P \sin(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) + Y) \sin \gamma.
\end{aligned} \tag{2.1.10}$$

Упростим полученные выражения. В уравнения (2.1.10) входят углы α и β , которые, как показала практика реальных полетов БЛА, не превышают в сумме 20° (0,349 рад).

В связи с тем, что $\sin 20^\circ = 0,342$, $\cos 20^\circ = 0,940$, можно считать, что:

$$\sin(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) \approx \alpha + \varphi_{\text{дв}},$$

с ошибкой, не превышающей 2%.

Замена вида:

$$\cos(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) \approx 1$$

дает ошибку не более 6%.

Такие значения ошибок являются допустимыми в инженерных расчётах, поэтому систему уравнений (2.1.10) можно представить в следующем упрощенном виде:

$$\begin{aligned}
m\dot{V} &= P - X - mg \sin \theta; \\
mV\dot{\theta} &= (P(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) + Y) \cos \gamma - mg \cos \theta; \\
mV \cos \theta \cdot \dot{\Psi} &= (P(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) + Y) \sin \gamma.
\end{aligned} \tag{2.1.11}$$

В нормальной форме записи, принятой в теории обыкновенных дифференциальных уравнений, эта система уравнений записывается как:

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \frac{P - X}{m} - g \sin \theta, \quad t \in [t_0, t_k]; \\
\dot{\theta} &= \frac{(P(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) + Y) \cos \gamma}{mV} - \frac{g}{V} \cos \theta; \\
\dot{\Psi} &= \frac{(P(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) + Y) \sin \gamma}{mV \cos \theta}.
\end{aligned} \tag{2.1.12}$$

Для получения полных моделей пространственного движения БЛА к динамическим уравнениям (2.1.12) должны

быть добавлены кинематические уравнения, которые описывают проекции вектора скорости V на оси стартовой системы координат $O_{ст}xyz$:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= V \cos \Theta \cos \Psi; \\ \dot{y} &= V \sin \Theta; \\ \dot{z} &= V \cos \Theta \sin \Psi, \quad t \in [t_0, t_k].\end{aligned}$$

Здесь считается, что проекции V_x , V_y , V_z вектора V представляются производными \dot{x} , \dot{y} , \dot{z} .

Используя это дополнение, получаем модель *пространственного управляемого движения БЛА* на интервале времени $[t_0, t_k]$ вида:

$$\dot{V} = \frac{P - X}{m} - g \sin \theta, \quad t \in [t_0, t_k]; \quad (2.1.13)$$

$$\dot{\theta} = \frac{(P(\alpha + \varphi_{дв}) + Y) \cos \gamma}{mV} - \frac{g}{V} \cos \theta; \quad (2.1.14)$$

$$\dot{\Psi} = \frac{(P(\alpha + \varphi_{дв}) + Y) \sin \gamma}{mV \cos \theta}; \quad (2.1.15)$$

$$\dot{x} = V \cos \theta \cos \Psi; \quad (2.1.16)$$

$$\dot{y} = V \sin \theta; \quad (2.1.17)$$

$$\dot{z} = V \cos \theta \sin \Psi, \quad (2.1.18)$$

которая будет использована при формировании вектора $u(t)$ программного управления аппаратом и как базовая модель при анализе его неуправляемых движений.

Начальные условия для этой системы дифференциальных уравнений, которые задают характеристики исходного положения БЛА в пространстве, имеют вид:

$$V(t_0) = V_0; \quad \theta(t_0) = \theta_0; \quad \Psi(t_0) = \Psi_0; \quad (2.1.19)$$

$$x(t_0) = x_0; \quad y(t_0) = y_0; \quad z(t_0) = z_0. \quad (2.1.20)$$

Система уравнений (2.1.13)-(2.1.18) включает в себя 6 уравнений и 9 неизвестных функций: $V(t)$, $\theta(t)$, $\Psi(t)$, $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$, $P(t)$, $\alpha(t)$ и $\gamma(t)$.

Движение БЛА по требуемой траектории обеспечивается выбором соответствующих законов управления тягой $P = P(t)$, углом атаки $\alpha = \alpha(t)$ и углом крена $\gamma = \gamma(t)$, $t \in [t_0, t_k]$.

Эти функции подставляются в правые части уравнений (2.1.13)-(2.1.15), и полученная замкнутая система уравнений (2.1.13)-(2.1.18) может быть проинтегрирована при начальных условиях (2.1.19), (2.1.20) одним из существующих численных методов.

Процесс решения задачи Коши (2.1.13)-(2.1.22) при заданном векторе управления:

$$u(t) = (P(t), \alpha(t), \gamma(t)), \quad t \in [t_0, t_k], \quad (2.1.21)$$

удовлетворяющем соответствующим ограничениям:

$$\begin{aligned} P_{\min} &\leq P(t) \leq P_{\max}; \\ \alpha_{\min} &\leq \alpha(t) \leq \alpha_{\max}; \\ \gamma_{\min} &\leq \gamma(t) \leq \gamma_{\max} \end{aligned} \quad (2.1.22)$$

будем называть *моделированием управляемого движения БЛА* на интервале времени $[t_0, t_k]$.

Рассмотрим методику формирования *аэродинамических характеристик*, входящих в предлагаемую модель движения БЛА.

Аэродинамические силы, действующие на БЛА в процессе его функционирования (движения) в воздушной среде, играют важнейшую роль при выполнении поставленных перед ним целевых задач.

Аэродинамические силы X и Y представляются в динамике полета БЛА следующими выражениями [1, 2]:

$$\begin{aligned} X &= 0,5c_x \rho V^2 S; \\ Y &= 0,5c_y \rho V^2 S. \end{aligned}$$

Здесь c_x, c_y – безразмерные коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы БЛА; $\rho = \rho(y)$ – плотность воздуха на соответствующей высоте y полета БЛА; S – площадь крыла БЛА.

Значения ρ вычисляются по эмпирической формуле [2]:

$$\rho = 1,225e^{-0,00001y},$$

где y – текущая высота полета БЛА.

Конкретизируем вид зависимостей $c_x = c_x(\alpha, V, y)$, $c_y = c_y(\alpha, V, y)$, входящих в выражения для сил X и Y .

Приведем методику формирования этих зависимостей по результатам аэродинамических продувок конкретного образца БЛА [2].

Представим коэффициент подъемной силы БЛА выражением вида [2]:

$$c_y = c_y^\alpha (\alpha - \alpha_0), \quad (2.1.23)$$

где c_y^α – производная c_y по углу атаки α ; $\alpha_0 < 0$ – демпфирующее значение угла атаки.

При использовании конкретного значения угла α_0 из этой формулы следует, что:

$$c_y = c_y^\alpha \alpha_0 + c_y^\alpha \alpha. \quad (2.1.24)$$

Значение c_{y0} коэффициента c_y при $\alpha = 0$ определяется как:

$$c_{y0} = c_y^\alpha \alpha_0. \quad (2.1.25)$$

Пусть из результатов продувок БЛА в аэродинамической трубе получена экспериментальная зависимость производной c_y^α от числа Маха (M) в виде таблицы значений:

$$(M_i, c_{yi}^\alpha), \quad i = (\overline{1, k}).$$

Аппроксимируя эти данные линейной зависимостью, получим:

$$c_y^\alpha(M) = d_0 + d_1 M, \quad (2.1.26)$$

где d_1 и d_2 – коэффициенты, определенные методом наименьших квадратов.

Отметим, что для повышения точности аппроксимации могут быть использованы полиномы более высоких порядков.

В этом случае исходные выражения (2.1.24) и (2.1.25) конкретизируются как:

$$\begin{aligned} c_y(\alpha, M) &= (d_0 + d_1 M)(\alpha + \alpha_0); \\ c_{y0}(M) &= \alpha_0(d_0 + d_1 M) = b_0 + b_1 M. \end{aligned} \quad (2.1.27)$$

Будем определять коэффициент лобового сопротивления БЛА по формуле [2]:

$$c_x = c_{x0} + A c_y^2, \quad (2.1.28)$$

где c_{x0} – значение этого коэффициента при нулевой подъемной силе; A – коэффициент, зависящий от геометрических характеристик крыла БЛА.

Экспериментальные значения зависимости $c_{x0}(M)$, полученные из графиков поляры БЛА при $c_y = 0$ и различных значениях числа M имеют вид следующего массива значений:

$$(M_j, c_{x0j}), \quad j = (\overline{1, r})$$

Линейная аппроксимация этих данных записывается как:

$$c_{x0}(M) = c_0 + c_1 M,$$

где c_0, c_1 – коэффициенты аппроксимации, определяемые указанным выше методом.

Следуя работе [2], коэффициент A будем вычислять по формуле:

$$A = \frac{1}{\pi \lambda_{\text{эф}}}, \quad (2.1.29)$$

где эффективное удлинение $\lambda_{\text{эф}}$ крыла БЛА определяется выражением вида:

$$\lambda_{\text{эф}} = \frac{1}{1 + \left(\pi \lambda / 100 \cos^2 \chi\right)}. \quad (2.1.30)$$

Геометрическое удлинение крыла БЛА, входящее в это выражение, вычисляется как:

$$\lambda = l / b_A. \quad (2.1.31)$$

В формулах (2.1.29)-(2.1.31) использованы следующие обозначения: χ – угол стреловидности крыла; b_A – средняя аэродинамическая хорда (САХ) крыла; l – размах крыла БЛА.

С учетом зависимостей для коэффициентов c_{x0} , c_y и значения A выражение (2.1.29) приобретает следующий вид:

$$c_x(\alpha, M) = (c_0 + c_1 M) + A(d_0 + d_1 M)^2 (\alpha + \alpha_0)^2. \quad (2.1.32)$$

Представим зависимости $c_x(\alpha, M)$ и $c_y(\alpha, M)$ как функции скорости V и высоты y полета БЛА.

Известно, что $M = V/a$, где $a = a(y)$ – скорость звука на высоте y . Тогда выражения для коэффициентов c_y и c_x , которые используются для конкретизации зависимостей (2.1.22), примут следующий вид:

$$\begin{aligned} c_y(\alpha, V, y) &= c_{y0}(V, y) + c_y^\alpha(V, y)\alpha = \\ &= \left(b_0 + \frac{b_1}{a(y)}V\right) + \left(d_0 + \frac{d_1}{a(y)}V\right)\alpha; \\ c_x(\alpha, V, y) &= \left(c_0 + \frac{c_1}{a(y)}V\right) + \\ &+ A\left(d_0 + \frac{d_1}{a(y)}V\right)^2 (\alpha + \alpha_0)^2, \end{aligned} \quad (2.1.34)$$

где зависимость $a = a(y)$ скорости звука от высоты описывается следующей приближенной формулой [2]:

$$a(y) = 340,192 - 0,004y.$$

Пример 2.1

Сформируем аэродинамические характеристики одного из гипотетических образцов БЛА среднего класса, оснащенного силовой установкой на базе газотурбинного двигателя (ГТД).

Параметры и характеристики рассматриваемого БЛА представлены в Табл. 2.1 [2].

Таблица 2.1

Параметры и характеристики БЛА	Значения параметров
Масса БЛА	$m = 350$ кг
Площадь крыла	$S = 1,4$ м ²
Угол стреловидности крыла	$\chi = 0$ град.
Размах крыла	$l = 2,64$ м
Средняя аэродинамическая хорда (САХ) крыла	$b_A = 0,546$ м
Угол установки двигателя БЛА	$\varphi_{\text{дв}} = 3,5$ град.
Диапазон тяг маршевого двигателя	$P_{\text{min}} = 58,86$ Н, $P_{\text{max}} = 1208,65$ Н
Диапазон допустимых углов атаки	$\alpha_{\text{min}} = -4$ град., $\alpha_{\text{max}} = +14$ град.
Балансировочный угол атаки	$\alpha_0 = -0,4$ град.
Диапазон изменения угла крена	± 65 град.
Диапазон изменения угла скольжения	± 10 град.
Максимальная эксплуатационная перегрузка	$n_y^{\text{max}} = -3 \dots +9$
Диапазон скоростей полета	$V_{\text{min}} = 80,55$ м/с. $V_{\text{max}} = 200$ м/с.
Диапазон высот полета	$h_{\text{min}} = 300$ м, $h_{\text{max}} = 9000$ м.
Центральные моменты инерции	$J_x = 2,1$ кг м/с, $J_y = 31$ кг м/с, $J_z = 30$ кг м/с

При $\alpha_0 = -0,4^\circ = -0,007$ рад. выражение (2.1.23) конкретизируется как:

$$c_y = 0,007 c_y^\alpha + c_y^\alpha \alpha.$$

В этом случае формула (2.1.25) для вычисления значения c_{y0} принимает вид:

$$c_{y0} = 0,007c_y^\alpha.$$

Будем считать, что полученная в результате продувок БЛА экспериментальная зависимость производной c_y^α от числа Маха (М) представлена в Табл. 2.2.

Таблица 2.2

М	0,13	0,35	0,5	0,6	0,7	0,74	0,78	0,82
c_y^α , рад ⁻¹	4,5	4,75	4,92	5,02	5,23	5,43	5,43	5,18

Аппроксимируя эти данные при значениях $M \in [0,13; 0,82]$ линейной зависимостью вида (2.1.26), имеем:

$$c_y^\alpha(M) = 4,312 + 1,291M.$$

Графическое представление этой зависимости и данных из Табл. 2.2 приведены на Рис. 2.4.

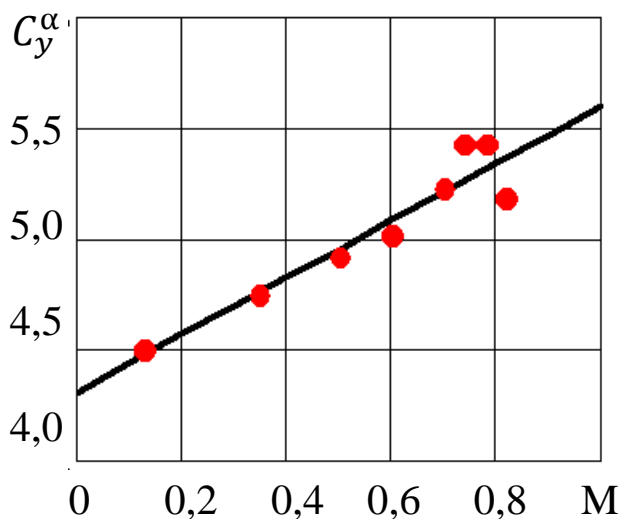


Рис. 2.4

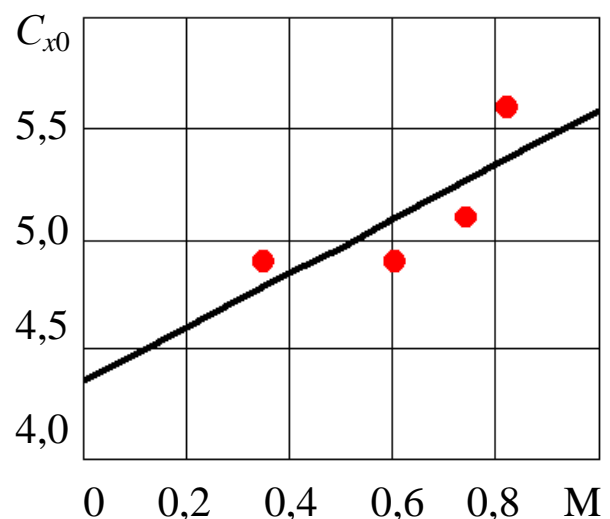


Рис. 2.5

В этом случае выражения (2.1.27) конкретизируются как:

$$\begin{aligned} c_{y0}(M) &= -0,007(4,312 + 1,291M) = \\ &= -0,03018 - 0,009M; \\ c_y(\alpha, M) &= (4,312 + 1,291M)(\alpha + 0,007). \end{aligned} \quad (2.1.35)$$

Будем считать, что экспериментальные значения входящей в выражение (2.1.28) зависимости $c_{x0}(M)$, полученные из графиков поляры рассматриваемого БЛА при $c_y=0$ и $M \in [0,35; 0,82]$, представлены в Табл. 2.3.

Таблица 2.3

M	0,35	0,6	0,74	0,82
c_{x0}	0,028	0,028	0,032	0,042

Линейная аппроксимация этих данных имеет вид (Рис. 2.5):

$$c_{x0}(M) = 0,017 + 0,025 M.$$

Вычисления по формулам (2.1.29)-(2.1.31) с использованием данных из Табл. 2.1 дают значение параметра $A = 0,0759$.

С учетом полученных выше результатов выражение для коэффициента c_x определяется как:

$$c_x(\alpha, M) = (0,017 + 0,025 M) + (1,188 + 0,356 M)^2 (\alpha + 0,007)^2.$$

Представим зависимости $c_x(\alpha, M)$ и $c_y(\alpha, M)$ как функции скорости полета V и скорости звука a . Тогда с использованием приведенной выше зависимости $a = a(y)$ выражения (2.1.33) и (2.1.34) примут вид:

$$c_x(\alpha, V, y) = \left(0,017 + \frac{0,025 V}{340,192 - 0,004 y} \right) + \left(1,188 + \frac{0,356 V}{340,192 - 0,004 y} \right) (\alpha + 0,007)^2; \quad (2.1.36)$$

$$c_y(\alpha, V, y) = \left(4,312 + \frac{1,291 V}{340,192 - 0,004 y} \right) (\alpha + 0,007)^2.$$

Таким образом, использованные в уравнениях (2.1.13)-(2.1.15) аэродинамические силы X, Y при моделировании управляемого движения БЛА должны рассматриваться как функции вида:

$$X = X(\alpha, V, y); \quad Y = Y(\alpha, V, y). \quad (2.1.37)$$

Пример 2.2.

Используя полученные в Примере 2.1 аэродинамические характеристики БЛА и данные из Табл. 2.1, сформируем конкретизацию модели управляемого функционирования динамического объекта вида (1.2.1), (1.2.2) в форме следующей нелинейной системы дифференциальных уравнений управляемого пространственного движения БЛА:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{350} \left[P(t) - 0,5 \left[\left(0,017 + \frac{0,025V}{340,192 - 0,004y} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(1,188 + \frac{0,356V}{340,192 - 0,004y} \right)^2 (\alpha(t) + 0,007)^2 \right] \times \right. \\ & \left. \times 1,225e^{-0,0001y} V^2 \cdot 1,4 \right] - 9,81 \sin \theta; \\ \dot{\theta} = & \frac{1}{350V} \left[P(t)(\alpha(t) + 0,061) + 0,5 \left(4,312 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1,291V}{340,192 - 0,004y} \right) (\alpha(t) + 0,007) \right] \times \\ & \left. \times 1,225e^{-0,0001y} V^2 \cdot 1,4 \right] \cos \gamma(t) - \frac{9,81 \cos \theta}{V}; \end{aligned} \quad (2.1.38)$$

$$\begin{aligned} \dot{\Psi} = & \frac{1}{350V \cos \theta} \left[P(t)(\alpha(t) + 0,061) + \right. \\ & \left. + 0,5 \left(4,312 + \frac{1,291V}{340,192 - 0,004y} \right) (\alpha(t) + 0,007) \right] \times \\ & \left. \times 1,225e^{-0,0001y} V^2 \cdot 1,4 \right] \sin \gamma(t); \end{aligned}$$

$$\dot{x} = V \cos \theta \cos \Psi;$$

$$\dot{y} = V \sin \theta;$$

$$\dot{z} = V \cos \theta \sin \Psi.$$

$$(2.1.39)$$

Проведем с ее использованием моделирование управляемого движения БЛА на наиболее длительном в типовом про-

филе их полетов этапе 2° (горизонтальный полет) с постоянными значениями $V(t)$, $\theta(t)$, $\Psi(t)$, $y(t)$ на интервале времени $[t_1, t_2] = [100, 600]$ с.

Компоненты вектора (2.1.21) программного управления БЛА для выполнения такого полета имеют следующие значения [2]:

$$\begin{aligned} P(t) &= 306,814 \text{ Н}; & \alpha(t) &= 4,84 \text{ град}; \\ \gamma(t) &= 0^\circ = 0 \text{ рад}; & t &\in [100, 600] \text{ с}. \end{aligned} \quad (2.1.40)$$

Начальные условия для интегрирования системы (2.1.38), (2.1.39) при управлениях (2.1.40) имеют вид:

$$\begin{aligned} V(100) &= 105 \text{ м/с}; & \theta(100) &= 0 \text{ град}; \\ \Psi(100) &= 52 \text{ град}; & x(100) &= 1000 \text{ м}; \\ y(100) &= 2000 \text{ м}; & z(100) &= 10000 \text{ м}. \end{aligned} \quad (2.1.41)$$

Отметим, что управляющие воздействия (1.2.40) были определены с использованием метода обратных задач динамики управляемых объектов, описанного в Разд. 1.1. При их вычислении были использованы динамические уравнения (2.1.38) и следующие требуемые характеристики движения БЛА при $t \in [100; 600]$ с:

$$\begin{aligned} V_{\text{тр}}(t) &= 105 \text{ м/с}; & \dot{V}_{\text{тр}}(t) &= 0 \text{ м/с}^2; \\ \theta_{\text{тр}}(t) &= 0 \text{ рад}; & \dot{\theta}_{\text{тр}}(t) &= 0 \text{ рад/с}; \\ \Psi_{\text{тр}}(t) &= 0,908 \text{ рад}; & \dot{\Psi}_{\text{тр}}(t) &= 0 \text{ рад/с}. \end{aligned}$$

Конкретная методика этого подхода применительно к БЛА приведена в работе [8].

Полученные результаты численного решения этой задачи полностью удовлетворяют эксплуатационным ограничениям на компоненты вектора программного управления (2.1.22), которые с использованием данных Табл. 2.1 имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 &58,86 \text{ Н} \leq P(t) \leq 1208,65 \text{ Н}; \\
 &4 \text{ град.} \leq \alpha(t) \leq 14 \text{ град.}; \\
 &-65 \text{ град.} \leq \gamma(t) \leq 65 \text{ град.}
 \end{aligned}
 \tag{2.1.42}$$

Взаимное расположение программных управлений $P(t)$, $\alpha(t)$, $\gamma(t)$ и условий (2.1.42) графически представлено на Рис. 2.6.

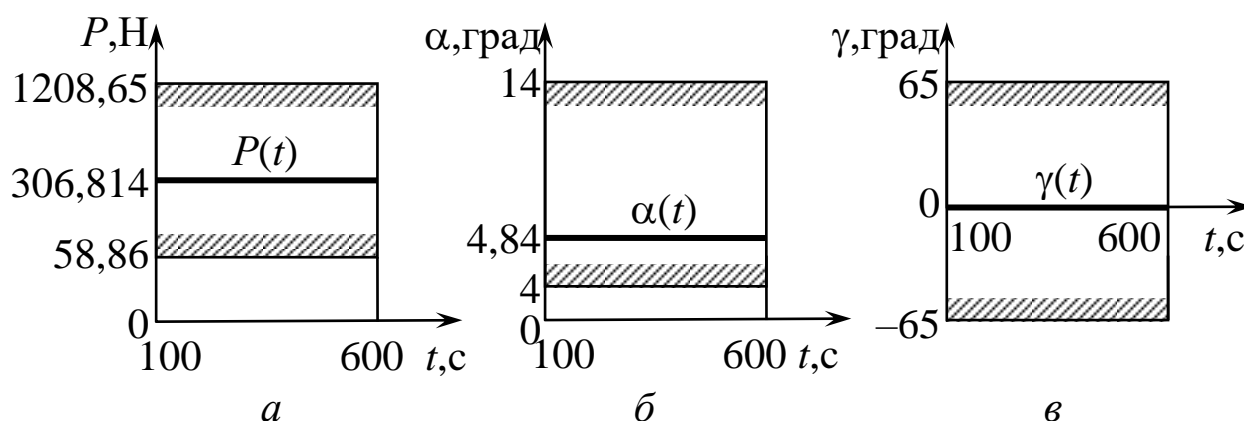


Рис. 2.6

Результаты численного интегрирования системы (2.1.38), (2.1.39) при управлениях (2.1.40) методом Рунге-Кутты с шагом печати $\Delta t = 25$ с. представлены в Табл. 2.4.

Таблица 2.4

$t, \text{ с}$	$V, \text{ м/с}$	$\theta, \text{ град.}$	$\Psi, \text{ град.}$	$x, \text{ м}$	$y, \text{ м}$	$z, \text{ м}$
100	105	0	52	1000	2000	10000
150	105,322	-0,170	52	4252	1997	14162
200	105,556	-0,182	52	7504	1994	18325
250	105,681	-0,129	52	10757	1993	22488
280	105,554	-0,054	52	12710	1994	24987
291	105,602	-0,070	52	13424	1994	25902
300	105,724	-0,068	52	14010	1993	26652
350	105,721	-0,022	52	17263	1993	30815
400	105,701	0,003	52	20515	1993	34979
413	105,649	0,028	52	21361	1993	36061
450	105,681	0,012	52	23768	1993	39142
500	105,667	0,012	52	27021	1993	43305
550	105,661	0,008	52	30273	1993	47468
600	105,659	0,004	52	33526	1993	51631

В эту таблицу дополнительно включены значения $V(t)$, $\theta(t)$, $\Psi(t)$, $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ при $t = 291$ с. и $t = 413$ с., которые будут использованы в Главе 4.

В указанной таблице для удобства анализа значения углов наклона $\theta(t)$ и курса $\Psi(t)$ траектории БЛА переведены в градусы.

Графическое представление полученных результатов приведено на Рис. 2,7.

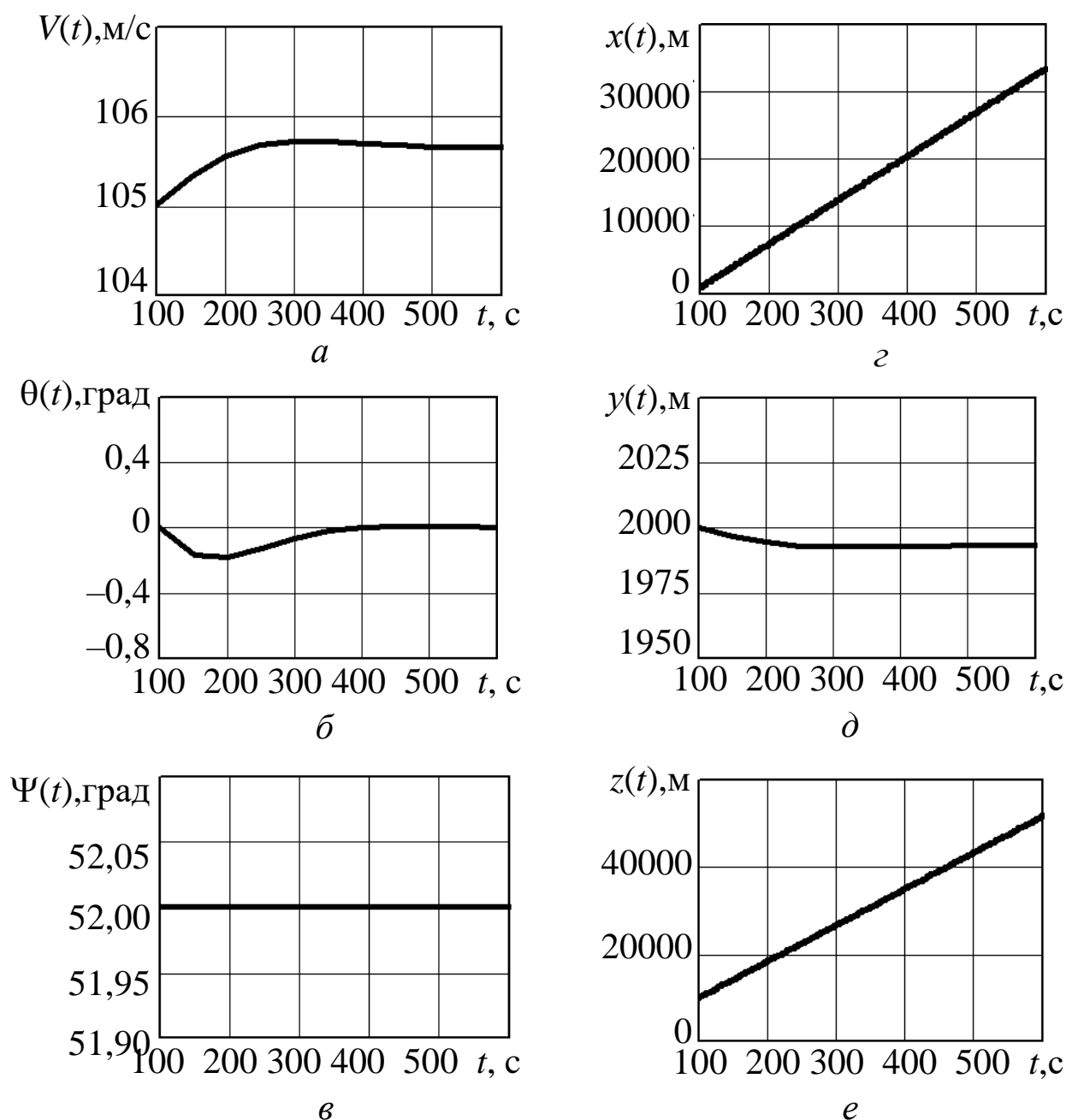


Рис. 2.7

По результатам проведенного вычислительного эксперимента по моделированию программно-управляемого пространственного движения БЛА можно отметить, что незначительные отклонения (порядка 1%) значений $V(t)$, $\theta(t)$, $\Psi(t)$, $y(t)$ от их постоянных величин являются следствием приближенного характера применяемого численного метода интегрирования системы уравнений (2,1,38), (2,1,39).

Как показала практика, существующие БЛА в процессе решения ими целевых задач имеют траектории полета, находящиеся строго в вертикальной или горизонтальной плоскостях.

Математические модели управляемого движения БЛА в этих плоскостях рассмотрены в монографии [2].

2.2. Моделирование неуправляемых движений БЛА

Неуправляемым движением БЛА будем называть движение аппарата под действием не менее одного управляющего воздействия, значения которого находится вне эксплуатационных ограничений на его управление.

Данный вид движения БЛА возникает из его управляемого движения при «обрывах управления» (см. Рис. 1.1) в момент времени $t = \tau$, где $\tau \in [t_0, t_k]$. В зависимости от количества «обрывов управления» выделяются *частично* и *полностью неуправляемые движения* БЛА.

Понятие «обрыв управления» БЛА является переносом в область беспилотной авиационной техники понятия «потеря управления в полете», сформулированного в документах Международной организации гражданской авиации (ИКАО) [17] для пассажирских и грузовых воздушных судов (ВС). Этот термин обозначается как LOC-1 (Loss of control flight) и обозначает авиационное происшествие, в ходе которого ВС вы-

ходит за пределы эксплуатационных норм, установленных его Разработчиком. В документах ИКАО отмечается, что потеря управления является одной из наиболее частых причин авиакатастроф, обычно оканчивающихся столкновением ВС с землей.

Причинами LOC-1 являются:

- сложное пространственное положение ВС;
- переход в сваливание;
- выход скорости и перегрузки ВС за пределы эксплуатационных норм;
- неисправности в силовой установке ВС;
- ошибки экипажа;
- сложные погодные условия.

При этом указываются следующие основные характеристики сложного пространственного положения ВС:

- крен больше ± 45 град.;
- угол тангажа более чем -10 град. или $+25$ град.

Современные БЛА имеют другие эксплуатационные нормы программно-управляемых полетов и подвергаются действиям не только отказов и неисправностей их бортовых комплексов, но и действию средств ПВО. Поэтому вместо LOC-1 предлагается использовать термин «обрыв управления» БЛА.

Согласно Рис. 1.5 такие «обрывы» описываются для каждой j -й компоненты вектора управления $u = u(t)$ значениями $u_j^{(+)}(t)$ или $u_j^{(-)}(t)$; $j = \overline{(1, m)}$ $t \geq \tau$.

Проведем моделирование частично и полностью неуправляемых движений БЛА с использованием математической модели полета аппарата из Примера 2.2.

Для модели программно-управляемого движения БЛА (2.1.38), (2.1.39) вектор $u_{\text{пр}} = u_{\text{пр}}(t)$ при $t \in [100, 600]$ с. имеет вид:

$$u_{\text{пр}}(t) = (P_{\text{пр}}(t), \alpha_{\text{пр}}(t), \gamma_{\text{пр}}(t)) = (105,814; 4,84; 0), \quad (2.2.1)$$

который удовлетворяет условиям (2.1.42).

Будем считать, что значение момента времени $\tau = 280$ с. и «обрывы управления» происходят при следующих значениях компонент вектора (2.2.1):

$$\begin{aligned} P^{(+)}(t) &= 1400 \text{ Н}; & P^{(-)}(t) &= 0 \text{ Н}; \\ \alpha^{(+)}(t) &= 20 \text{ град}; & \alpha^{(-)}(t) &= -2 \text{ град}; \\ \gamma^{(+)}(t) &= 80 \text{ град}; & \gamma^{(-)}(t) &= -80 \text{ град.}, & t &\geq 280 \text{ с.} \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

Приведенные значения изменения силы тяги $P(t)$ имитируют ситуации при помпаже двигателя и внезапном отказе силовой установки БЛА.

Изменения углов $\alpha(t)$ и $\gamma(t)$ имитируют ситуации при порыве пространственного ветра или действия ударной волны при воздушном или наземном взрывах.

Эти значения используются при формировании векторов вида (1.1.3)-(1.1.5), которые описывают действующие управления при возникновении неуправляемых движений БЛА.

Будем считать, что аварийное состояние БЛА возникает в процессе его движения при выполнении условия:

$$y(T) = 0, \quad (2.2.3)$$

которое соответствует удару аппарата в момент времени $t = T$ о земную поверхность.

При численном решении применяемой системы дифференциальных уравнений (2.1.38), (2.1.39) точное попадание интегральной кривой $y = y(t)$ в многообразие (2.2.3) практически невозможно. Поэтому предлагается использовать условие вида:

$$y(T) = \varepsilon,$$

где ε – достаточно малая величина.

Из выражения (2.2.1) следует, что величина $m = 3$. Тогда из формулы (1.3.2) общее число управляющих векторов, описывающих неуправляемые движения БЛА, будет равно:

$$N = 2 \sum_{k=1}^3 C_3^k = 2(3 + 3 + 1) = 14.$$

Таким образом, при анализе неуправляемых движений БЛА необходимо, согласно Разд. 1.3, рассмотреть 14 вариантов «обрыва управления» аппаратом.

Приведем результаты вычислительных экспериментов по моделированию неуправляемых движений БЛА при использовании управляющих воздействий (2.2.2).

Пример 2.3.

При моделировании действия однократных «обрывов» управляющих воздействий ($k = 1$) в модели (2.1.38), (2.1.39) применяются с использованием выражений (1.3.3) и (2.2.2) при $t \geq 280$ с. следующие векторы:

$$\begin{aligned} u_{11}^{(+)}(t) &= \left(P^{(+)}(t), \alpha_{\text{пр}}(t), \gamma_{\text{пр}}(t) \right) = (1400; 4,84; 0); \\ u_{11}^{(-)}(t) &= \left(P^{(-)}(t), \alpha_{\text{пр}}(t), \gamma_{\text{пр}}(t) \right) = (0; 4,84; 0); \\ u_{12}^{(+)}(t) &= \left(P_{\text{пр}}(t), \alpha^{(+)}(t), \gamma_{\text{пр}}(t) \right) = (305,814; 20; 0); \\ u_{12}^{(-)}(t) &= \left(P_{\text{пр}}(t), \alpha^{(-)}(t), \gamma_{\text{пр}}(t) \right) = (305,814; -2; 0); \\ u_{13}^{(+)}(t) &= \left(P_{\text{пр}}(t), \alpha_{\text{пр}}(t), \gamma^{(+)}(t) \right) = (305,814; 4,84; 80); \\ u_{13}^{(-)}(t) &= \left(P_{\text{пр}}(t), \alpha_{\text{пр}}(t), \gamma^{(-)}(t) \right) = (305,814; 4,84; -80). \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

Проведем анализ влияния этих управляющих воздействий на рассматриваемое частично неуправляемое движение БЛА.

Подставляя вектор $u_{11}^{(+)}(t)$ из выражений (2.2.4) в уравнения (2.1.38), (2.1.39) и интегрируя их при начальных условиях:

$$V(280) = 105,554; \quad \theta(280) = 0,054 \text{ град};$$

$$\Psi(280) = 52 \text{ град}; \quad x(280) = 12709,5 \text{ м};$$

$$y(280) = 1994,1 \text{ м}; \quad z(280) = 24987,5 \text{ м},$$

взятых из Табл. 2.4, получаем результаты численного интегрирования с шагом печати $\Delta t = 50$ с., приведенные в Табл. 2.5.

Заметим, что значения $\theta(280)$ и $\Psi(280)$ должны быть предварительно переведены в радианы.

Таблица 2.5

t , с.	V , м/с	θ , град.	Ψ , град.	x , м	y , м	z , м
280	105,553	0,054	52	12710	1994	24987
296	120,801	27,010	52	13855	2373	26454
312	81,327	34,04	52	14670	3312	27497
328	105,681	-5,310	52	15464	3565	28513
344	140,190	20,652	52	16730	3717	30134
360	96,086	44,541	52	17696	4838	31370
376	84,784	-0,917	52	18372	5419	32235
392	155,777	0,606	52	19567	5146	33764
408	136,668	42,548	52	20944	6054	35527
424	74,598	41,128	52	21630	7300	36405
440	118,288	-20,033	52	22389	7361	37376
456	185,811	10,221	52	23935	6962	39356
472	139,420	52,765	52	25302	8394	41105
488	66,286	46,123	52	25853	9743	41810
504	124,562	-30,187	52	26545	9648	42696
520	215,110	1,822	52	28199	8755	44813
536	172,950	52,306	52	29900	10229	46991
552	86,123	69,642	52	30474	12077	47725
568	62,309	-25,410	52	30814	12613	48160
584	214,670	-33,021	52	31862	11158	49501
600	244,987	27,038	52	34154	10909	52435

На Рис. 2.8 представлены графики изменения фазовых координат БЛА.

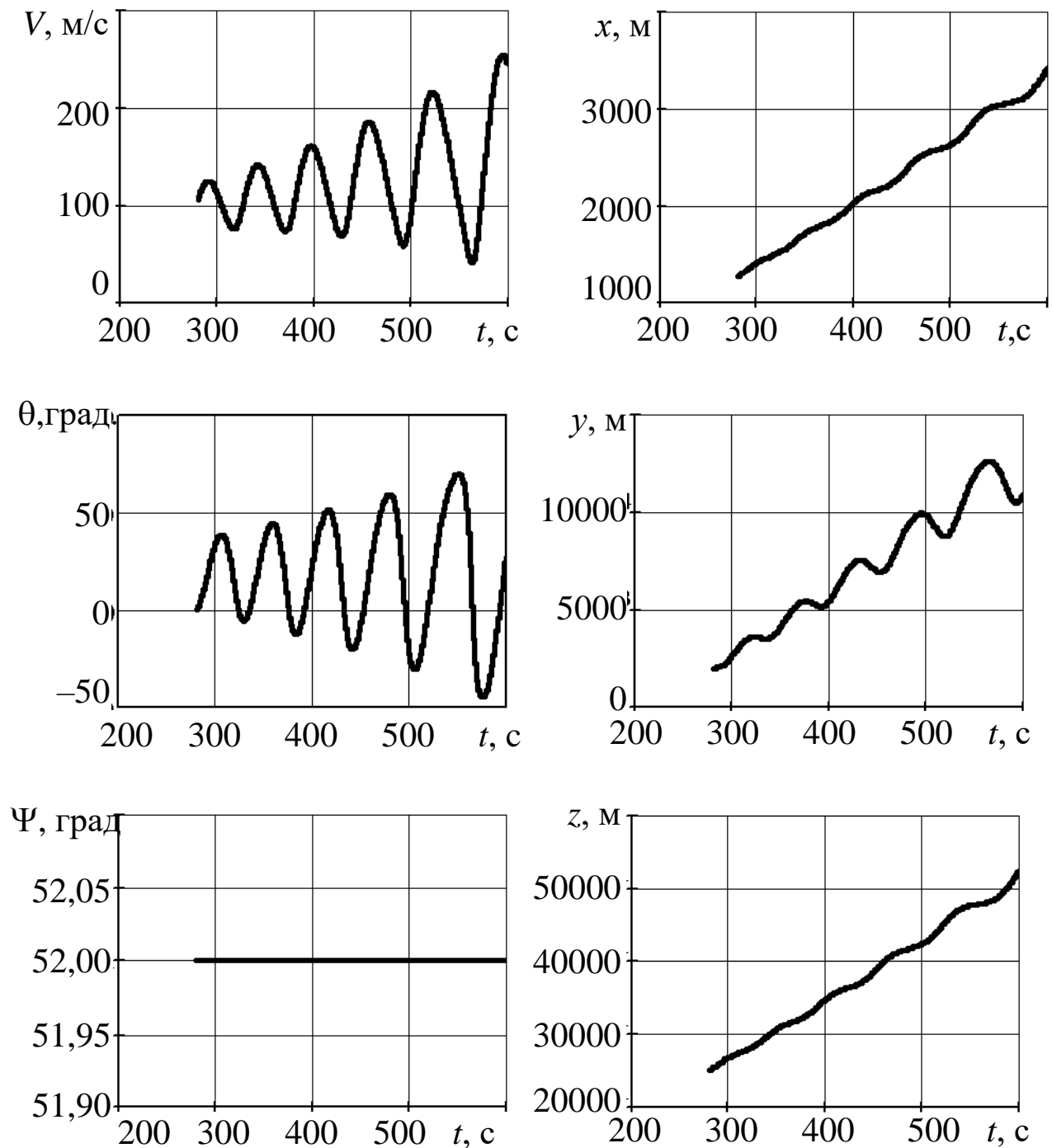


Рис. 2.8

Из полученных результатов следует, что на интервале времени $[280; 600]$ с. такие компоненты фазового вектора БЛА, как $V(t)$, $\theta(t)$ и $y(t)$ имеют колебательный характер, угол

$\Psi(t)$ остается постоянным, а координаты $x(t)$, $z(t)$ монотонно возрастают.

Последнее означает, что за счет увеличения силы тяги $P^{(+)}(t)$ и углов $\alpha_{\text{пр}}(t)$ и $\gamma_{\text{пр}}(t)$ на интервале времени [280; 600] с. падения БЛА на земную поверхность не произойдет, т.е. условие (2.2.4) не выполняется.

Решая задачу (2.1.38), (2.1.39), (2.2.5) при векторе управления $u_{11}^{(-)}(t)$, $t \geq 280$ с. с учетом выражения (2.2.4), получаем результаты, приведенные в Табл. 2.6 и на Рис. 2.9.

Таблица 2.6

t , с,	V , м/с	θ , град.	Ψ , град.	x , м	y , м	z , м
280	105,553	0,054	52	12710	1994	24987
296	101,637	-7,514	52	13708	1902	26265
312	108,661	-5,753	52	14741	1671	27587
328	102,653	-2,419	52	15786	1576	28925
344	102,104	-6,782	52	16780	1444	30198
360	104,695	-4,638	52	17799	1263	31502
376	100,635	-3,941	52	18809	1157	32794
392	101,307	-6,023	52	19794	1010	34056
408	101,431	-4,301	52	20793	860	35334
424	99,102	-4,765	52	21776	742	36593
440	99,745	-5,364	52	22750	595	37839
456	98,792	-4,403	52	23727	461	39089
472	97,702	-5,067	52	24690	334	40322
488	97,801	-4,931	52	25650	194	41550
504	96,681	-4,650	52	26605	67	42773
512,328	96,289	-4,907	52	27097	0,005	43403

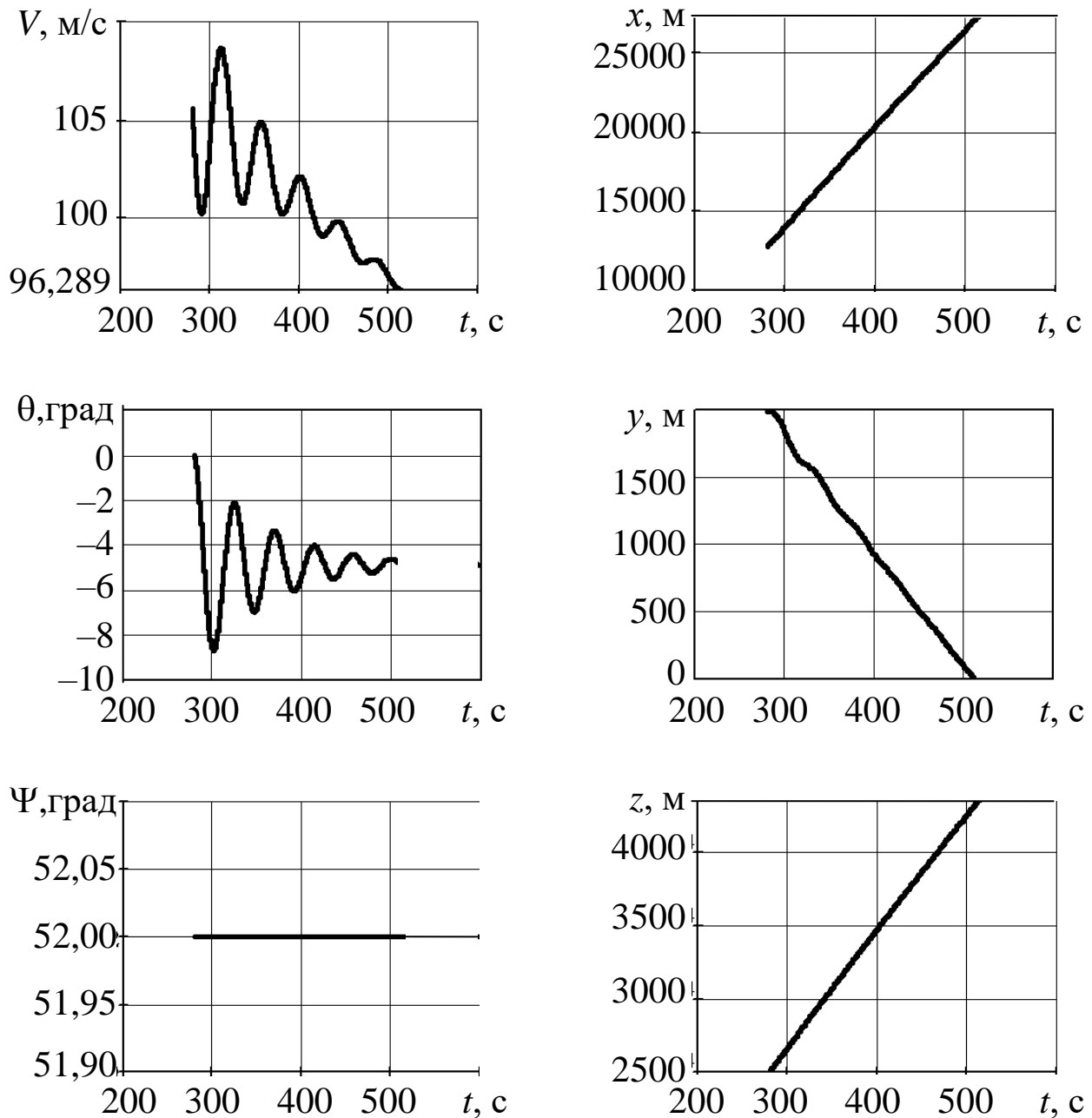


Рис. 2.9

Процесс интегрирования уравнений остановлен при значении $T = 512,328$ с., при котором произошло приближенное выполнение условия (2.2.4) при $\varepsilon = 0,005$. Отметим, что при $t > 512,328$ с. значения $y(t)$ становятся отрицательными.

Заметим, что подход с остановкой процесса интегрирования уравнений используемой модели при приближенном выполнении условия (2.2.4) будет использоваться во всех последующих вычислительных экспериментах.

Из приведенных графиков следует, что при $P^{(-)}(t) = 0$ БЛА резко теряет скорость и высоту полета. Это указывает на адекватность модели частично неуправляемого БЛА.

Момент времени удара БЛА о землю и значения компонент его фазового вектора в этот момент имеют вид:

$$T = 512,327805\text{с};$$

$$V(T) = 96,288878 \text{ м/с}; \quad \theta(T) = -4,907394 \text{ град};$$

$$\Psi(T) = 52 \text{ град}; \quad x(T) = 27097,5 \text{ м};$$

$$y(T) = 0,00505 \text{ м}; \quad z(T) = 43403,27 \text{ м}.$$

В Табл. 2.7 и на Рис. 2.10 приведены числовые и графические результаты вычислительного эксперимента по анализу неуправляемого движения БЛА при использовании вектора управления $u_{12}^{(+)}(t)$ из состава выражений (2.2.4) при $t \geq 280$ с.

Таблица 2.7.

$t, \text{ с}$	$V, \text{ м/с}$	$\theta, \text{ град.}$	$\Psi, \text{ град.}$	$x, \text{ м}$	$y, \text{ м}$	$z, \text{ м}$
280	105,647	-0,014	52	19210	1992	33320
296	39,123	-75,833	52	19488	2355	33676
312	48,954	35,386	52	20037	2142	34379
328	68,925	-12,085	52	20450	2000	34907
344	45,145	-10,335	52	20981	2086	35587
360	54,667	7,080	52	21531	1985	36291
376	57,109	-6,611	52	22037	1945	36938
392	51,311	-3,013	52	22574	1938	37625
408	54,345	-0,094	52	23107	1883	38308
424	54,286	-3,675	52	23630	1851	38977
440	52,928	-2,261	52	24160	1822	39656
456	53,720	-1,820	52	24688	1782	40331
472	53,518	-2,695	52	25212	1749	41003
488	53,155	-2,262	52	25738	1715	41676
504	53,298	-2,207	52	26263	1680	42347
520	53,160	-2,416	52	26786	1646	43017
536	53,012	-2,296	52	27309	1612	43686
552	52,982	-2,291	52	27830	1577	44354
568	52,879	-2,340	52	28351	1543	45020
584	52,778	-2,309	52	28871	1509	45686
600	52,705	-2,308	52	29390	1475	46350

Из приведенной таблицы следует, что при таком управлении БЛА не переходит в аварийное состояние на интервале времени [280; 600] с., т.е. на этом интервале времени условие (2.2.3) не выполняется. Последнее означает отсутствие удара БЛА о земную поверхность.

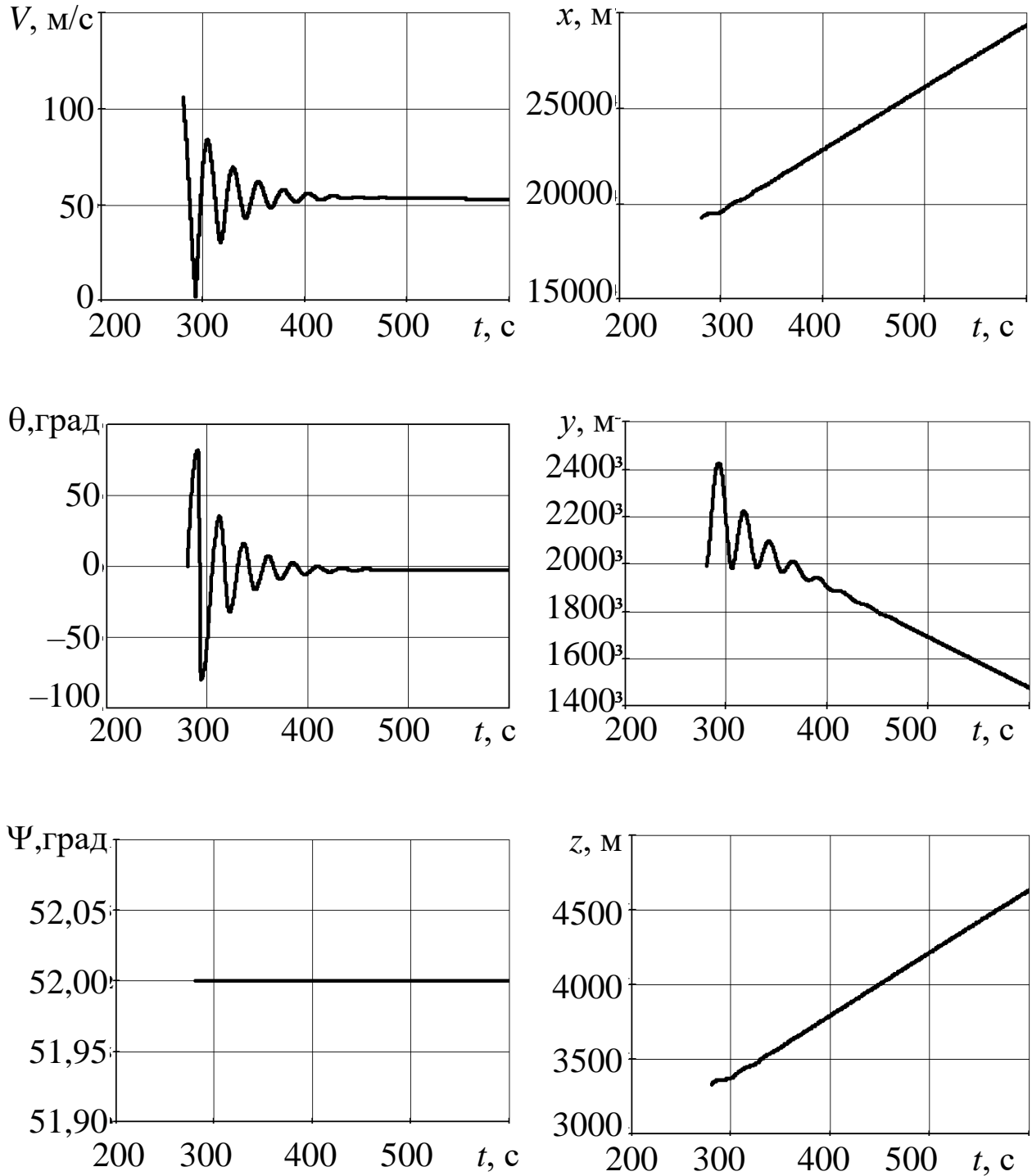


Рис. 2.10

Из приведенных графиков следует, что скорость, угол наклона траектории и высота полета имеют высокочастотные колебания в начале неуправляемого движения БЛА с последующей стабилизацией около постоянных или убывающих значений. Угол поворота траектории, как и в предыдущих вычислительных экспериментах, сохраняет свое начальное значение.

Результаты вычислительного эксперимента с использованием управляющего вектора $u_{12}^{(-)}$, $t \geq 280$ с. при моделировании неуправляемого движения БЛА представлен в Табл. 2.8.

Таблица 2.8

t , с.	V , м/с	θ , град.	Ψ , град.	x , м	y , м	z , м
280	105,647	-0,014	52	19210	1992	33320
284	115,677	-26,490	52	19469	1889	33652
288	139,412	-48,479	52	19713	1577	33963
292	169,793	-66,664	52	19913	1056	34219
296	200,865	-83,416	52	20028	340	34367
297,649	212,698	-90,350	52	20039	0,018	3.4382

Из приведенной таблицы следует, что БЛА в процессе неуправляемого движения совершает удар о земную поверхность при следующих значениях текущего времени и фазовых координат аппарата:

$$T = 297,64878 \text{ с};$$

$$V(T) = 212,6980 \text{ м/с}; \quad \theta(T) = -90,3497 \text{ град};$$

$$\Psi(T) = 52 \text{ град}; \quad x(T) = 20039,44 \text{ м};$$

$$y(T) = 0,018 \text{ м}; \quad z(T) = 34381,63 \text{ м}.$$

Графики результатов эксперимента представлены на Рис. 2.11.

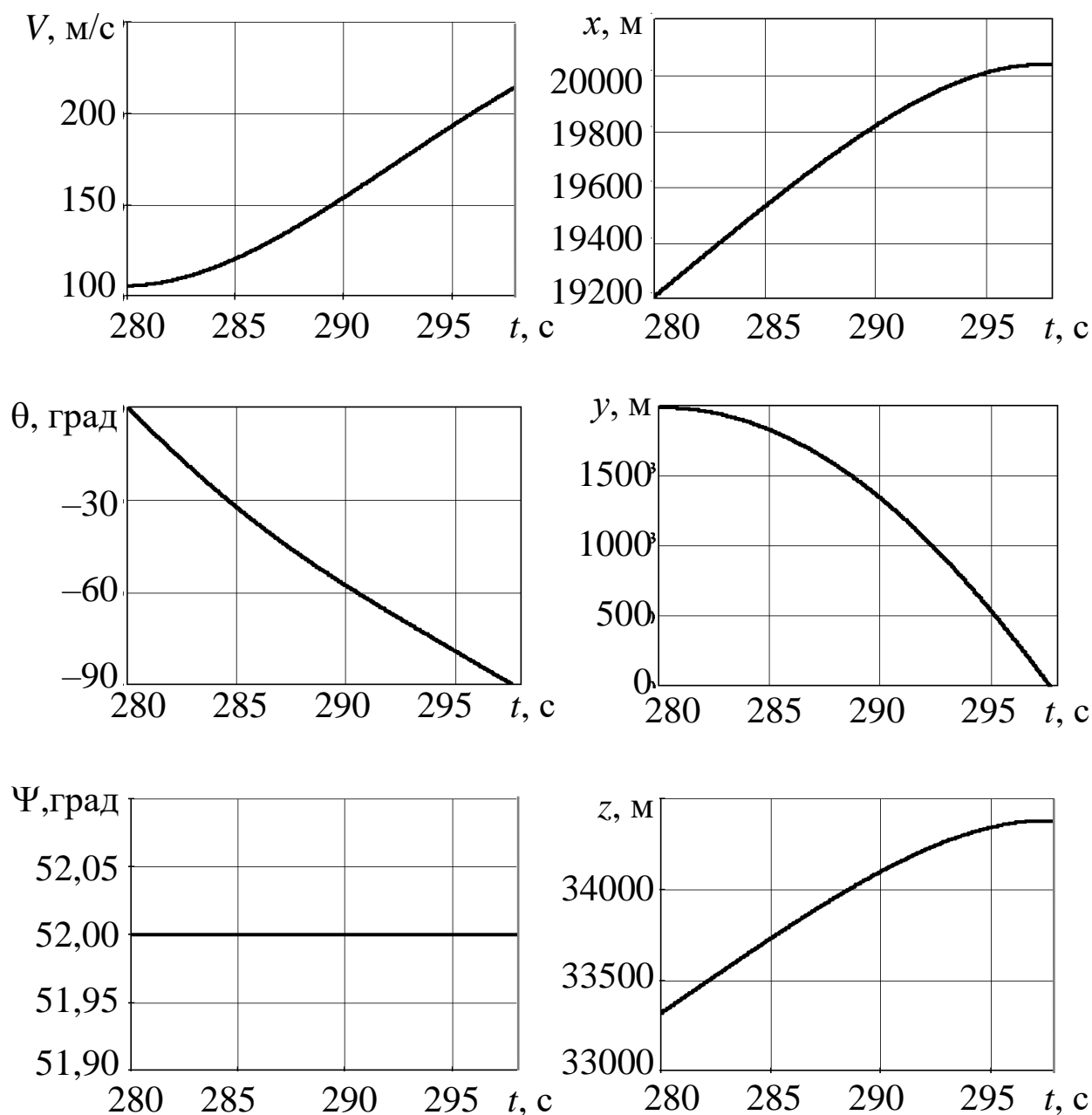


Рис. 2.11

Из приведенных графиков следует, что все координаты фазового вектора БЛА в процессе моделирования рассматриваемого неуправляемого движения аппарата изменяются монотонным образом. При этом угол наклона траектории $\theta(t)$ становится отрицательным, что вызывает резкое снижение БЛА и выполнение условий (2.2.3). Угол курса $\Psi(t)$ сохраняет свое начальное значение.

В вычислительном эксперименте с применением вектора управления $u_{13}^{(+)}(t)$, $t \geq 280$ с. из состава выражений (2.2.4), результаты которого представлены в Табл. 2.9 и на Рис. 2.12, также фиксируется удар БЛА о земную поверхность.

Таблица 2.9

t , с.	V , м/с	θ , град.	Ψ , град.	x , м	y , м	z , м
280	105,647	-0,014	52	19210	1992	33320
284	111,331	-16,831	73,735	19403	1927	33694
288	126,028	-30,020	100,033	19430	1736	34121
292	145,364	-38,661	134,815	19234	1427	34512
296	165,529	-43,472	180,681	18816	1016	34689
300	183,858	-45,398	238,317	18398	524	34459
303,842	198,188	-45,240	303,605	18403	0,026	33971

По данным Табл. 2.9 удар БЛА о землю происходит при следующих значениях характеристик неуправляемого движения БЛА:

$$T = 303,841951 \text{ с};$$

$$V(T) = 198,187822 \text{ м/с}; \quad \theta(T) = -45,240028 \text{ град};$$

$$\Psi(T) = 303,604793 \text{ град}; \quad x(T) = 18403,6903 \text{ м};$$

$$y(T) = 0,026441 \text{ м}; \quad z(T) = 33970,8653 \text{ м}.$$

В приведенных ниже графиках изменения координат фазового вектора БЛА имеется минимум (угол $\theta(t)$), максимум и минимум (координата $x(t)$) и максимум (координата $z(t)$).

Как показал этот эксперимент, угол курса $\Psi(t)$ при движении БЛА достаточно быстро возрастает, что связано с изменением угла крена $\gamma(t)$.

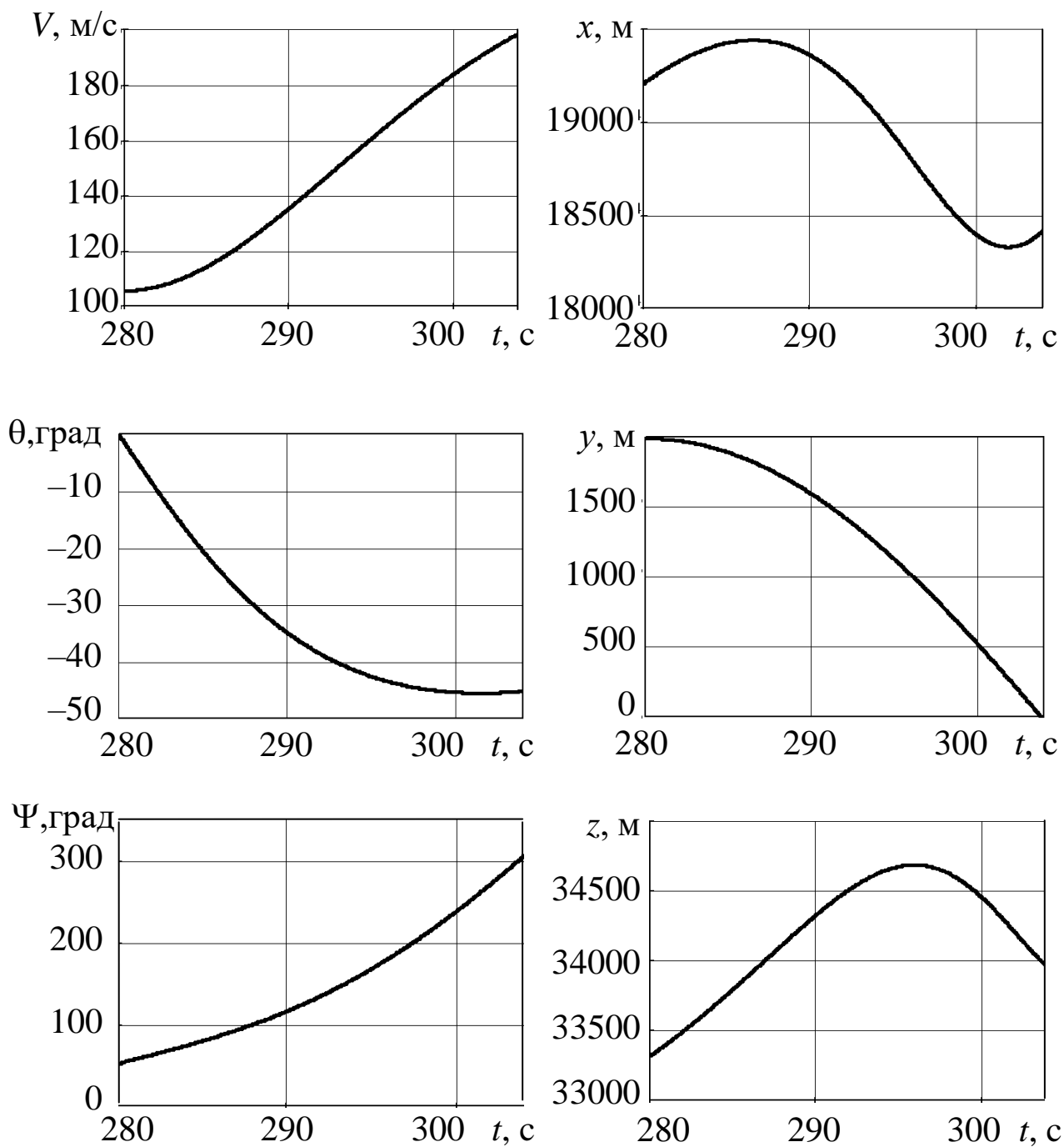


Рис. 2.12

В Табл. 2.10 и на Рис. 2.13 приведены результаты моделирования частично неуправляемого движения БЛА при использовании вектора управляющих воздействий $u_{13}^{(-)}(t)$, $t \geq 280$ с.

Таблица 2.10

t , с.	V , м/с	θ , град.	Ψ , град.	x , м	y , м	z , м
280	105,647	-0,014	52,000	19210	1992	33320
284	111,331	-16,831	30,265	19526	1927	33598
288	126,028	-30,020	3,967	19933	1736	33727
292	145,364	-38,661	-30,815	20361	1427	33631
296	165,529	-43,472	-76,681	20634	1016	33269
300	183,858	-45,398	-134,317	20512	524	32808
303,842	198,188	-45,240	-199,605	20037	0,026	32695

Из приведенной таблицы следует, что БЛА попадает в аварийное состояние (удар о земную поверхность) при следующих значениях времени движения и его фазовых координат:

$$T = 303.841951 \text{ с};$$

$$V(T) = 198,187822 \text{ м/с}; \quad \theta(T) = -45.240028 \text{ град};$$

$$\Psi(T) = -199,604793 \text{ град}; \quad x(T) = 20036,5958 \text{ м};$$

$$y(T) = 0,026441 \text{ м}; \quad z(T) = 32695,0997.$$

Из приведенных графиков изменения компонент фазового вектора БЛА следует их монотонный характер поведения. При этом скорость аппарата резко возрастает, углы наклона и поворота его траектории и высота полета резко убывают, а координаты $x(t)$ и $z(t)$ имеют точки их экстремумов.

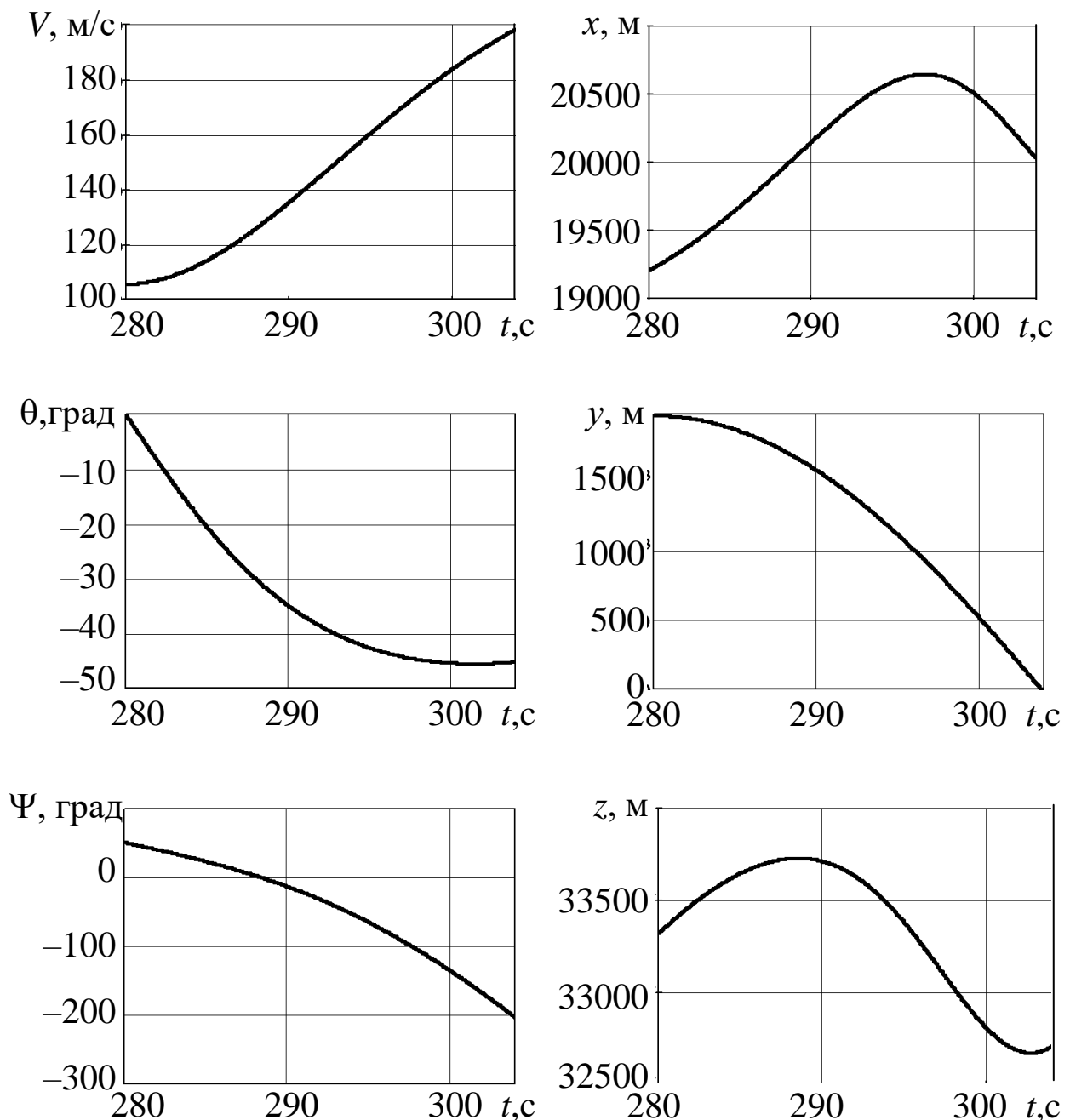


Рис. 2.13

Пример 2.4.

При анализе действия двойных «обрывов управления» ($k = 2$) используем для конкретизации выражений (1.3.3) соотношения (2.2.2).

Применяемые при интегрировании системы уравнений (2.1.38), (2.1.39) с начальными условиями из Табл. 2.4 при $t = 280$ с. векторы управляющих воздействий имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
u_{21}^{(+)}(t) &= \left(P^{(+)}(t), \alpha^{(+)}(t), \gamma_{\text{пр}}(t) \right) = (1400, 20, 0); \\
u_{21}^{(-)}(t) &= \left(P^{(-)}(t), \alpha^{(-)}(t), \gamma_{\text{пр}}(t) \right) = (0, -2, 0); \\
u_{22}^{(+)}(t) &= \left(P_{\text{пр}}(t), \alpha^{(+)}(t), \gamma^{(+)}(t) \right) = (305,814; 20; 80); \\
u_{22}^{(-)}(t) &= \left(P_{\text{пр}}(t), \alpha^{(-)}(t), \gamma^{(-)}(t) \right) = (305,814; -2, -80); \\
u_{23}^{(+)}(t) &= \left(P^{(+)}(t), \alpha_{\text{пр}}(t), \gamma^{(+)}(t) \right) = (1400; 4,84; 80); \\
u_{23}^{(-)}(t) &= \left(P^{(-)}(t), \alpha_{\text{пр}}(t), \gamma^{(-)}(t) \right) = (0; 4,84; -80).
\end{aligned} \tag{2.2.6}$$

Приведем результаты вычислительных экспериментов по моделированию частично неуправляемых движений БЛА при управляющих воздействиях, описываемых выражениями (2.2.6).

В Табл. 2.11 и на Рис. 2.14 приведены результаты решения задачи (2.1.38), (2.1.39), (2.2.4) при использовании вектора управления $u_{21}^{(+)}(t)$, $t \geq 280$ с.

Таблица 2.11

t , с.	V , м/с	θ , град.	Ψ , град.	x , м	y , м	z , м
280	105,647	-0,014	52	19210	1992	33320
296	86,722	268	52	19220	1992	33333
312	53,731	544	52	19230	1993	33346
328	66,458	826	52	19240	1995	33359
344	99,403	1127	52	19250	1998	33371
360	115,261	1418	52	19260	2001	33384
376	90,134	1706	52	19270	2005	33396
392	56,681	1990	52	19279	2009	33409
408	63,868	2274	52	19289	2014	33421
424	95,469	2574	52	19298	2020	33432
440	115,287	2868	52	19307	2026	33444
456	95,466	3156	52	19315	2033	33455
472	59,747	3443	52	19324	2040	33466
488	59,967	3724	52	19332	2048	33476
504	89,890	4024	52	19340	2056	33486
520	114,105	4320	52	19347	2065	33496
536	101,634	4609	52	19355	2074	33505
552	64,975	4898	52	19362	2083	33514
568	56,246	5178	52	19369	2093	33523
584	82,930	5476	52	19375	2103	33531
600	111,010	5775	52	19381	2113	33539

Из результатов численного решения этой задачи на интервале [280; 600] с., приведенных в этой таблице, следует, что в процессе движения БЛА не достигает аварийного состояния (удар о земную поверхность) за счет невыполнения условия (2.2.3).

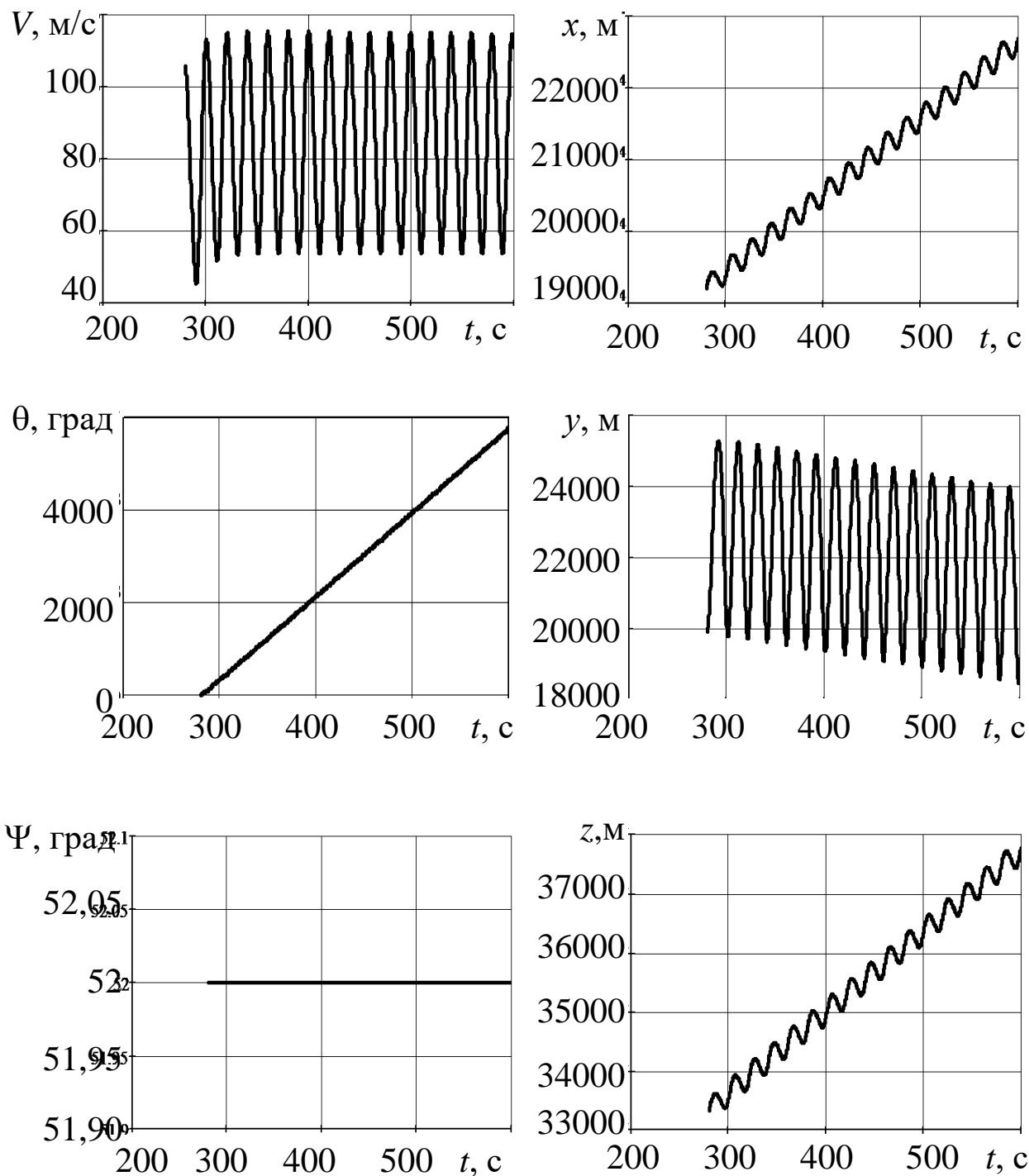


Рис. 2.14

Из приведенных на этом рисунке графиков динамики фазовых координат БЛА следует высокочастотный характер изменения скорости и высоты полета аппарата, монотонный характер изменения углов наклона и поворота его траектории и линейно-колебательный характер роста значений координат $x(t)$ и $z(t)$, при $t \in [280; 600]$ с.

Результаты вычислительного эксперимента с управляющим вектором $u_{21}^{(-)}(t)$, $t \geq 280$ с. с компонентами, представленными в выражениях (2.2.6), приведены в Табл. 2.12 и на Рис. 2.15.

Таблица 2.12

t , с.	V , м/с	θ , град.	Ψ , град.	x , м	y , м	z , м
280	105,647	-0,014	52	19210	1992	33320
284	112,333	-26,714	52	19465	1891	33646
288	133,083	-48,881	52	19698	1589	33945
292	160,814	-66,832	52	19887	1091	34186
296	189,726	-82,910	52	19997	415	34327
298,114	203,909	-91,306	52	20010	0,013	34344

При рассматриваемом неуправляемом движении удар аппарата о земную поверхность происходит при следующих характеристиках:

$$T = 298,114146 \text{ с};$$

$$V(T) = 203,9092 \text{ м/с}; \quad \theta(T) = -91,3061 \text{ град};$$

$$\Psi(T) = 52 \text{ град}; \quad x(T) = 20009,5782 \text{ м};$$

$$y(T) = 0,0132 \text{ м}; \quad z(T) = 34343,7559 \text{ м}.$$

Из графиков изменения значений компонент фазового вектора БЛА следует их монотонное возрастание и убывание на интервале времени от начала неуправляемого движения до момента времени удара о земную поверхность.

Отметим, что угол курса аппарата не изменяется.

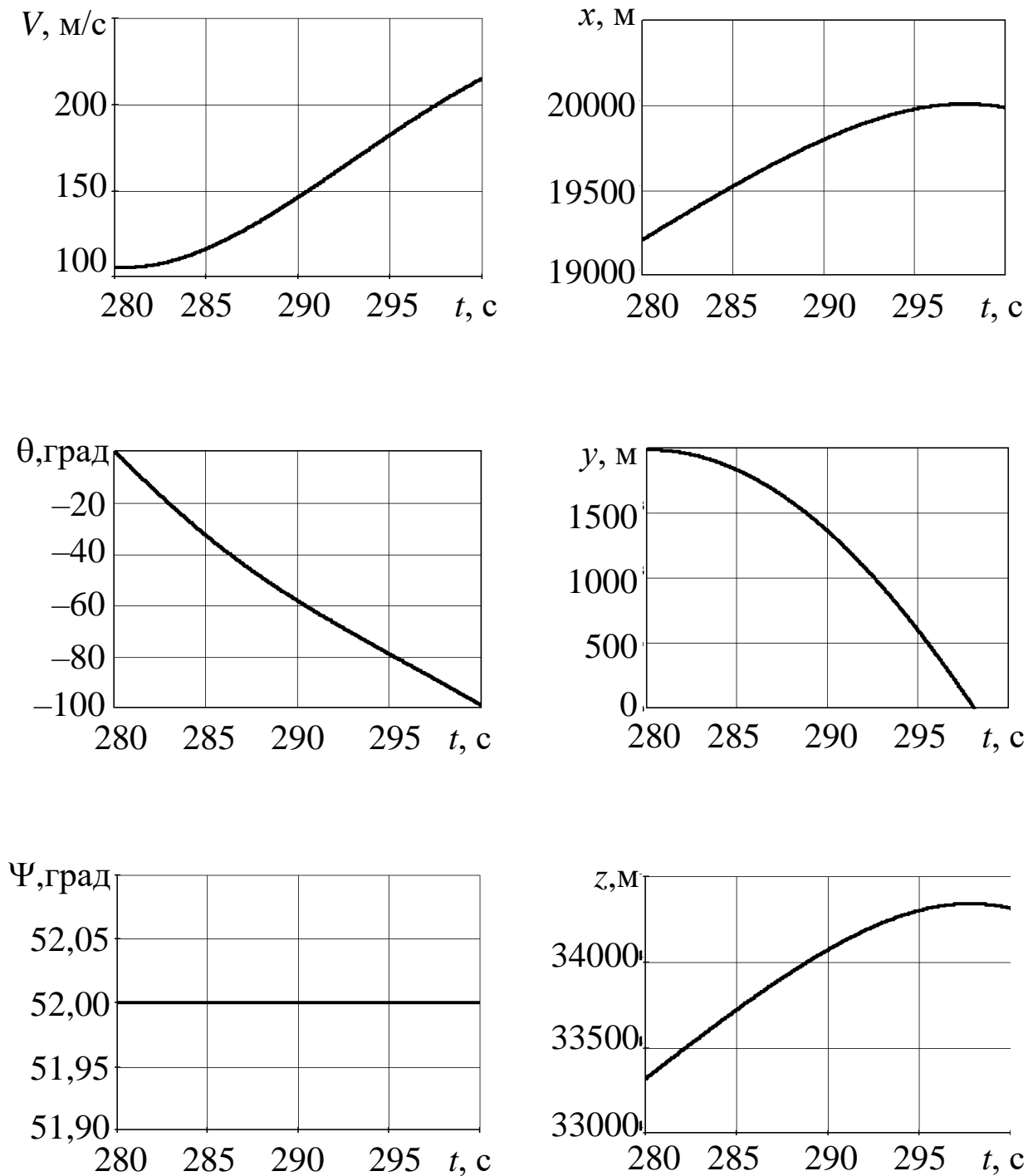


Рис. 2.15

В Табл. 2.13 и на Рис. 2.16 приведены результаты моделирования неуправляемого движения БЛА при использовании вектора управления $u_{22}^{(+)}(t)$, $t \geq 280$ с.

Таблица 2.13

t , с.	V , м/с	θ , град.	Ψ , град.	x , м	y , м	z , м
280	105,647	-0,014	52,025	19210	1992	33320
284	90,803	-9,961	126,743	19215	1962	33680
288	87,136	-22,458	197,322	18915	1864	33782
292	90,581	-32,766	275,315	18749	1698	33546
296	96,615	-39,050	367,578	18955	1477	33372
300	102,12	-41,866	474,735	19085	1217	33597
304	105,759	-42,409	593,017	18830	937	33627
308	107,386	-41,733	717,612	18940	651	33394
312	107,416	-40,583	844,837	19065	368	33623
316	106,404	-39,418	972,614	18805	93	33582
317,381	105,907	-39,061	1016,697	18814	0,019	33472

В этом вычислительном эксперименте получено, что БЛА осуществляет удар о земную поверхность при следующих характеристиках процесса его движения:

$$T = 317,381463 \text{ с};$$

$$V(T) = 105,907158 \text{ м/с}; \quad \theta(T) = -39,061042 \text{ град};$$

$$\Psi(T) = 1016,69675 \text{ град}; \quad x(T) = 18813,577 \text{ м};$$

$$y(T) = 0,019114 \text{ м}; \quad z(T) = 33471,9666 \text{ м}.$$

Из приведенных графиков видно, что такие параметры БЛА как скорость, угол наклона траектории, координаты $x(t)$ и $z(t)$ имеют точки минимума и максимума. Ярко выраженный колебательный характер координат $x(t)$ и $z(t)$ говорит о том, что БЛА снижается по траектории, лежащей на поверхности, близкой к цилиндру, т.е. по винтовой траектории. На это указывает линейный рост значений угла курса.

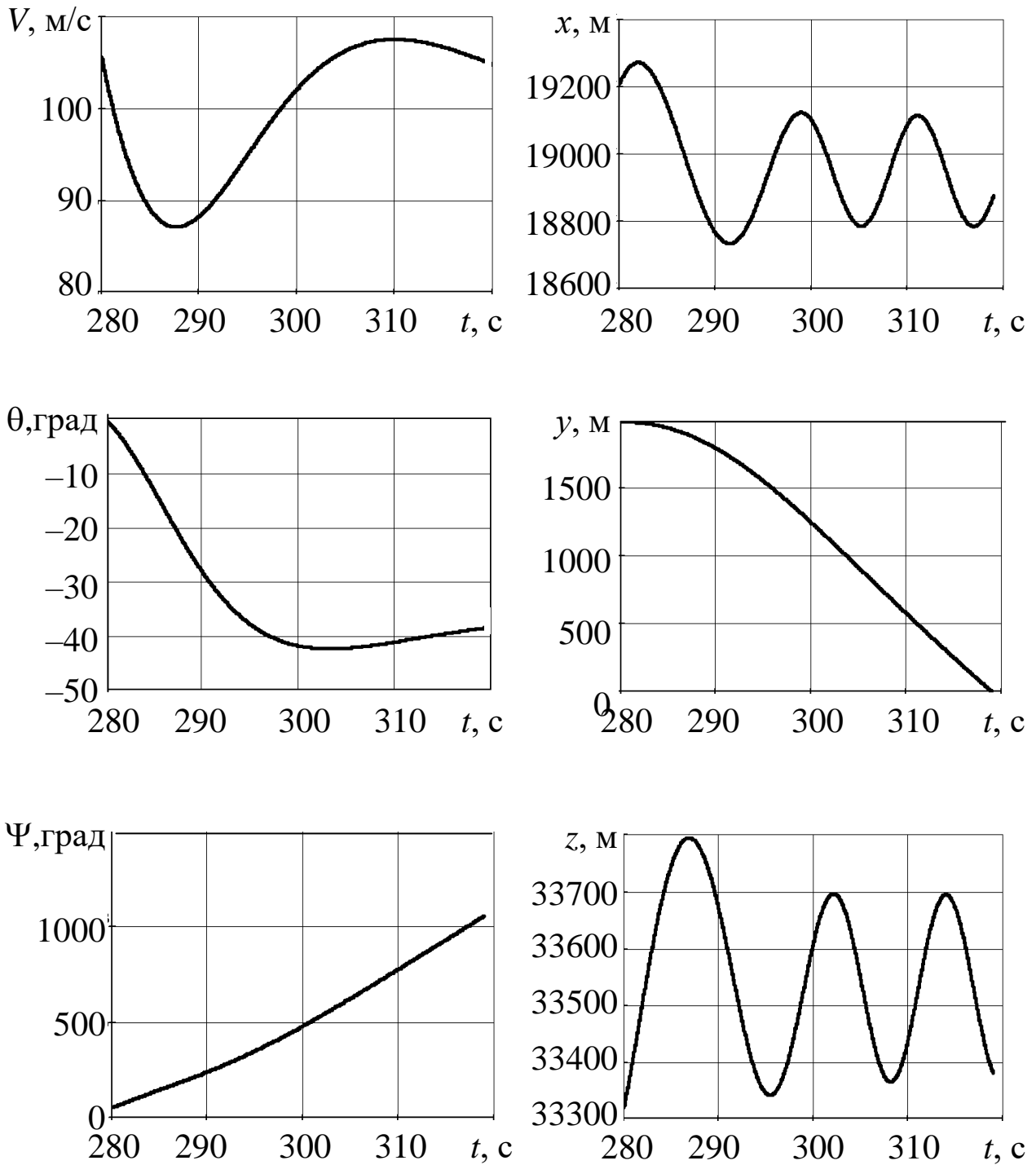


Рис. 2.16

В Табл. 2.14 и на Рис. 2.17 приведены результаты вычислительного эксперимента по моделированию неуправляемого движения БЛА с использованием вектора управления $u_{22}^{(-)}(t)$, $t \geq 280$ с.

Таблица 2.14

t , с.	V , м/с	θ , град.	Ψ , град.	x , м	y , м	z , м
280	105,647	-0,014	52,025	19210	1992	33320
284	114,014	-21,364	58,642	19452	1909	33668
288	133,799	-38,460	67,492	19645	1659	34044
292	159,647	-51,017	81,072	19760	1244	34438
296	187,164	-60,437	102,86	19754	669	34822
299,73	211,568	-67,523	135,402	19607	0,00844	35106

Установлено, что удар БЛА о земную поверхность произошел при следующих значениях параметров процесса движения БЛА:

$$T = 299,73 \text{ с};$$

$$V(T) = 211,568002 \text{ м/с}; \quad \theta(T) = -67,523411 \text{ град};$$

$$\Psi(T) = 135,401812 \text{ град}; \quad x(T) = 19606,6013 \text{ м};$$

$$y(T) = 0,008437911 \text{ м}; \quad z(T) = 35106,4299 \text{ м}.$$

Из приведенных ниже графиков следует, что все компоненты фазового вектора БЛА имеют монотонный характер изменения.

Отметим такие особенности их динамики как наличие максимума у координаты $x(t)$ и нелинейный характер возрастания угла поворота траектории $\Psi(t)$.

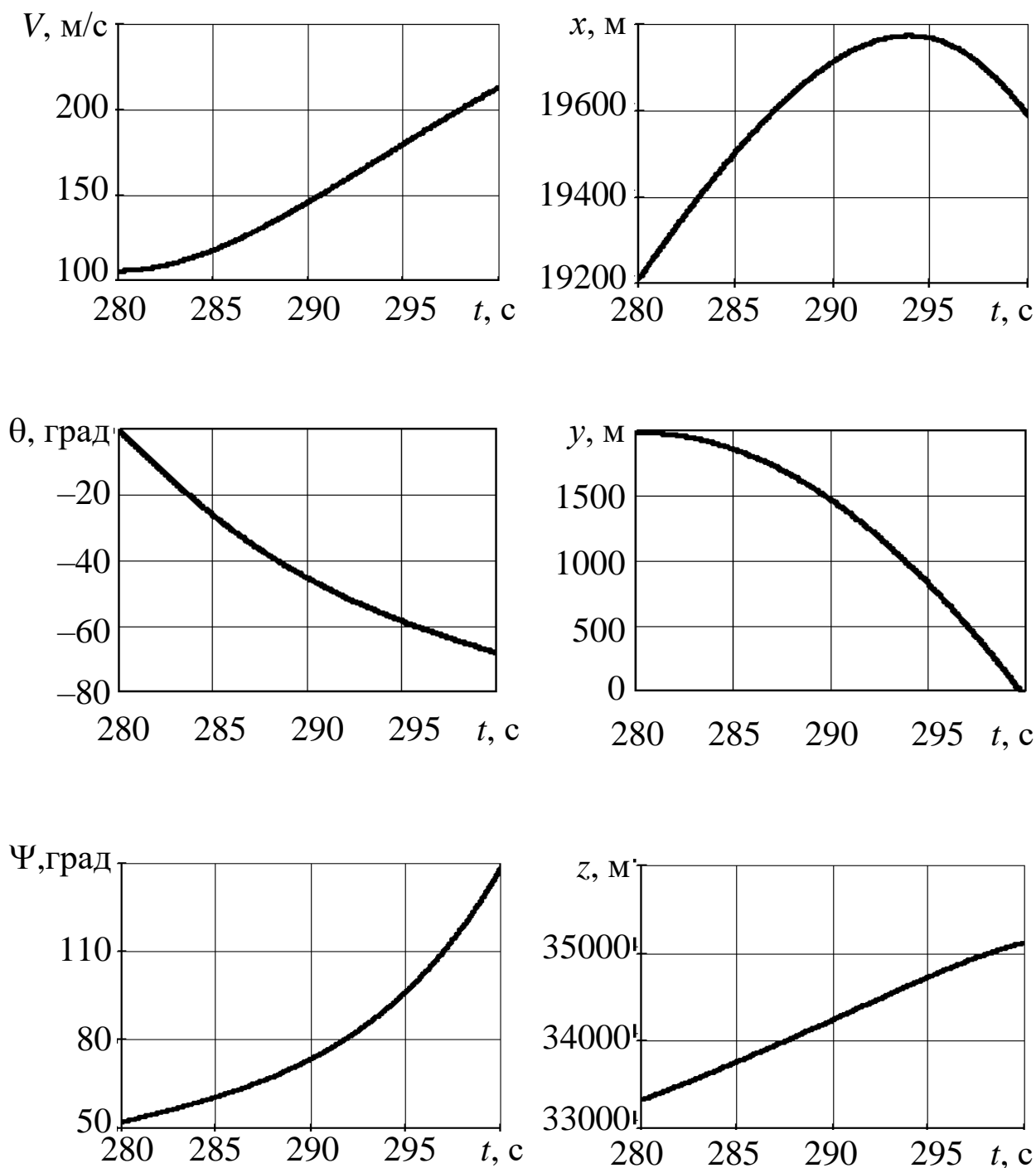


Рис. 2.17

Результаты моделирования неуправляемого движения БЛА при использовании вектора управления $u_{23}^{(+)}(t)$, $t \geq 280$ с. приведены в Табл. 2.15 и на Рис. 2.18.

Таблица 2.15

t , с.	V , м/с	θ , град.	Ψ , град.	x , м	y , м	z , м
280	105,647	-0,014	52,000	19210	1992	33320
284	122,996	-15,435	75,913	19406	1927	33719
288	146,897	-26,039	106,434	19400	1731	34214
292	172,638	-32,173	146,536	19080	1417	34655
296	196,503	-34,835	197,479	18492	1006	34743
300	216,045	-34,914	258,641	18059	535	34265
304	230,029	-33,121	327,958	18333	289	33626
304,230	230,655	-32,974	332,155	18371	0,00388	33604

При этом эксперименте выявлен удар БЛА о земную поверхность. При этом моменты времени удара и значения компонент фазового вектора БЛА соответственно равны:

$$T = 304,229657 \text{ с};$$

$$V(T) = 230,6550 \text{ м/с}; \quad \theta(T) = -32,9735 \text{ град};$$

$$\Psi(T) = 332,1548 \text{ град}; \quad x(T) = 18371,204 \text{ м};$$

$$y(T) = 0,0039 \text{ м}; \quad z(T) = 33603,5326 \text{ м}.$$

Характерными особенностями приведенных на Рис. 2.18 графиков являются:

- монотонность изменения;
- наличие минимума угла наклона траектории $\theta(t)$;
- наличие точек максимума и минимума координаты $x(t)$;
- наличие точки максимума координаты $z(t)$.

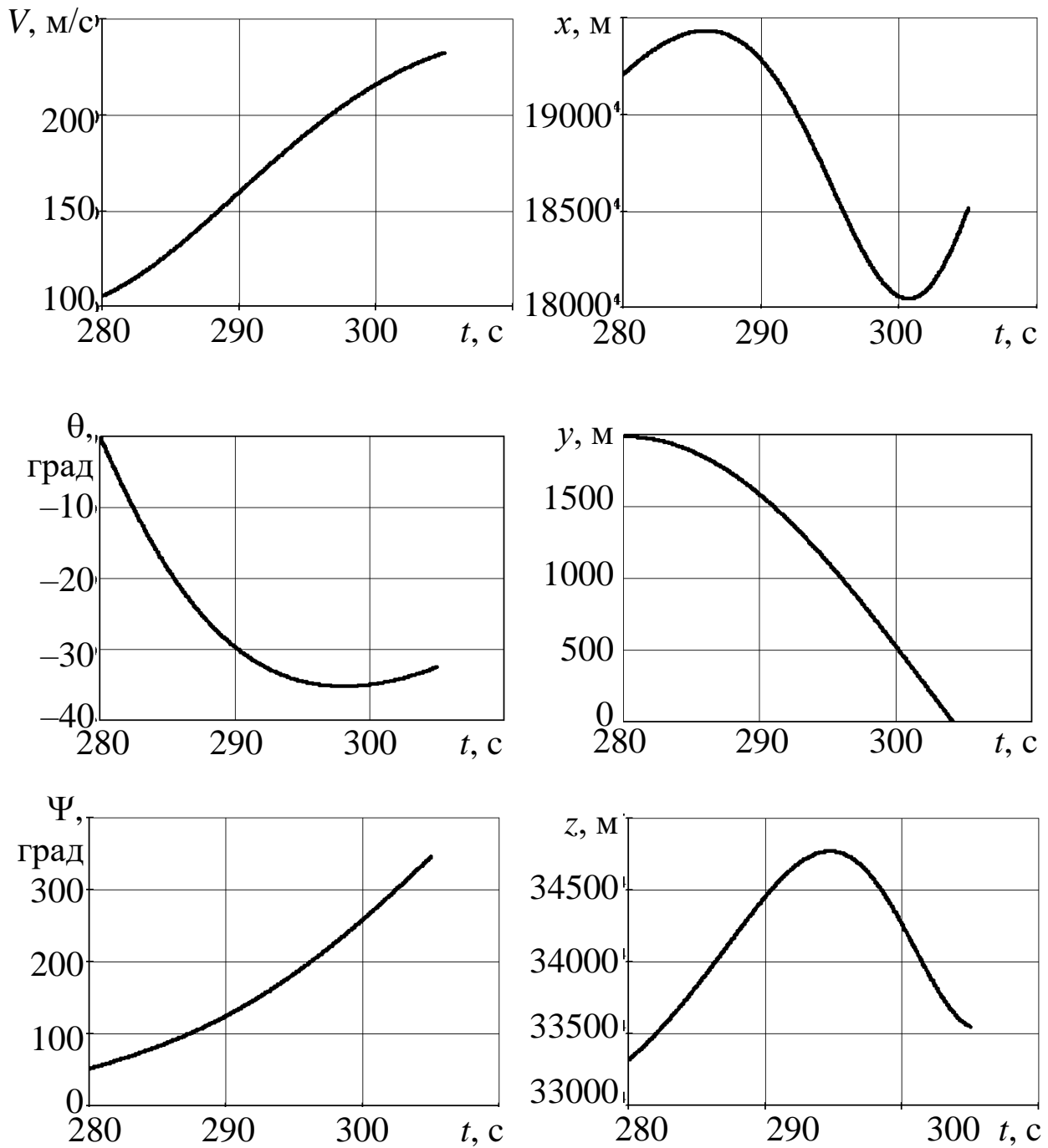


Рис. 2.18

Полученные при использовании вектора управления $u_{23}^{(-)}(t), t \geq 280$ с. результаты моделирования неуправляемого движения БЛА представлены в Табл. 2.16 и на Рис. 2.19.

Таблица 2.16

$t, \text{ с}$	$V, \text{ м/с}$	$\theta, \text{ град.}$	$\Psi, \text{ град.}$	$x, \text{ м}$	$y, \text{ м}$	$z, \text{ м}$
280	105,647	-0,014	52,000	19210	1992	33320
284	108,067	-17,249	30,890	19520	1927	33595
288	120,174	-31,242	5,806	19906	1738	33727
292	137,643	-40,638	-27,463	20308	1433	33656
296	156,598	-46,055	-71,928	20581	1026	33344
300	174,334	-48,478	-128,697	20509	538	32921
303,933	188,930	-48,719	-195,558	20086	0,034	32781

Параметры процесса удара БЛА о земную поверхность, выявленные в процессе проведения вычислительного эксперимента имеют следующие значения:

$$T = 303,932683 \text{ с};$$

$$V(T) = 188,92986 \text{ м/с}; \quad \theta(T) = -48,71868 \text{ град};$$

$$\Psi(T) = -195,557578 \text{ град}; \quad x(T) = 20086,3657 \text{ м};$$

$$y(T) = 0,034341 \text{ м}; \quad z(T) = 32780,9752 \text{ м}.$$

Отметим, с использованием Рис. 2.19, характерные особенности полученных результатов проведенного эксперимента:

- монотонность изменения всех параметров движения БЛА;
- переход значений угла $\Psi(t)$ в отрицательную область;
- наличие точек максимума у координат $x(t)$ и $z(t)$.

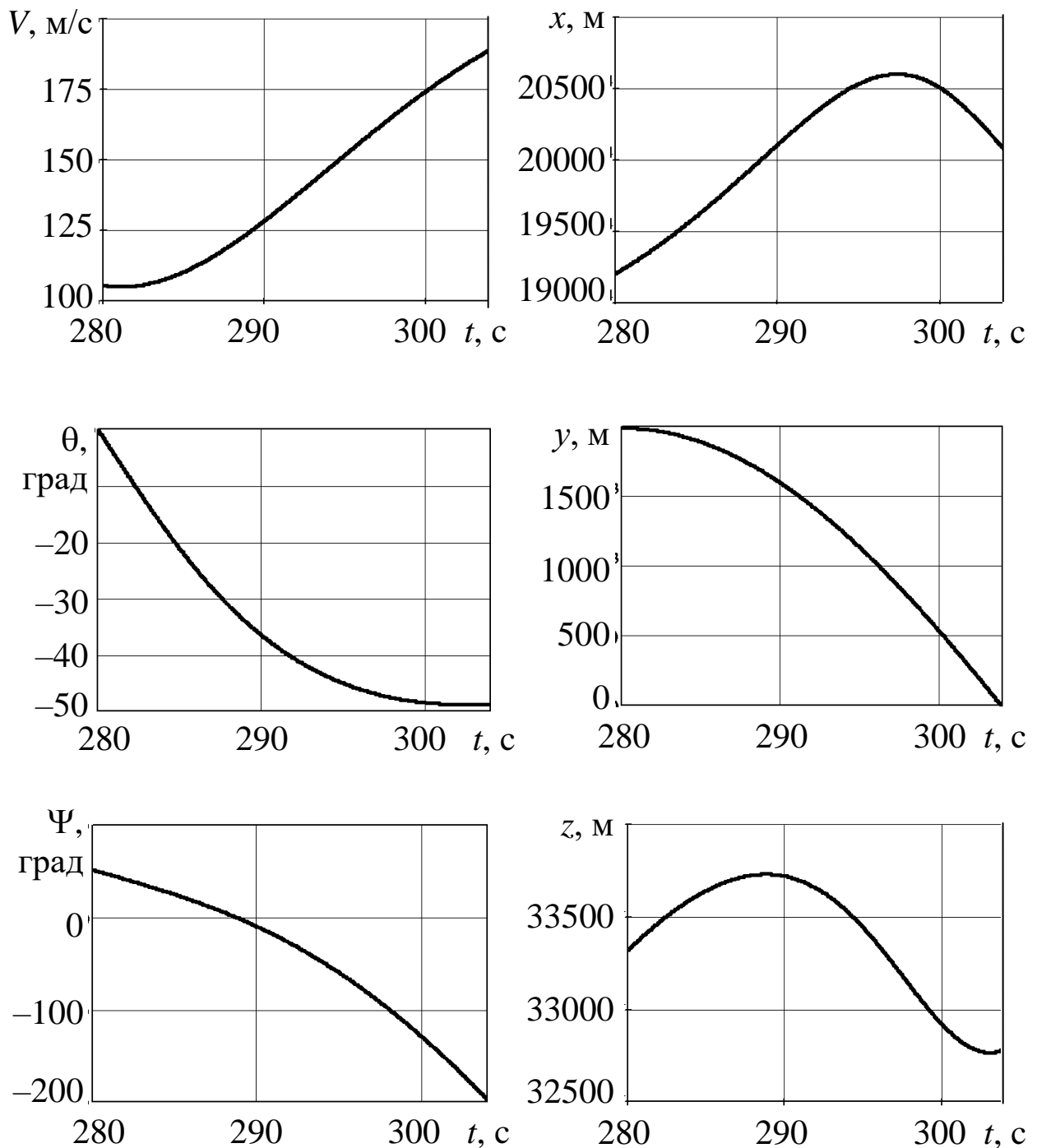


Рис. 2.19

В примерах 2.3 и 2.4 было рассмотрено моделирование *частично неуправляемых движений* БЛА при однократных и двукратных «обрывах управления» в каналах управления тягой $P(t)$, углом атаки $\alpha(t)$ и углом крена $\gamma(t)$ аппарата.

Рассмотрим пример моделирования *полностью неуправляемых движений* БЛА при одновременных «обрывах управления» во всех указанных выше каналах управления аппаратом.

Пример 2.5.

Анализ движения БЛА при полном «обрыве» управляющих воздействий ($k = 3$) осуществляется при использовании следующих векторов:

$$\begin{aligned} u_{33}^{(+)}(t) &= \left(P^{(+)}(t), \alpha^{(+)}(t), \gamma^{(+)}(t) \right) = (1400, 20, 80); \\ u_{33}^{(-)}(t) &= \left(P^{(-)}(t), \alpha^{(-)}(t), \gamma^{(-)}(t) \right) = (0, -2, -80). \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

В Табл. 2.17 и на Рис. 2.20 приведены результаты моделирования полностью неуправляемого движения БЛА при векторе управления $u_{33}^{(+)}(t)$, $t \geq 280$ с., состав которого описан выражениями (2.2.7).

Таблица 2.17

t , с.	V , м/с	θ , град.	Ψ , град.	x , м	y , м	z , м
280	105,647	-0,014	52,000	19210	1992	33320
284	103,253	-6,992	134,932	19188	1967	33699
288	105,422	-13,556	219,570	18815	1892	33719
292	109,669	-18,351	309,896	18778	1773	33350
296	113,950	-21,109	407,229	19150	1620	33338
300	117,107	-22,205	510,764	19093	1449	33707
304	118,804	-22,207	618,704	18752	1270	33551
308	119,211	-21,633	729,238	19013	1092	33279
312	118,700	-20,862	841,025	19172	919	33621
316	117,656	-20,133	953,270	18797	753	33640
320	116,383	-19,563	1065,626	18921	594	33288
324	115,088	-19,184	1178,042	19197	441	33534
328	113,884	-18,977	1290,630	18867	292	33694
332	112,814	-18,897	1403,569	18848	145	33332
335,975	111,882	-18,897	1516,318	19184	0,0072	33453

Проведенный вычислительный эксперимент показал, что в процессе полностью неуправляемого движения БЛА происходит ожидаемый удар аппарата о земную поверхность при следующих значениях его времени и фазовых координат аппарата:

$$T = 335,9746 \text{ с};$$

$$V(T) = 111,8821 \text{ м/с}; \quad \theta(T) = -18,8969 \text{ град};$$

$$\Psi(T) = 1516,318 \text{ град}; \quad x(T) = 19184,046 \text{ м};$$

$$y(T) = 0,00717 \text{ м}; \quad z(T) = 33452,646 \text{ м}.$$

Из графиков результатов эксперимента (Рис. 2.20) следует, что скорость и угол наклона траектории БЛА имеют соответственно точки минимума и максимума их значений.

Характер изменения координат $x(t)$, $z(t)$ и $y(t)$ аппарата указывают на то, что БЛА будет резко снижаться по «винтовой» траектории.

Результаты вычислительного эксперимента по моделированию полностью неуправляемого движения БЛА при использовании вектора $u_{33}^{(-)}(t)$, $t \geq 280 \text{ с.}$, компоненты которого описаны в выражениях (2.2.7), приведены в Табл. 2.18 и на Рис. 2.21.

Результаты эксперимента, представленные в Табл. 2.18, показывают, что БЛА совершает снижение с ударом о земную поверхность при следующих значениях параметров этого процесса:

$$T = 300,150244 \text{ с};$$

$$V(T) = 202,1224 \text{ м/с}; \quad \theta(T) = -69,2885 \text{ град};$$

$$\Psi(T) = 137,3771 \text{ град}; \quad x(T) = 19601,1599 \text{ м};$$

$$y(T) = 0,1434 \text{ м}; \quad z(T) = 35023,5022 \text{ м}.$$

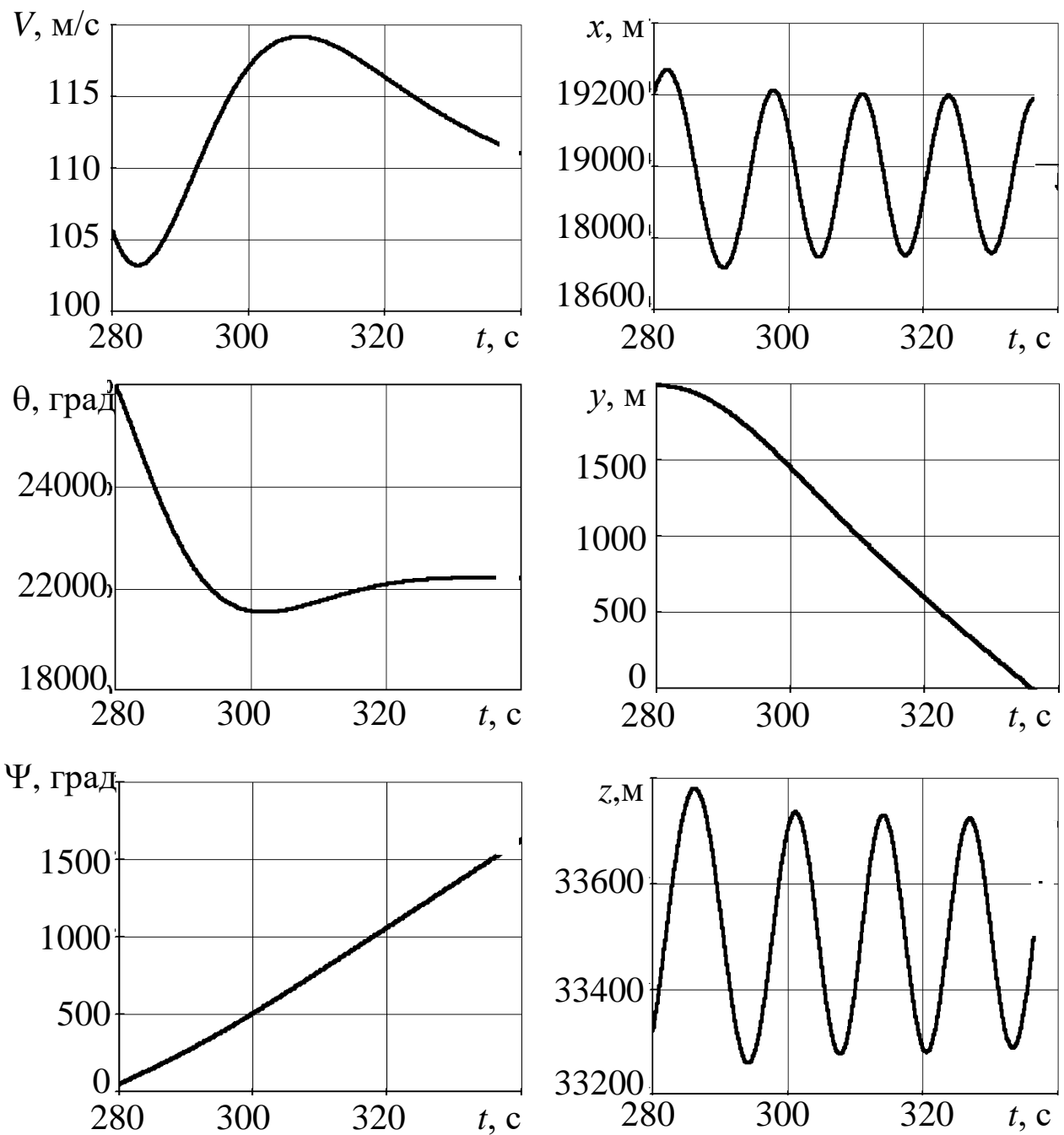


Рис. 2.20

Таблица 2.18

t , с.	V , м/с	θ , град.	Ψ , град.	x , м	y , м	z , м
280	105,647	-0,014	52,000	19210	1992	33320
284	110,679	-21,654	58,578	19448	1910	33663
288	127,591	-39,235	67,143	19634	1667	34021
292	151,029	-52,090	80,211	19745	1266	34387
296	176,588	-61,580	101,243	19747	716	34740
300	201,244	-69,035	135,711	19609	28	35016
300,150	202,122	-69,289	137,377	19601	0,1434	35024

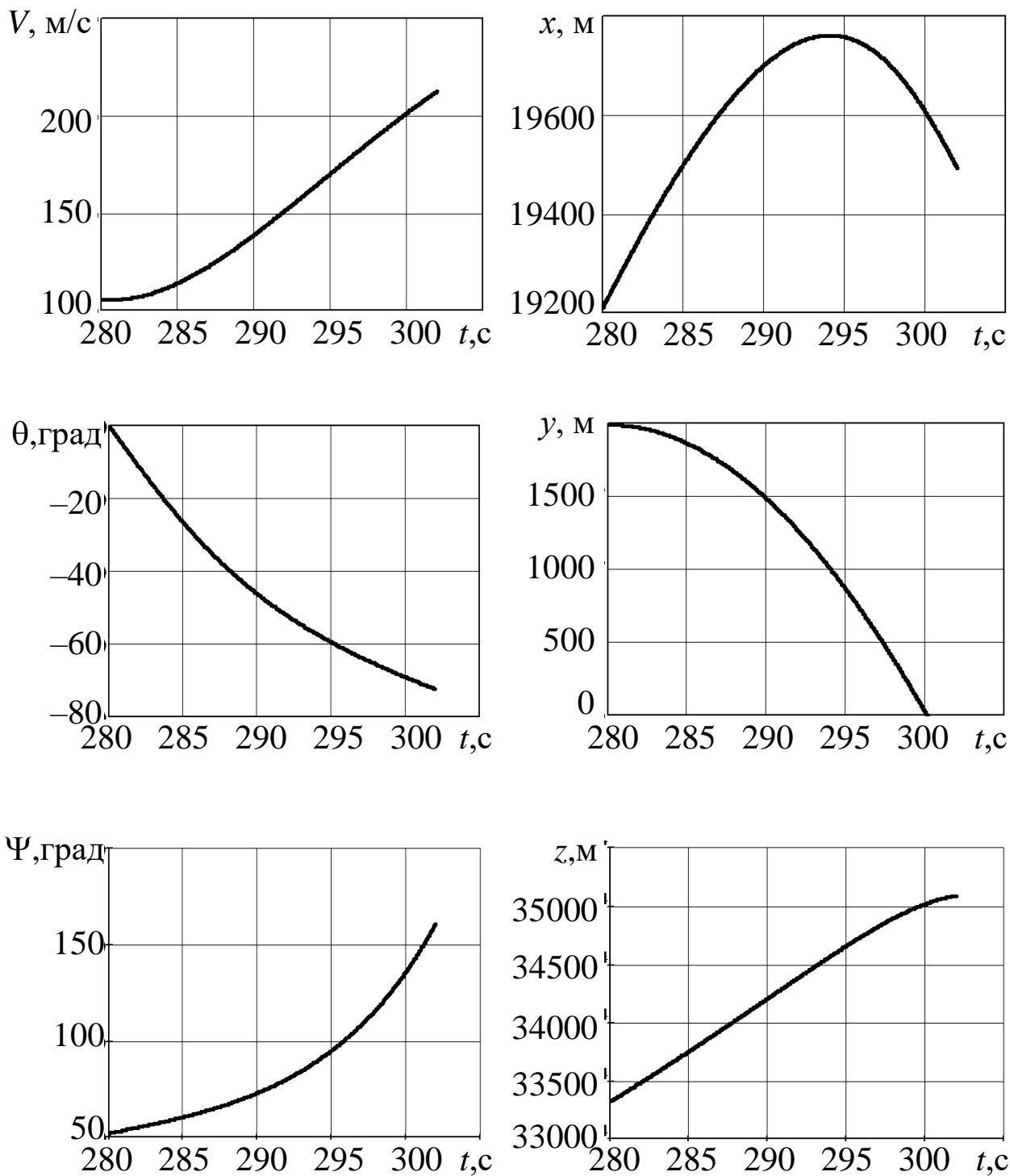


Рис. 2.21

Приведенные на этом рисунке графики указывают на монотонность изменения значений фазовых координат БЛА в процессе его резкого снижения. При этом характерной особенностью этого процесса является наличие точки максимума

координаты $x(t)$, что вызывает обратное движение БЛА по этой координате.

По проведенным вычислительным экспериментам можно сделать следующие выводы:

1°. При однократных «обрывах управления» из 6 экспериментов в 4-х фиксировался удар БЛА о землю.

2°. При двукратных «обрывах управления» удары о землю фиксировались в 5 из 6 экспериментов.

3°. При полностью неуправляемом движении БЛА (три «обрыва управления») удары о земную поверхность произошли в каждом из двух экспериментов.

Вероятности таких событий будут иметь следующие значения [7]:

$$p_1 = 4/6 = 0,667; \quad p_2 = 5/6 = 0,833; \quad p_3 = 2/2 = 1.$$

Соответственно вероятности $q_s = 1 - p_s$, $s = (\overline{1}; \overline{3})$ выполнения БЛА полетного задания будут равны:

$$q_1 = 0,333; \quad q_2 = 0,167; \quad q_3 = 0.$$

Заметим, что отмеченные выше высокочастотные колебания значений некоторых фазовых координат БЛА могут привести к разрушению его конструкции в воздухе в процессе неуправляемых движений аппарата.

2.3. Моделирование свободного движения БЛА

Как было указано выше, по определению, приведенному в Главе 1, свободное (абсолютно неуправляемое) движение БЛА возникает при полном отсутствии управляющих воздействий $P(t)$, $\alpha(t)$ и $\gamma(t)$, наступающих в момент времени $t = \tau \in [t_0, t_k]$.

На практике такой вид движения может возникнуть при мгновенном внешнем воздействии на БЛА и при внезапном

отказе его системы электроснабжения, питающей электро-механизмы органов управления аппарата (автомат управления тягой маршевого двигателя, рулевые машины элеронов, рулей направления и высоты полета).

В этом случае при конкретизации общей модели свободного функционирования динамического объекта (1.3.13) вектор фазовых координат будет иметь вид:

$$x(t) = (V(t), \theta(t), \Psi(t), x(t), y(t), z(t)). \quad (2.3.1)$$

а вектор-функция φ будет формироваться с использованием пассивных сил, состоящих из силы лобового сопротивления $X = X(V)$, подъемной силы $Y = Y(V)$ и силы тяжести $G = mg$ аппарата.

Следуя приведенному в Разд. 2.1 методу построения пространственной модели движения БЛА, система дифференциальных уравнений, описывающих рассматриваемый вид полета аппарата, записывается как:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{X}{m} - g \sin \theta; \\ \dot{\theta} &= \frac{Y}{mV} - \frac{g}{V} \cos \theta; \\ \dot{\Psi} &= 0; \\ \dot{x} &= V \cos \theta \cos \Psi; \\ \dot{y} &= V \sin \theta; \\ \dot{z} &= V \cos \theta \sin \Psi, \quad t \in [\tau, t_k]. \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

Начальные условия для этой системы дифференциальных уравнений имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} V(\tau) &= V_\tau; \quad \theta(\tau) = \theta_\tau; \quad \Psi(\tau) = \Psi_\tau; \\ x(\tau) &= x_\tau; \quad y(\tau) = y_\tau; \quad z(\tau) = z_\tau. \end{aligned} \quad (2.3.3)$$

Правые части этих условий соответствуют значениям компонент вектора (2.3.1) в момент времени $t = \tau$, полученные

при использовании модели управляемого пространственного движения БЛА (2.1.38), (2.1.39).

Как и любое полностью неуправляемое движение БЛА, свободное движение завершается аварийным образом (удар о земную поверхность) в момент времени $t = T$, при котором выполняется условие:

$$y(T) \approx 0, \quad (2.3.4)$$

Отметим следующую особенность модели (2.3.2).

Аэродинамические силы при свободном движении БЛА в этой модели описываются следующими выражениями:

$$X(V) = 0,5c_x\rho V^2 S; \quad Y(V) = 0,5c_y\rho V^2 S \quad (2.3.5)$$

при значениях аэродинамических коэффициентов

$$c_x = \text{const}; \quad c_y = \text{const}, \quad (2.3.6)$$

как это было использовано в работе [8].

Приведем пример свободного движения БЛА на интервале времени $[\tau, t_k] = [280; 600]$ с.

Пример 2.6.

Исходные данные для моделирования свободного вида движения БЛА имеют следующие значения:

$$m = 350 \text{ кг}; \quad c_x = 1,6; \quad c_y = 4,2;$$
$$\rho = 1,225 \text{ кг/м}^3; \quad S = 1,4 \text{ м}^2; \quad g = 9,80665 \text{ м/с}^2.$$

Значения правых частей начальных условий (2.3.3), взятые из Табл. 2.4 при $t = 280$ с. конкретизируются как:

$$V_\tau = 105,647 \text{ м/с}; \quad \theta_\tau = -0,014 \text{ град}; \quad \Psi_\tau = 52 \text{ град};$$
$$x_\tau = 19210 \text{ м}; \quad y_\tau = 1992 \text{ м}; \quad z_\tau = 33320 \text{ м}.$$

Интегрируя систему (2.3.2) при указанных исходных данных и начальных условиях методом Рунге-Кутта, получаем результаты моделирования свободного движения БЛА, приведенные в Табл. 2.19 и на Рис. 2.22.

Таблица 2.19

t , с.	V , м/с	θ , град.	Ψ , град.	x , м	y , м	z , м
280	105,647	-0,014	52	19210	1992	33320
304	29,907	335,594	52	19501	1878	33692
328	29,827	339,182	52	19914	1621	34221
352	29,843	339,146	52	20326	1366	34748
376	29,843	339,146	52	20738	1111	35276
400	29,843	339,146	52	21150	856	35803
424	29,843	339,146	52	21562	601	36331
448	29,843	339,146	52	21974	346	36858
472	29,843	339,146	52	22386	91	37385
480,55	29,843	339,146	52	22533	0,004	37573

Из этой таблицы следует, что удар БЛА о земную поверхность происходит при следующих параметрах его движения:

$$T = 480,5502 \text{ с};$$

$$V(T) = 29,8428 \text{ м/с}; \quad \theta(T) = 339,1455 \text{ град}; \quad \Psi(T) = 52 \text{ град};$$

$$x(T) = 22533,1152 \text{ м}; \quad y(T) = 0,0040 \text{ м}; \quad z(T) = 37573,3935 \text{ м}.$$

Заметим, что значение T существенно превышает значения моментов времени ударов БЛА о земную поверхность при неуправляемых движениях аппарата. На наш взгляд, это происходит за счет того, что БЛА осуществляет свободное движение в режиме планирующего неуправляемого полета.

Из приведенных ниже графиков следует, что изменения координат фазового вектора (2.3.1) в основном носят монотонный характер. Исключением является поведение скорости $V(t)$, высоты полета $y(t)$ и угла наклона $\theta(t)$ в окрестности момента времени $\tau = 280$ с.

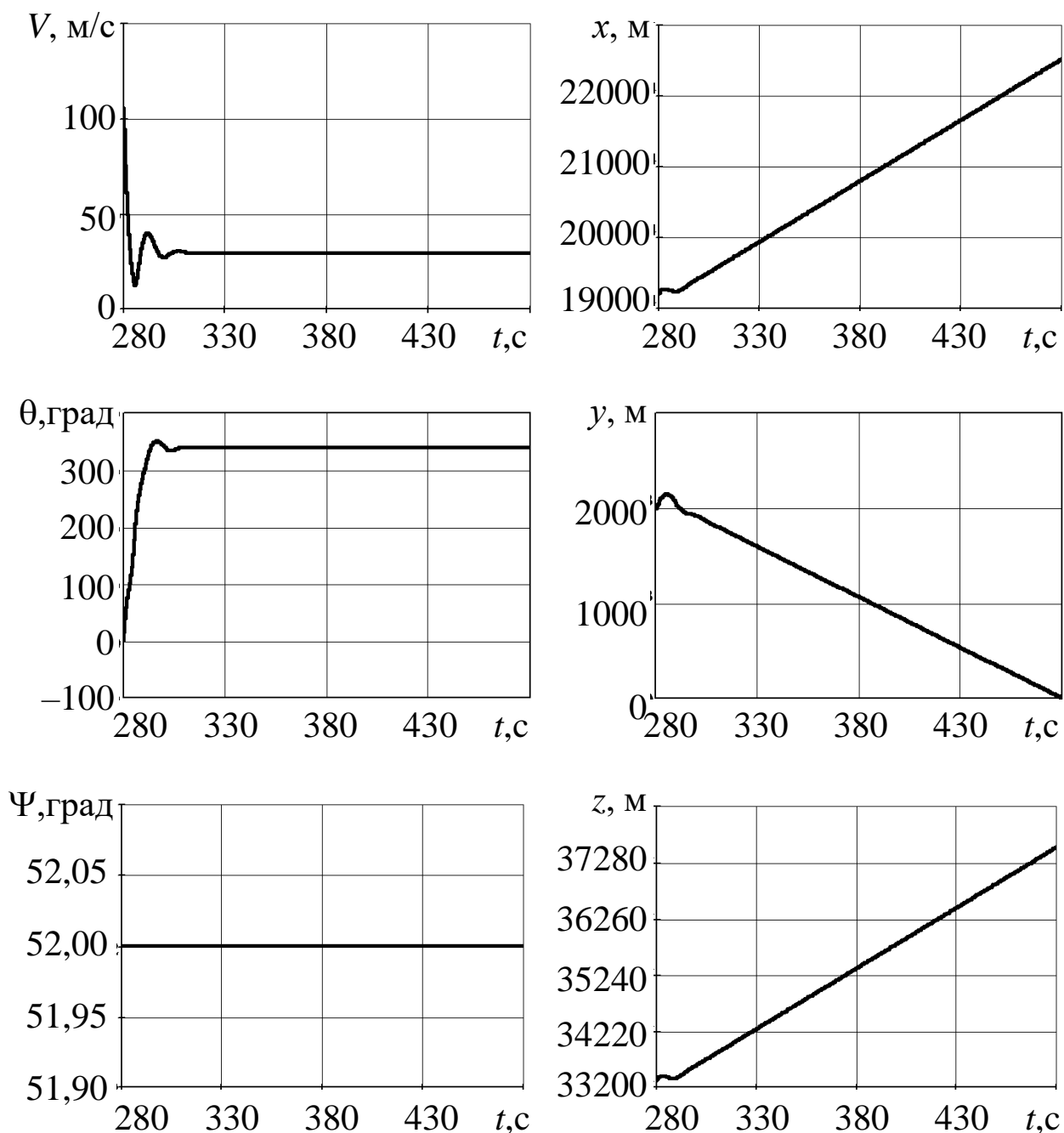


Рис. 2.22

В заключение данной главы укажем на необходимость проведения дальнейших более глубоких исследований в области неуправляемых и свободного движений БЛА с использованием вычислительных и натурных экспериментов. На наш взгляд, это особенно важно при разработке БЛА гражданского назначения, предназначенных для полетов над территориями населенных пунктов.

Дополнительно отметим, что как показали результаты проведенных в главе вычислительных экспериментов, характеристики траекторий некоторых неуправляемых движений БЛА могут вызвать разрушения его конструкций в воздухе за счет высокочастотных колебаний некоторых компонент вектора фазовых координат аппарата. При этом обломки БЛА могут привести к повреждению гражданских объектов и травмам населения.

Общие оценки последствий удара о земную поверхность при неуправляемых и свободном движениях БЛА будут рассмотрены в Главе 3.

Глава 3. ПОСЛЕДСТВИЯ СТОЛКНОВЕНИЯ БЛА С ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Как было отмечено выше, предварительная оценка ущерба при падении БЛА, осуществляющего неуправляемый полет, является важнейшей проблемой, особенно при их эксплуатации в населенных пунктах.

Основной причиной предполагаемого ущерба является взрыв БЛА и разлет осколков (обломков) при его ударе о земную поверхность, а также действие взрывной (ударной) волны.

Причиной взрыва является детонация бортового запаса топлива, а также боевой части БЛА при его наличии. В зависимости от силы взрыва, которая зависит от силы удара аппарата о земную поверхность, обломками БЛА могут быть его крупные агрегаты (части крыла, хвостового оперения, отсеки фюзеляжа, а также блоки его бортового оборудования). Кроме этого, осколками БЛА могут быть детали его двигателя, элементы обшивки и бортового оборудования. Эти обломки (осколки) при их разлете могут нанести значительный ущерб постройкам и быть опасными для населения. Значительный поражающий эффект имеет и ударная волна от взрыва БЛА. Поэтому необходим расчет таких важных показателей ущерба как радиусы разлета обломков (осколков) и действия ударной волны.

В доступной литературе практически отсутствуют работы о последствиях ударов БЛА о земную поверхность. Исключением работа [16], в которой под БЛА можно понимать авиационную бомбу.

Аналогичная ситуация наблюдается в пилотируемой авиации. Единственной доступной работой в области оценки последствий разрушения ЛА в процессе его эксплуатации яв-

ляется статья [9], в которой предлагается математическая модель, описывающая движение обломков (осколков) фюзеляжа самолета при его разрушении в процессе полета. В ней рассматривается ситуация образования обломков (осколков) без взрыва и их движение в набегающем потоке воздуха при движении самолета. Это не соответствует ситуации падения БЛА, когда удар о земную поверхность приводит к его взрыву.

В данной главе приводятся первоначальные результаты исследований рассматриваемой проблемы и, в частности, решаются задачи построения зон разлета обломков (осколков) конструкции БЛА и действия ударной (взрывной) волны, представляющих опасность для окружающей среды в районе его падения и находящегося в них населения.

3.1. Основные факторы разрушения конструкции БЛА при его падении на земную поверхность

Существенные разрушения конструкции БЛА при ударе о землю возникают при взрыве за счет детонации имеющегося на борту запаса топлива и боевой части при ее наличии.

Рассмотрим первый фактор как источник взрыва [10].

Сила взрыва авиационного топлива при ударе об землю зависит от многих факторов, таких как количество топлива, условия его распыления и наличие источника воспламенения. Взрыв топлива в зависимости от его количества может быть достаточно мощным.

Авиационное топливо, как правило, состоит из углеводородов, которые при смешивании с кислородом воздуха образуют взрывоопасную смесь. Для взрыва необходим источник его зажигания, такой как искра, пламя, высокая температура или удар. Взрыв топлива наиболее вероятен при его распылении в виде аэрозоля, когда топливо образует мелкодисперс-

ную взвесь в воздухе. Температура, давление и наличие препятствий также влияют на силу и характер взрыва. Взрыв топлива – это, как правило, горение большого количества горючего, которое может быть очень мощным.

Отметим, что применяемое в современных БЛА бензиновое, дизельное и керосиновое топливо является взрывоопасным.

В 70-е годы прошлого века в СССР все новые виды ракетного топлива подвергались испытаниям на взрывоопасность, когда с вертолета на различных высотах полета сбрасывался бак с топливом. При этом фиксировались высота полета, количество и размеры осколков бака и размер зоны разлета его осколков (обломков). Факты таких испытаний авиационного топлива автору не известны.

Применяемые в перспективных БЛА электрические маршевые двигатели лишены этого недостатка, хотя известны случаи взрыва аккумуляторных батарей.

Для оценки мощности взрыва используют *тротиловый эквивалент*, то есть количество тротила, которое выделит такое же количество энергии. Взрыв авиационного топлива крупных воздушных судов (ВС) может быть эквивалентен нескольким тоннам и даже десяткам тонн тротила, в зависимости от количества топлива и условий взрыва. Отсюда следует, что взрыв авиационного топлива при ударе ВС об землю может быть очень мощным и опасным.

При наличии у БЛА боевой части мощность взрыва можно оценить с использованием понятия «могущества боеприпаса» [11]. Этот показатель оценивает эффективность его применения. Для осколочных боеприпасов, наиболее близких к рассматриваемой в главе проблеме, этот показатель описы-

вает зону приведенной площади осколочного поражения, определяемой массой и скоростью разлета осколков [14].

Как в случае взрыва авиационного топлива, так и имеющейся боевой части БЛА для измерения мощности (силы) взрыва используется понятие «тротиловый эквивалент» [11], который имеет размерность массы (килограмм, тонна, килотонна, мегатонна), выраженную в количестве тротила (тринитротолуол).

Будем считать, что сила взрыва БЛА определяется силой удара о земную поверхность и массой вещества, являющегося источником взрыва. В качестве последнего выступают масса остатка авиационного топлива к моменту времени удара T и масса имеющейся боевой части БЛА.

Рассмотрим основные факторы последствий взрыва БЛА при его ударе о земную поверхность.

Ударная волна при взрыве БЛА

Основным поражающим действием при взрыве БЛА кроме разлета осколков (обломков) его конструкции является ударная (взрывная) волна. Для определения поражающего действия необходимо рассчитать избыточное давление взрыва [12], которое определяется как:

$$\Delta p = p - p_0, \quad (3.1.1)$$

где p – давление на фронте ударной волны; p_0 – давление невозмущенного воздуха (атмосферное давление). Здесь p и p_0 измеряются в килопаскалях (кПа).

На Рис. 3.1 представлены основные характеристики ударной волны.

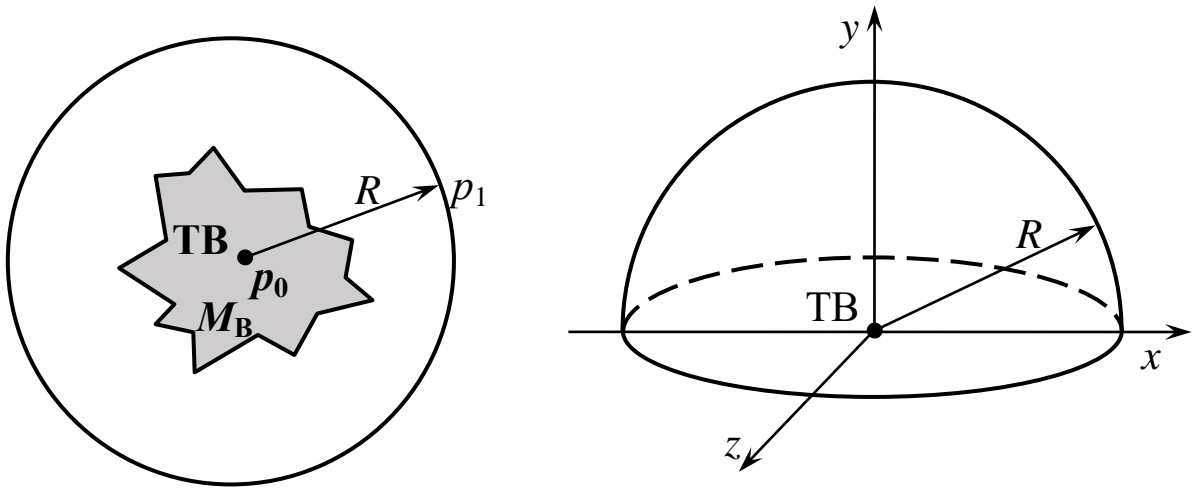


Рис. 3.1

На этом рисунке ТВ – точка взрыва; $M_{\text{в}}$ – масса взрывчатого вещества; R – текущее расстояние ударной волны от ТВ.

Предполагается, что движение фронта ударной волны на плоскости описывается окружностью с переменным радиусом R . В пространстве движение ее фронта представляется в местной системе координат ТВху z [2] полусферой с переменным радиусом R .

Величина Δp , которая является основным поражающим фактором при действии ударной волны, зависит от типа взрывчатого вещества, его массы, расстояния от центра (точки) взрыва и характера подстилающей поверхности.

Расчет величины избыточного давления Δp проводится в два этапа. На первом этапе находится приведенный радиус зоны взрыва по формуле [12]:

$$\bar{R} = \frac{R}{\sqrt[3]{2KMT_{\text{Э}}}}, \quad (3.1.2)$$

где R – расстояние от центра взрыва, м; M – масса заряда, кг; K – коэффициент, учитывающий характер подстилающей поверхности; $T_{\text{Э}}$ – тротильный эквивалент взрывчатого вещества.

В Табл. 3.1 приведены значения коэффициента K для разных видов материалов подстилающей поверхности [12].

Таблица 3.1

Материал подстилающей поверхности	Коэффициент K
Металл	1,00
Бетон	0,95
Дерево	0,80
Грунт	0,60

Тротиловый эквивалент $T_{\text{Э}}$, как было определено выше, – это отношение массы взрывчатого вещества к массе тротила, создающей одинаковое поражающее действие.

При $T_{\text{Э}} > 1$ взрывчатое вещество обладает более сильным разрушающим действием, чем тротил (на один килограмм взрывчатого вещества). При $T_{\text{Э}} = 1$ взрывчатое вещество имеет такую же разрушающую силу, как и тротил. При $T_{\text{Э}} < 1$ взрывчатое вещество будет производить меньшее разрушающее воздействие, чем тротил. В Табл. 3.2 приведены значения тротилового эквивалента для некоторых боевых взрывчатых веществ [12].

Таблица 3.2

Взрывчатое вещество	$T_{\text{Э}}$
Порох	0,66
Аммонал	0,99
Тротил	1,00
Тетрил	1,15
Гексоген	1,30
ТЭН	1,39
Тритонал	1,53

На втором этапе по рассчитанному по формуле (3.1.2) значению приведенного радиуса \bar{R} вычисляется величина избыточного давления Δp . При этом зависимости от величины \bar{R} используются разные формулы [12]. Для значений $\bar{R} \leq 6,2$ расчет избыточного давления взрыва проводится по эмпирической формуле:

$$\Delta p = \frac{7}{3} \left(\sqrt{1 + \bar{R}^3} - 1 \right)^{-1}. \quad (3.1.3)$$

Для значений $\bar{R} > 6,2$ расчетная эмпирическая формула для избыточного давления взрыва имеет вид:

$$\Delta p = \frac{70}{\bar{R}} \left(\sqrt{\lg \bar{R} - 0,332} \right)^{-1}. \quad (3.1.4)$$

Очевидно, что число 6,2 является граничным значением для аппроксимации использованных экспериментальных данных функциями (3.1.3) и (3.1.4).

Используя рассчитанные значения избыточного давления взрыва Δp , можно провести оценку степени разрушения, производимого взрывом. При оценке поражающего действия взрывчатого вещества выделяют четыре основные зоны разрушения объектов, характеристики которых приведены в Табл. 3.3 [12].

Таблица 3.3

Зона разрушения	Δp , кПа
Полное разрушение	Более 50
Сильные разрушения	30-50
Средние разрушения	20-30
Слабые разрушения	10-20

По приведенной ниже Табл. 3.4 определяется степень разрушения наземных сооружений. Так при избыточном давлении взрыва $\Delta p = 71,88$ кПа будет происходить полное разрушение остекления, перегородок, оконных рам, перекрытий, кирпичных и блочных стен, но разрушения железобетонных конструкций не произойдет [12].

Пример 3.1.

Пусть требуется определить поражающее действие при взрыве заряда тротила на открытом грунте массой 100 кг на расстоянии от здания $R = 2$ м.

Относительное значение \bar{R} по определим по формуле (3.1.2). Коэффициент K в этой формуле для открытого грунта находим по Табл. 3.1. Его значение равно 0,60. Тротиловый эквивалент для тротила $T_{\text{Э}} = 1$ (см. Табл. 3.2).

Относительное расстояние \bar{R} , вычисленное по формуле (3.1.2), будет равно:

$$\bar{R} = \frac{R}{\sqrt[3]{2KMT_{\text{Э}}}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2 \cdot 0,60 \cdot 100 \cdot 1}} = \frac{2}{\sqrt[3]{120}} = \frac{2}{4,93} = 0,406.$$

В связи с тем, что значение $\bar{R} < 6,2$, для расчета избыточного давления Δp будет использоваться формула (3.1.3):

$$\Delta p = \frac{7}{3} \left(\sqrt{1 + \bar{R}^3} - 1 \right)^{-1} = \frac{7}{3} \left(\sqrt{1 + 0,406^3} - 1 \right)^{-1} = 71,88 \text{ кПа.}$$

По Табл. 3.3 находим, что при взрыве 100 кг тротила образуется зона полного разрушения, последствия которого описаны выше.

Для оценки степени разрушения зданий и сооружений при конкретном взрыве можно использовать Табл. 3.4, в которой представлены предельные значения избыточного давления взрыва Δp , вызывающие различные степени разрушения [12].

Таблица 3.4

Δp , кПа	Разрушение	Δp , кПа	Разрушение	Δp , кПа	Разрушение
0,5-3,0	Частичное разрушение остекления	12	Разрушение перегородок оконных рам	30	Разрушение кирпичных и блочных стен
3-7	Полное разрушение остекления	15	Разрушение перекрытий	90	Разрушение железобетонных конструкций

Более подробная таблица разрушений содержится в работе [13]. Там же изложены сведения о физике различных видов взрывов и их последствиях. В частности, в этой работе содержатся более подробные сведения о возможных повреждениях при действии ударной волны.

В табл. 3.5 приведены более подробные данные из этой работы.

Таблица 3.5 (начало)

Δp , кПа	Характер повреждений
0,2	Разрушение стекол в окнах при больших площадях остекления
0,5	Громкий звук (>140 дБ), повреждения стекол; 5% разрушения стекол
2,1	Повреждение обшивки домов; разрушение до 10% оконных стекол
2,8	Незначительные повреждения конструкций зданий
4,0	Разрушение 90% зданий и сооружений, остекления, повреждение оконных рам
5,0	Средние повреждения конструкций зданий
7,2	Частичное разрушение домов до состояния, при котором проживание в них невозможно
8,5	Гофрированные стальные или алюминиевые панели ослабляются в креплении и подвергаются изгибу. Деревянные панели разрушаются
9,2	Стальные конструкции зданий искривляются
14,2	Частичное разрушение стен и кровли домов
21,4	Разрушаются неукрепленные стены из бетона и шлаковых блоков
16,4	Нижний предел серьезных повреждений конструкций
17,8	Разрушение 50% конструкций
21,4	Тяжелое оборудование в промышленных зданиях подвергается небольшим повреждениям
28,5	Разрушение бескаркасных сооружений, склепанных из стальных панелей. Разрушение временных хранилищ. Отрыв легких покрытий промышленных зданий
49	Почти полное разрушение домов

Таблица 3.5 (продолжение)

50	Перевертывание тяжелогруженных ж/д вагонов
57	Кирпичные стены толщиной 200-300 мм не укрепленные теряют прочность в результате сдвига или изгиба
64	Тяжелые грузовые железнодорожные вагоны полностью разрушаются
70	Разрушение более 75% внутренней кирпичной кладки зданий
71	Возможно общее разрушение зданий. Тяжелые (>3 т) машины и станки передвигаются и сильно повреждаются. Очень тяжелые (>5 т) машины и станки сохраняются
2000	Разрушения с образованием кратера

Методика определения границы зоны разрушений от действия ударной волны от взрыва БЛА при его ударе о земную поверхность приведена в Разд. 3.5.

Сила удара БЛА о земную поверхность

В связи с тем, что БЛА совершает пространственный неуправляемый полет, вектор силы его удара $F_{уд}$ о земную поверхность будет определяться компонентами $F_{x,уд}$, $F_{y,уд}$, $F_{z,уд}$ в стартовой системе координат $O_{ст}xyz$ [2].

Используя динамические уравнения (2.1.38) движения БЛА в процессе его падения, приведенные в Разд. 2.3 в момент времени $t = T$ и второй закон Ньютона в этот момент времени, запишем следующие выражения для расчета компонент вектора $F_{уд}$:

$$\begin{aligned}
 F_{x,уд} &= m\dot{V}(T) = \hat{P}(T) - X(\hat{\alpha}(T), V(T), y(T)) - mg \sin \theta(T); \\
 F_{y,уд} &= mV(T)\dot{\theta}(T) = \hat{P}(T)\hat{\alpha}(T) + \\
 &\quad + Y(\hat{\alpha}(T), V(T), y(T))\cos \hat{\gamma}(T) - mg \cos \theta(T); \quad (3.1.5) \\
 F_{z,уд} &= mV(T)\cos \theta(T)\dot{\Psi}(T) = (\hat{P}(T)\hat{\alpha}(T) + \\
 &\quad + Y(\hat{\alpha}(T), V(T), y(T))\sin \hat{\gamma}(T).
 \end{aligned}$$

В этих формулах $\hat{P}, \hat{\alpha}, \hat{\gamma}$ – значения компонент векторов «обрыва управления» множеств $U^{(+)}$ и $U^{(-)}$, использованных при моделировании неуправляемого движения БЛА; T – момент времени его столкновения с землей; $V(T), \theta(T), \Psi(T), y(T)$ – скорость, углы ориентации вектора скорости и высота БЛА в момент времени T ; $X(\hat{\alpha}(T), V(T), y(T)), Y(\hat{\alpha}(T), V(T), y(T))$ – соответственно сила лобового сопротивления и подъемная сила БЛА в момент времени T .

Отметим, что для вычисления $F_{x,уд}, F_{y,уд}, F_{z,уд}$ используются только правые части выражений (3.1.5).

Значение силы удара БЛА о земную поверхность (модуль вектора $F_{уд}$) определяется по классической формуле вида:

$$F_{уд} = \sqrt{F_{x,уд}^2 + F_{y,уд}^2 + F_{z,уд}^2}. \quad (3.1.6)$$

Пример 3.2.

Проведем расчет силы удара для значений $\hat{P}, \hat{\alpha}, \hat{\gamma}$ из вектора:

$$u_{33}^{(+)}(t) = (P^{(+)}(t), \alpha^{(+)}(t), \gamma^{(+)}(t)) \in U^{(+)},$$

где $P^{(+)}(t) = 1400$ Н, $\alpha^{(+)}(t) = 20$ град. и $\gamma^{(+)}(t) = 80$ град.

Будем использовать правые части системы динамических уравнений (3.1.5) и результаты моделирования неуправляемого движения БЛА при векторе $u_{33}^{(+)}(t)$, представленные в Табл. 2.18, из которой следует, что:

$$T = 300,150 \text{ с.}; \quad V(T) = 202,122396 \text{ м/с};$$

$$\theta(T) = -69,289 \text{ град}; \quad \Psi(T) = 137,3779 \text{ град};$$

$$x(T) = 19601 \text{ м}; \quad y(T) = 0,1434 \text{ м}; \quad z(T) = 35023 \text{ м}.$$

Используя эти данные и $m = 350$ кг, получаем по формулам (3.1.5) следующие значения компонент вектора $F_{уд}$:

$$F_{x,уд} = -5204,42 \text{ Н}; \quad F_{y,уд} = 9887,023 \text{ Н}; \quad F_{z,уд} = 62956,2226 \text{ Н}.$$

Значение силы удара БЛА о земную поверхность, согласно выражению (3.1.6), будет равно:

$$F_{\text{уд}} = 63940,0122 \text{ Н.}$$

На наш взгляд, значительная величина $F_{\text{уд}}$ объясняется большими значениями $V(T)$ и $\theta(T)$.

Сила взрыва БЛА

Определим остаток текущей массы $m_T(t)$ бортового запаса топлива БЛА в момент времени $t = T$ следующим образом:

$$m_T(T) = m_T(t_0) - C_{\text{сек}}(T - t_0), \quad (3.1.7)$$

где $m_T(t_0)$ – начальная масса бортового запаса топлива, залитого в баки БЛА в начальный момент времени $t = t_0$ его полета (кг); $C_{\text{сек}}$ – секундный расход топлива маршевого двигателя аппарата (кг/с).

Обозначим массу боевой части БЛА как $m_{\text{бч}}$. Тогда массу источника взрыва на борту БЛА можно определить по формуле:

$$M_{\text{ив}} = \begin{cases} m_T(T) - \text{для гражданских БЛА и БЛА} \\ \text{неударного типа военного назначения} \\ m_T(T) + m_{\text{бч}} - \text{для ударных БЛА военного} \\ \text{назначения.} \end{cases} \quad (3.1.8)$$

Массу $M_{\text{ив}}$ действующего при взрыве вещества с учетом вида поверхности падения БЛА и тротилового эквивалента вычислим следующим образом:

$$M_{\text{взр}} = KT_{\text{э}}M_{\text{ив}}. \quad (3.1.9)$$

Будем считать, что сила взрыва, измеренная в ньютонах, определяется как:

$$F_{\text{взр}} = M_{\text{взр}}g = KT_{\text{э}}M_{\text{ив}}g, \quad (3.1.10)$$

где g – ускорение свободного падения.

Также будем считать, что эта сила действует как импульс со значением $F_{\text{взр}}$ в момент времени $t = T$. Для его описания

будем применять непрерывную экспоненциальную аппроксимацию изменения скорости, использованную в работе [8] для описания процесса разгона и торможения БЛА многороторного типа. В рассматриваемом случае такая аппроксимация будет иметь вид:

$$\Phi(t) = F_{\text{взр}} e^{-\frac{(t-T)^2}{\sigma}}, \quad (3.1.11)$$

где $F_{\text{взр}}$ вычисляется по формуле (3.1.10), T – момент удара БЛА о земную поверхность, σ – параметр, описывающий размах импульса.

График функции (3.1.11) представлен на Рис. 3.2.

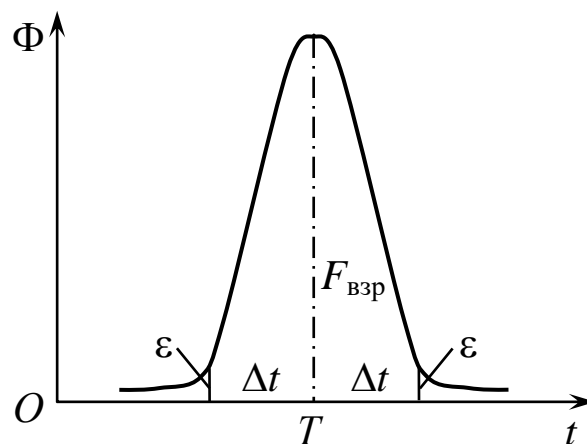


Рис. 3.2

Функция $\Phi(t)$ за счет своего вида имеет следующее свойство:

$$\lim_{t \rightarrow \pm\infty} \Phi(t) = 0.$$

Введем в рассмотрение величину $2\Delta t$, описывающую общую длительность действия импульса силы взрыва, где Δt достаточно малая величина. Эту величину выберем такой, чтобы в моменты времени $T \pm \Delta t$ выполнялись условия:

$$\begin{aligned} \Phi(T + \Delta t) &= \varepsilon; \\ \Phi(T - \Delta t) &= \varepsilon, \end{aligned} \quad (3.1.12)$$

где ε – достаточно малая величина порядка 10^{-4} .

В связи с симметричностью функции $\Phi(t)$ рассмотрим первое условие из состава выражений (3.1.12) и конкретизируем его с использованием формулы (3.1.11) при $t = T + \Delta t$ следующим образом:

$$F_{\text{взр}} e^{-\frac{(T+\Delta t-T)^2}{\sigma}} = \varepsilon.$$

Проводя несложные преобразования, имеем:

$$e^{-\frac{\Delta t^2}{\sigma}} = \frac{\varepsilon}{F_{\text{взр}}}. \quad (3.1.13)$$

Сформируем из этого уравнения выражение для расчета параметра σ , входящего при заданных значениях Δt и ε в аппроксимацию импульса взрыва (3.1.11).

Прологарифмируем обе части выражения (3.1.13):

$$-\frac{\Delta t^2}{\sigma} = \ln\left(\frac{\varepsilon}{F_{\text{взр}}}\right) = \ln \varepsilon - \ln F_{\text{взр}}.$$

Умножая обе части этого выражения на (-1) , имеем, что:

$$\frac{\Delta t^2}{\sigma} = \ln\left(\frac{F_{\text{взр}}}{\varepsilon}\right) = \ln F_{\text{взр}} - \ln \varepsilon = \ln\left(\frac{F_{\text{взр}}}{\varepsilon}\right).$$

Откуда получаем расчетную формулу для определения параметра σ вида:

$$\sigma = \frac{\Delta t^2}{\ln\left(\frac{F_{\text{взр}}}{\varepsilon}\right)}. \quad (3.1.14)$$

Пример 3.3.

Определим силу взрыва $F_{\text{взр}}$ при следующих исходных данных, входящих в выражение (3.1.8):

$$m_T(T) = 30 \text{ кг}; \quad m_{\text{бч}} = 50 \text{ кг}.$$

В формуле (3.1.9) аргументы выбраны для бетона (Табл. 3.1) и тротила (Табл. 3.2), то есть $K = 0,95$ и $T_0 = 1$. Тогда получаем, что:

$$M_{\text{взр}} = 76 \text{ кг.}$$

Из формулы (3.1.10) имеем следующее значение силы взрыва:

$$F_{\text{взр}} = 745,56 \text{ Н.}$$

Построим аппроксимацию $\Phi(t)$ импульса силы взрыва $F_{\text{взр}}$ при следующих исходных данных

$$T = 300,15 \text{ с; } F_{\text{взр}} = 745,56 \text{ Н;}$$

$$\Delta t = 0,01 \text{ с; } \varepsilon = 0,001 \text{ Н.}$$

Подставляя эти данные в формулу (3.1.14), имеем, что:

$$\sigma = 7,3954 \cdot 10^{-6} \text{ с}^2.$$

На Рис. 3.3 представлены виды функции

$$\Phi(t) = 745,56 e^{-\frac{(t-300,15)^2}{7,3954 \cdot 10^{-6}}}$$

при $t \in [299,85; 300,45]$ и $t \in [300,14; 300,16]$ с., которые подтверждают импульсный и экспоненциальный характер аппроксимации силы взрыва.

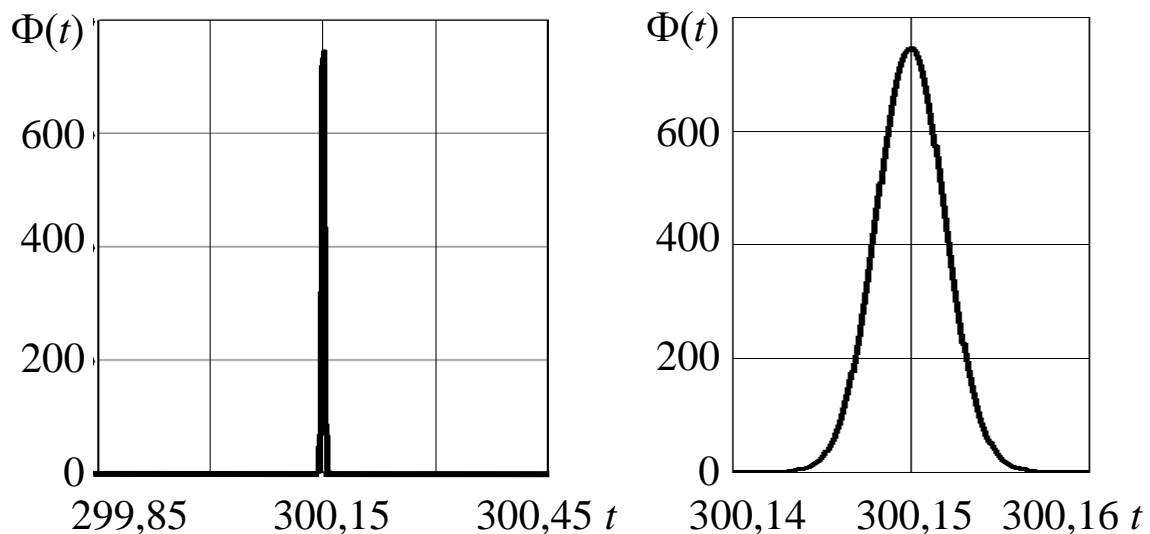


Рис. 3.3

Отметим, что такая аппроксимация будет использована при моделировании разлета обломков (осколков) БЛА после его взрыва.

3.2. Математическая модель движения обломка (осколка) при взрыве БЛА в момент удара о земную поверхность

Рассмотрим некоторый обломок (осколок) конструкции и оборудования БЛА, образовавшийся при его взрыве от удара аппарата о земную поверхность, в момент времени $t = T$.

Движение обломка (осколка) массой μ в воздухе происходит под действием импульса силы взрыва $\Phi(t)$, описываемым выражениями (3.1.4), (3.1.11) и (3.1.14).

Будем считать, что в процессе движения на него действуют сила тяжести $G = \mu g$ обломка (осколка), сила лобового сопротивления X , подъемная сила Y и боковая сила Z , которые описываются известными из динамики полета [1] соотношениями:

$$\begin{aligned} X &= 0,5c_x\rho_0v^2S_1; \\ Y &= 0,5c_y\rho_0v^2S_2; \\ Z &= 0,5c_z\rho_0v^2S_3. \end{aligned} \tag{3.2.1}$$

где c_x, c_y, c_z – аэродинамические коэффициенты соответствующих сил; $\rho_0 = 1,125$ (кг/м³) – плотность воздуха у наземной поверхности; v – скорость движения осколка (м/с); S_1, S_2, S_3 – площади в соответствующих сечений обломка (осколка) (м²).

Процесс полета обломка (осколка) будем описывать в моменты времени $t \geq T$ фазовым вектором $(v(t), \vartheta(t), \psi(t), x(t), y(t), z(t))$ в связанной с ним системе координат и стартовой системе координат, представленных на Рис. 3.4.

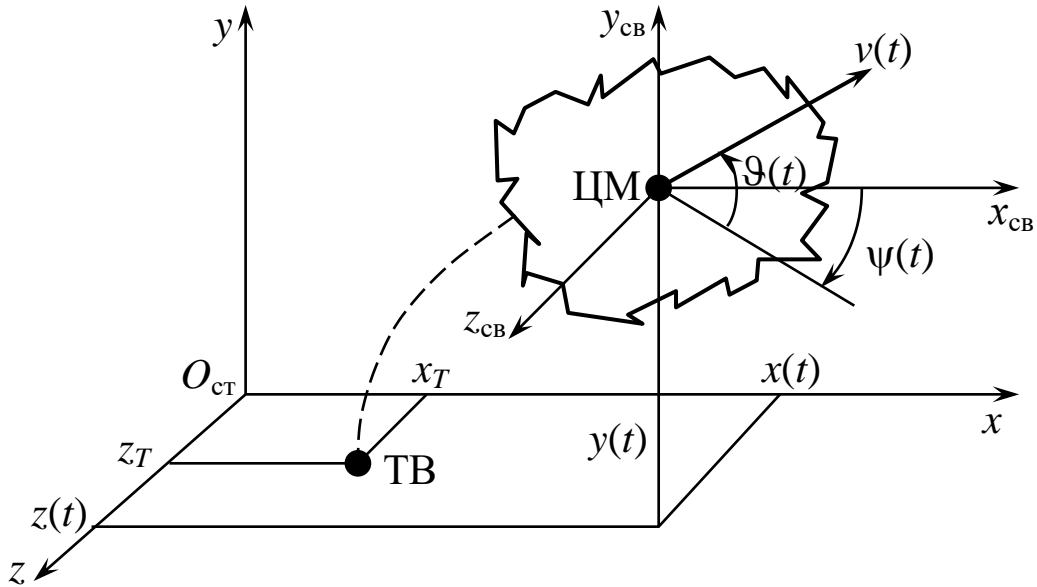


Рис. 3.4

На этом рисунке ТВ – точка взрыва; ЦМ – центр масс обломка (осколка); $v(t)$ – текущее значение его скорости; $\vartheta(t)$ – угол наклона вектора скорости к земной поверхности; $\psi(t)$ – угол поворота этого вектора, определяющий угол курса при движении обломка (осколка); $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ – текущие координаты его ЦМ; x_T , z_T – координаты точки взрыва аппарата в момент времени $t = T$.

Математическую модель полета обломка (осколка) представим как модель движения материальной точки массы μ под действием сил $\Phi(t)$, $X(t)$, $Y(t)$, $Z(t)$, $G = \mu g$ при $t \geq T$.

Используя подход к построению модели (2.1.38), (2.1.39) управляемого движения БЛА (см. Разд. 2.1), запишем формируемую модель в виде следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{v}(t) &= \frac{\Phi(t) - 0,5c_x \rho_0 v^2(t) S_1}{\mu} - g \sin \vartheta(t); \\ \dot{\vartheta}(t) &= \frac{\Phi(t) + 0,5c_y \rho_0 v^2(t) S_2}{\mu v(t)} - \frac{g}{v(t)} \cos \vartheta(t); \\ \dot{\psi}(t) &= \frac{\Phi(t) - 0,5c_z \rho_0 v^2(t) S_3}{\mu v(t) \cos \vartheta(t)}; \end{aligned} \quad (3.2.2)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= v(t) \cos \vartheta(t) \cos \psi(t); \\ \dot{y}(t) &= v(t) \sin \vartheta(t); \\ \dot{z}(t) &= v(t) \cos \vartheta(t) \sin \psi(t). \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

Отметим, что в динамических уравнениях (3.2.2) роль импульсного управления выполняет функция $\Phi(t)$, которая воздействует на фазовые координаты $v(t)$, $\vartheta(t)$ и $\psi(t)$. Интегрирование системы уравнений (3.2.2), (3.2.3) осуществляется при начальных условиях вида:

$$\begin{aligned} v(T) &= v_H; \quad \vartheta(T) = \vartheta_H; \quad \psi(T) = \psi_H; \\ x(T) &= x_T; \quad y(T) = 0; \quad z(T) = z_T. \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

где v_H , ϑ_H , ψ_H – назначаемые в соответствующих вычислительных экспериментах значения скорости и углов, определяющие начальное направление движения обломка (осколка).

Остальные правые части этих условий определяются из решения соответствующей задачи моделирования неуправляемого движения БЛА, рассмотренного в Разд. 2.2.

На Рис. 3.5 приведены пояснения к площадям S_1 , S_2 , S_3 сечений обломка (осколка) БЛА, входящим в выражение (3.2.1).

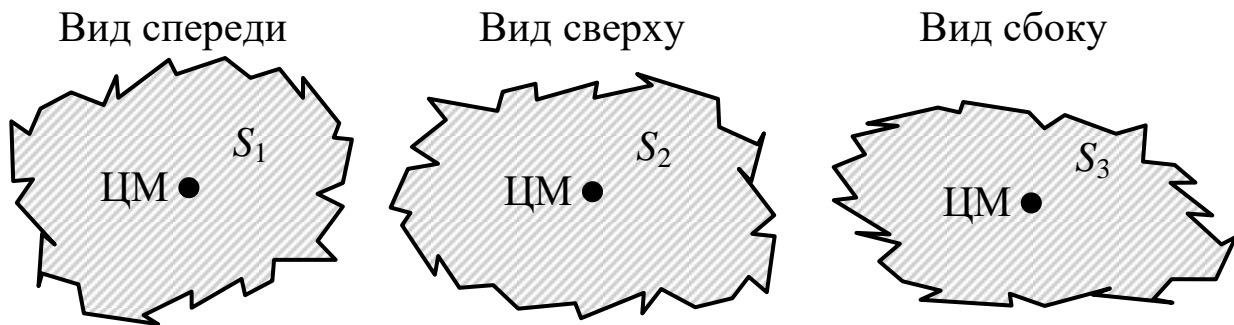


Рис. 3.5

Численное решение задачи (3.2.1)-(3.2.4) продолжается до момента времени $t = T^*$, удовлетворяющего условию:

$$y(T^*) \cong 0. \quad (3.2.5)$$

Это условие соответствует ситуации падения рассматриваемого обломка (осколка) БЛА на земную поверхность. При

этом компоненты силы его удара о земную поверхность могут быть вычислены по формулам:

$$f_{x,\text{уд}} = \mu \dot{v}(T^*) = -0,5c_x \rho_0 v^2(T^*) S_1 - \mu g \sin \vartheta(T^*);$$

$$f_{y,\text{уд}} = \mu v(T^*) \dot{\vartheta}(T^*) = +0,5c_y \rho_0 v^2(T^*) S_2 - \mu g \cos \vartheta(T^*);$$

$$f_{z,\text{уд}} = \mu v(T^*) \cos \vartheta(T^*) \dot{\psi}(T^*) = -0,5c_z \rho_0 v^2(T^*) S_3.$$

Значение силы удара обломка (осколка) о земную поверхность вычисляется как:

$$f_{\text{уд}} = \sqrt{f_{x,\text{уд}}^2 + f_{y,\text{уд}}^2 + f_{z,\text{уд}}^2}.$$

Дальность полета обломка (осколка) БЛА, вычисляется из выражения вида:

$$L = \sqrt{(x_T - x(T^*))^2 + (z_T - z(T^*))^2}. \quad (3.2.6)$$

Время движения обломка (осколка) БЛА будет равно:

$$\Theta = T^* - T. \quad (3.2.7)$$

Отметим, что в выражениях (3.2.5) и (3.2.6) используются результаты интегрирования кинематических уравнений (3.2.3) при $t = T^*$.

Пример 3.4.

Будем считать, что неуправляемое движение БЛА, приводящее к его удару о земную поверхность, осуществляется с использованием вектора $u_{33}^{(+)}(t)$.

Сформируем, применяя Табл. 2.17, параметры движения БЛА в момент удара о землю.

Момент времени удара БЛА о земную поверхность:

$$T = 335,975 \text{ с.}$$

Скорость БЛА в момент удара:

$$V_T = 111,882 \text{ м/с.}$$

Углы траектории движения БЛА:

$$\theta_T = -18,897 \text{ град; } \psi_T = 1516,318 \text{ град.}$$

Координаты точки падения БЛА:

$$x_T = 19184 \text{ м}; \quad y_T = 0,0072 \approx 0 \text{ м}; \quad z_T = 33453 \text{ м}.$$

Аппроксимация импульса силы взрыва (3.1.11) при $\Delta t = 0,01 \text{ с}$, $\varepsilon = 0,001 \text{ с}$ с привлечением формулы (3.1.14) и полученного в Примере 3.3 значения силы $F_{\text{взр}}$ записывается следующим образом:

$$\Phi(t) = F_{\text{взр}} e^{-\frac{(t-T)^2}{\sigma}} = 745,56 e^{-\frac{(t-300,15)^2}{7,3954 \cdot 10^{-6}}}.$$

Зададим аэродинамические, геометрические и массовую характеристики обломка (осколка) БЛА.

Следуя работе [9], аэродинамические коэффициенты обломков (осколков) самолета, использованные при моделировании их движения, имеют следующие средние значения:

$$c_x = 0,5-1,0; \quad c_y = 0,0-0,7; \quad c_z = 0,0-0,3.$$

В данном примере будем использовать значения этих коэффициентов, лежащих в указанных интервалах.

Будем считать, что рассматриваемый в данном примере обломок является частью крыла БЛА с общей площадью $S = 1,4 \text{ м}^2$.

Зададимся следующими площадями его поперечных сечений, представленных в общем случае на Рис. 3.5.

$$S_1 = 0,075 \text{ м}^2; \quad S_2 = 0,2 \text{ м}^2; \quad S_3 = 0,055 \text{ м}^2.$$

Примем, что масса обломка крыла будет равна:

$$\mu = 8 \text{ кг}.$$

Аэродинамические коэффициенты обломка имеют следующие значения:

$$c_x = 0,75; \quad c_x = 0,7; \quad c_z = 0,2.$$

Правые части выражений (3.2.4) зададим в следующем виде:

$$\begin{aligned} v_T &= 250 \text{ м/с}; & \vartheta_T &= 30 \text{ град}; & \psi_T &= 60 \text{ град}; \\ x_T &= 19184 \text{ м}; & y_T &= 0 \text{ м}; & z_T &= 33453 \text{ м}. \end{aligned}$$

Отметим, что в первых трех начальных условиях использованы назначаемые значения.

Интегрируя численно систему уравнений (3.2.2), (3.2.3) с достаточно малым шагом для определения с помощью условия (3.2.5) значения момента времени T^* , получим результаты, представленные в Табл. 3.6.

Таблица 3.6

t, c	$v, м/с$	$\vartheta, град$	$\psi, град$	$x, м$	$y, м$	$z, м$
335,975	250	30	60	19184	0	33453
336,575	148,442	99,963	34,448	19208	97,585	33492
337,175	103,864	147,074	42,473	19178	157,841	33466
337,775	80,895	184,230	45,256	19141	171,339	33430
338,375	68,680	215,759	47,578	19112	156,350	33400
338,975	62,170	243,048	50,590	19095	126,930	33382
339,575	58,460	266,635	59,599	19090	92,303	33374
340,175	55,840	286,950	64,032	19091	58,471	33378
340,775	53,401	304,388	60,257	19098	29,082	33390
341,375	50,744	319,259	57,979	19109	5,904	33408
341,563	49,847	323,426	138,633	19291	0	33402

Графики изменения фазовых координат $v(t)$, $\vartheta(t)$, $\psi(t)$, $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ движения рассматриваемого обломка при $t \in [T, T^*)$ представлены на Рис. 3.6.

Из полученных результатов следует, что:

$$T^* = 341,563 \text{ с}; \quad v(T^*) = 49,8469 \text{ м/с};$$

$$\vartheta(T^*) = 323,4255 \text{ град}; \quad \psi(T^*) = 138,6332 \text{ град};$$

$$x(T^*) = 19290,8312 \text{ м}; \quad y(T^*) = 0 \text{ м}; \quad z(T^*) = 33401,5839 \text{ м}.$$

Дальность полета рассматриваемого обломка, вычисленная по формуле (3.2.6), будет равна:

$$L = 118,5602 \text{ м}.$$

Из выражения (3.2.7) следует, что время его полета принимает следующее значение:

$$\Theta = 5,588 \text{ с}.$$

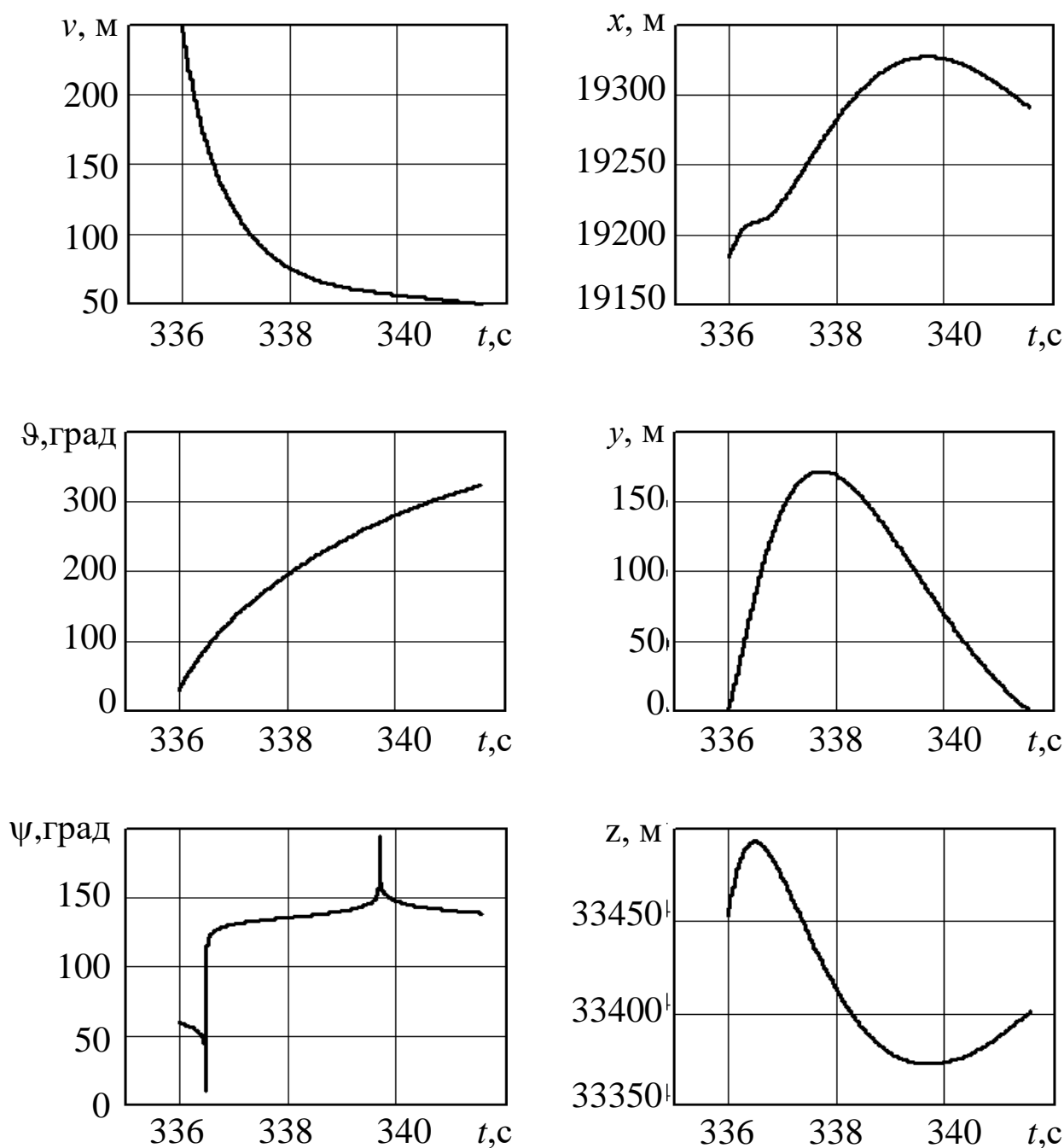


Рис. 3.6

Отметим, что вычисленный эксперимент при $v_H = 250$ м/с показал явное действие импульса силы взрыва $\Phi(t)$ в окрестности момента времени T .

Выполняя все указанные выше действия для осколка (обломка) БЛА с характеристиками $\mu = 1$ кг, $S_1 = 0,0055$ м², $S_2 = 0,025$ м², $S_3 = 0,0075$ м² и $c_x = 0,1$, $c_y = 0,063$, $c_z = 0,0125$, получаем результаты, представленные на Рис. 3.7.

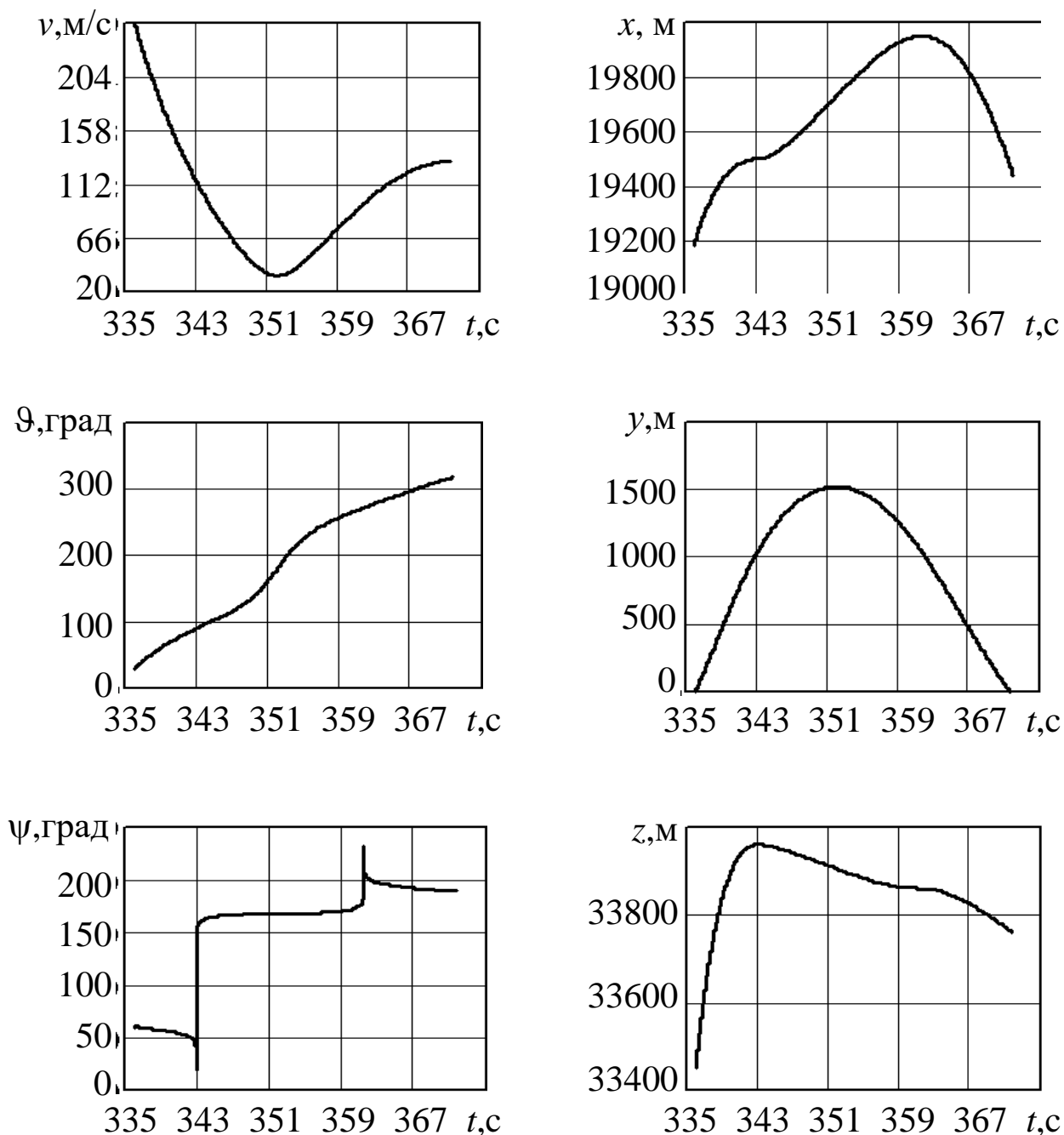


Рис. 3.7

Из числовых результатов проведенного эксперимента следует, что:

$$\begin{aligned}
 T^* &= 371,7143 \text{ с}; & v(T^*) &= 132,4924 \text{ м/с}; \\
 \vartheta(T^*) &= 318,106145 \text{ град}; & \psi(T^*) &= 188.3975 \text{ град}; \\
 x(T^*) &= 19438,6732 \text{ м}; & y(T^*) &= 0 \text{ м}; & z(T^*) &= 33760,9736 \text{ м}; \\
 L &= 399,6326 \text{ м}; & \Theta &= 35,7393 \text{ с}.
 \end{aligned}$$

Для массивного обломка БЛА массой $\mu = 40$ кг графические результаты моделирования его движения при $S_1 = 0,28 \text{ м}^2$; $S_2 = 0,5 \text{ м}^2$; $S_3 = 0,028 \text{ м}^2$ и $c_x = 1,5$, $c_y = 0,7$, $c_z = 0,3$ представлены на Рис. 3.8.

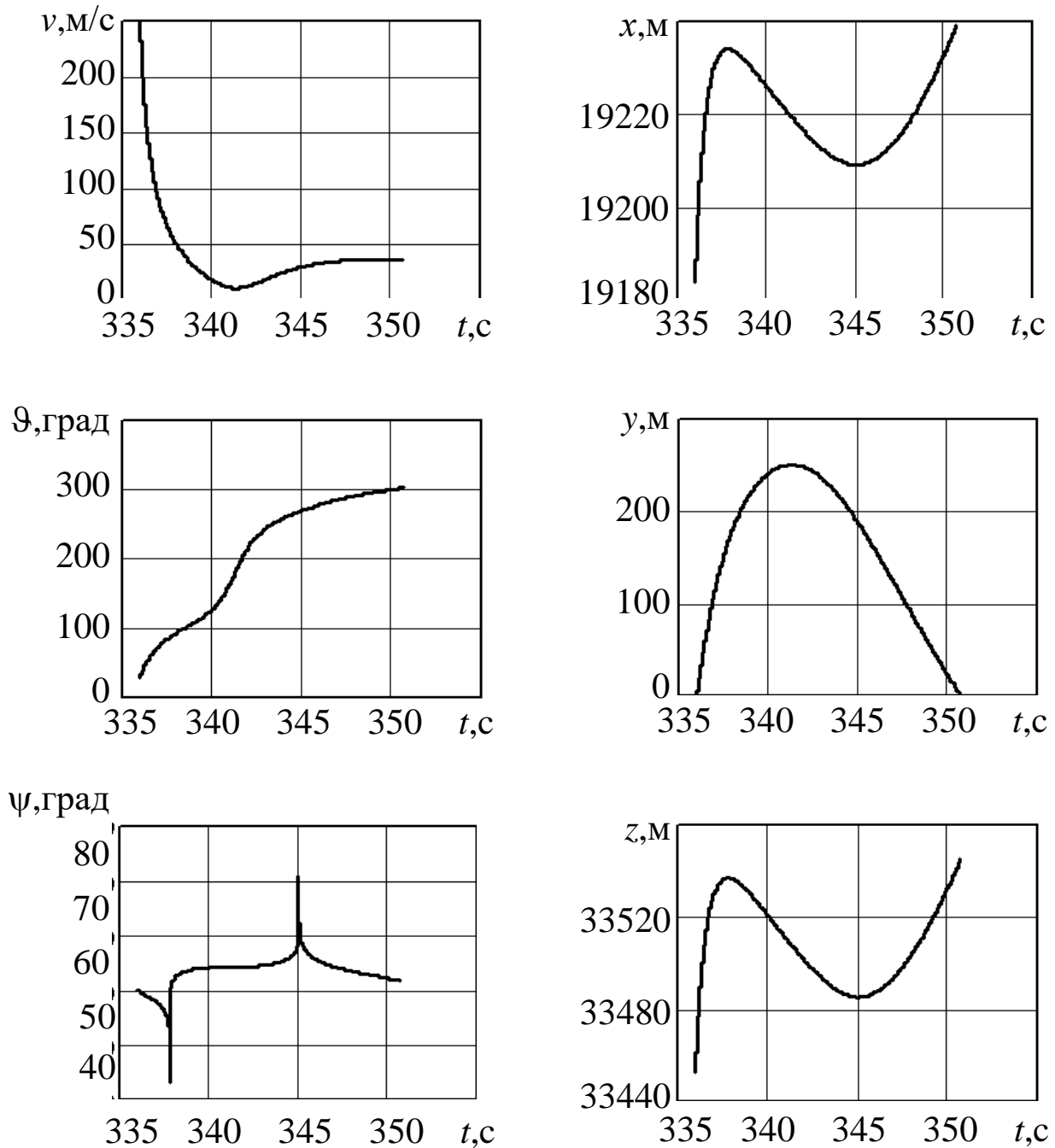


Рис. 3.8

Из численных расчетов следует, что:

$$T^* = 350,7439 \text{ с}; \quad v(T^*) = 36,4554 \text{ м/с};$$

$$\vartheta(T^*) = 302,6028 \text{ град}; \quad \psi(T^*) = 61,8683 \text{ град};$$

$$x(T^*) = 19239,3009 \text{ м}; \quad y(T^*) = 0 \text{ м}; \quad z(T^*) = 33544,8902 \text{ м};$$

$$L = 107,2474 \text{ м}; \quad \Theta = 14,76888 \text{ с}.$$

Из полученных результатов следует, что обломок поднялся почти до 250 м. и упал практически вертикально на землю.

Если последовательно изменять начальный угол ψ_n поворота траектории (курса) движения обломка массой μ в пределах от 0 град. до 360 град., то граница его падения на земную поверхность описывается уравнением окружности с центром в точке (x_T, z_T) радиуса L :

$$(x - x_T)^2 + (z - z_T)^2 = L^2.$$

На Рис. 3.9 показаны эти границы для использованных в данном примере значений массы μ обломков БЛА.

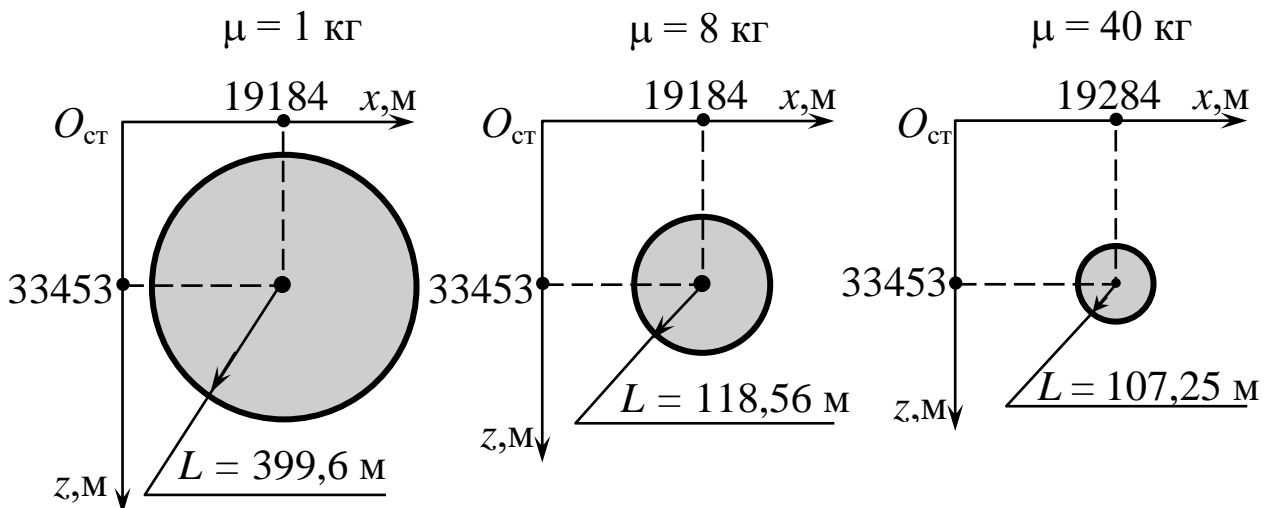


Рис. 3.9

Если изменять начальный угол наклона ϑ_n траектории движения обломка в пределах от 0 град. до 180 град., то она будет находиться в полусфере, описываемой уравнением:

$$(x - x_T)^2 + (y - y_T)^2 + (z - z_T)^2 = L^2.$$

3.3. Определение зон поражения окружающей среды от обломков (осколков) при взрыве БЛА на земной поверхности

Будем считать, что в зону поражения окружающей среды входят люди, здания и сооружения жилой и промышленной застройки. Источниками их поражения являются обломки (осколки) конструкции БЛА и ударная волна, образующаяся при взрыве оставшегося на борту топлива и боевой части аппарата. Если предположить, что при взрыве происходит разрушение БЛА, имеющего конструкцию массой m_k , то количество обломков (осколков) массы μ_i приближенно можно определить как:

$$N_i = \frac{m_k}{\mu_i}. \quad (3.3.1)$$

При этом должно выполняться условие:

$$\sum_i \mu_i = m_k. \quad (3.3.2)$$

В примере 3.3 величины (3.3.1) для $m_k = 360$ кг и $\mu_1 = 1$ кг, $\mu_2 = 8$ кг, $\mu_3 = 40$ кг будут равны:

$$N_1 = 360 \text{ ед.}; \quad N_2 = 45 \text{ ед.}; \quad N_3 = 9 \text{ ед.}$$

Отметим, что проблема применения зависимостей (3.3.1) и (3.3.2) состоит в том, что значения величин μ_i трудно прогнозируемы. На это указывают работы [9, 14], в которых размеры обломков (осколков) конструкции (корпуса) реализовались от кубиков со сторонами 5-10 мм [9] до половинок корпуса мины [14]. В связи с этим определим зону разлета осколков БЛА, как круг, в котором они будут наиболее опасными для человека.

В работе [14] считается, что такие осколки имеют массу от 2 до 5 грамм, что соответствует массе пуль различных калибров. Указанные осколки могут привести к гибели и тяже-

лым ранениям людей, тогда как осколки (обломки) порядка одного килограмма только к их увечьям.

Рассмотрим моделирование движения такого «опасного» для человека осколка БЛА и определение радиуса разлета таких элементов конструкции аппарата.

Пример 3.5.

Будем использовать для моделирования исходные данные из предыдущего примера со следующими корректировками:

$$\mu = 0,5(2 + 5) \text{ гр.} = 3,5 \text{ гр} = 0,0035 \text{ кг};$$

$$S_1 = S_2 = S_3 = 0,0003 \text{ м}^2.$$

Указанные площади соответствуют осколку, форма которого аппроксимируется шариком с «рваной» поверхностью радиуса 0,009772 м. Отметим, что в работе [9] мелкие осколки аппроксимируются кубиками 1×1×1 см.

Будем считать, что аэродинамические коэффициенты рассматриваемого осколка будут иметь следующие значения:

$$c_x = c_y = c_z = 0,015.$$

Интегрируя систему уравнений (3.2.2), (3.2.3) при начальных условиях предыдущего примера на интервале времени $[T, T^*]$, где момент времени T^* определяется из условия:

$$y(T^*) \cong 0,$$

получаем результаты моделирования, которые в графической форме представлены на Рис. 3.10.

Из численных результатов интегрирования следует, что:

$$T^* = 353,7248 \text{ с};$$

$$v(T^*) = 112,5908 \text{ м/с}; \quad \vartheta(T^*) = 277,9295 \text{ град.};$$

$$\psi(T^*) = -7851,40125 \text{ град.}; \quad x(T^*) = 17735,2996 \text{ м};$$

$$y(T^*) = 0 \text{ м}; \quad z(T^*) = 33063,6674 \text{ м}.$$

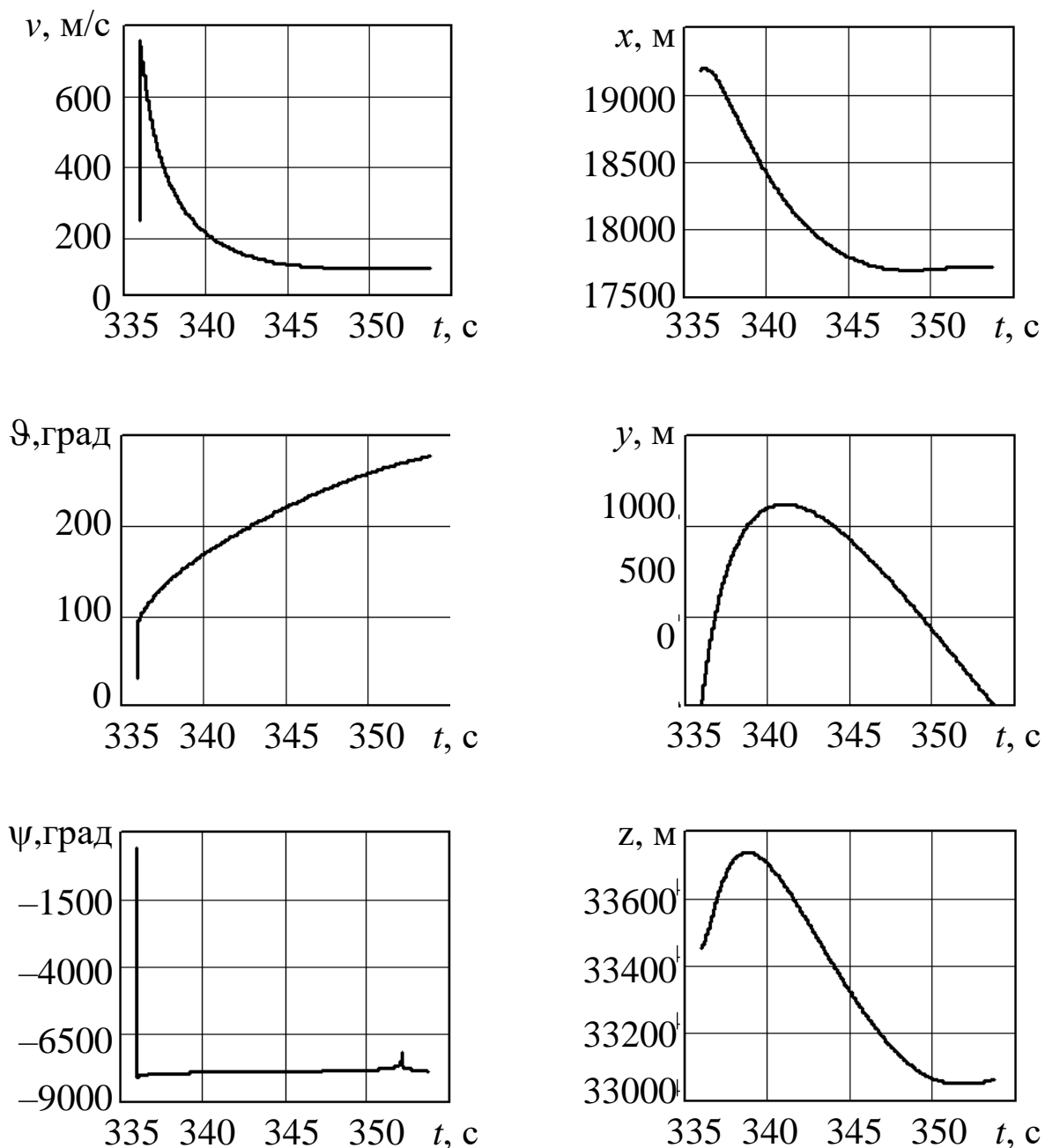


Рис. 3.10

Согласно приведенным графикам изменения углов $\vartheta(t)$, $\psi(t)$ и координат $x(t)$, $z(t)$ осколок за счет высокой скорости $v(t)$ осуществил обратный полет по оси x по отношению к начальной координате $x(T) = 19184$ м, где $T = 335,975$ с.

Общие показатели процесса движения рассматриваемого осколка имеют следующие значения:

$$L = \sqrt{(x(T^*) - x(T))^2 + (z(T^*) - z(T))^2} = 1512,827 \text{ м};$$

$$\Theta = T^* - T = 17,7498 \text{ с}.$$

Такие результаты объясняются значительной скоростью $v(t)$ осколка, обусловленной действием импульса взрыва $\Phi(t)$.

Заметим, что величина L , определяющая радиус разлета «опасных» осколков, превышают значения, которые задают радиусы разлета обломков с массами 1, 8, 40 кг, рассмотренными в предыдущем примере.

На Рис. 3.11 представлена «опасная» зона мелких осколков, которая включает в себя зоны разлета более крупных обломков (осколков), приведенных на Рис. 3.9.

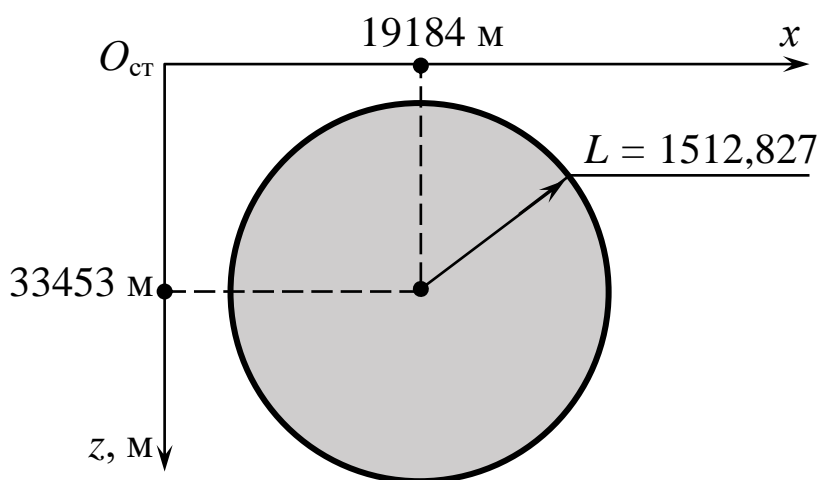


Рис. 3.11

В работе [14] приводится без вывода следующая формула расчета радиуса разлета осколков:

$$R = \sqrt{\frac{S_{ц} M_m}{4\pi K m}}, \quad (3.3.3)$$

где R – радиус зоны поражения цели; $S_{ц}$ – площадь цели; M_m – масса взрывчатого устройства (мины); K – коэффициент поражения, принимающий следующие значения: 0,7 (полное поражение), 0,5 (эффективное поражение), 0,2 (обычное поражение); m – масса осколка.

В этой работе в качестве цели выступает стоящий лицом к точке взрыва человек с $S_{ц} = 1,08 \text{ м}^2$ и с массой $m = (2-5) \text{ гр}$.

Пример 3.6.

Пусть $M_m = 76$ кг, $S_{ц} = 1,08$ м², $m = 3,5$ гр. = 0,0035 кг, $K = 0,2$.

Используя формулу (3.3.3), получаем значительно меньшее значение:

$$R = \sqrt{\frac{1,08 \cdot 76}{4 \cdot 3,14 \cdot 0,2 \cdot 0,0035}} = 96,622 \text{ м.}$$

При расстоянии $r > R$ в этой работе предполагается, что человек будет находиться в зоне безопасности.

На наш взгляд, основным недостатком приведенной формулы является малое значение радиуса разлета осколков при отсутствии метода ее получения.

3.4. Теоретический и экспериментальный методы оценки поражающих характеристик обломков (осколков) при взрыве БЛА

Процесс формирования обломков (осколков) взорвавшегося объекта зависит от значительного числа факторов, что делает невозможным его четкую формализацию и проведение на ее основе соответствующих априорных расчетов. Поэтому для оценки характеристик обломком (осколков) конструкции БЛА, которые образуются при его взрыве в результате удара о земную поверхность, предлагается использовать теоретико-вероятностный и экспериментальный подходы.

Опишем основные положения этих подходов.

При использовании первого подхода предполагается, что каждый осколок (обломок) БЛА при его полете вращается вокруг своего центра масс (ЦМ) случайным образом. Это означает, что введенные в Разд. 3.3 углы наклона ϑ и поворота ψ траектории каждого обломка (осколка) являются случайными величинами.

Рассмотрим теоретико-вероятностный метод определения оценок общих геометрических характеристик обломков (осколков) БЛА, используя и преобразуя результаты работы [7], описывающие последствия взрыва снаряда на некоторой высоте от земли.

Геометрические характеристики осколка оцениваются в этой работе с помощью пробоя в плоском экране E , установленном перпендикулярно траектории его движения на расстоянии, меньшем, чем радиус зоны разлета осколков.

Пусть обломок (осколок) БЛА представляется линейным объектом длиной l , например, элементом трубопровода топливной системы аппарата.

На Рис. 3.12 представлены углы ϑ и ψ , описывающие вращательное движение отрезка длиной l в пространстве и его проекция на плоскость E .

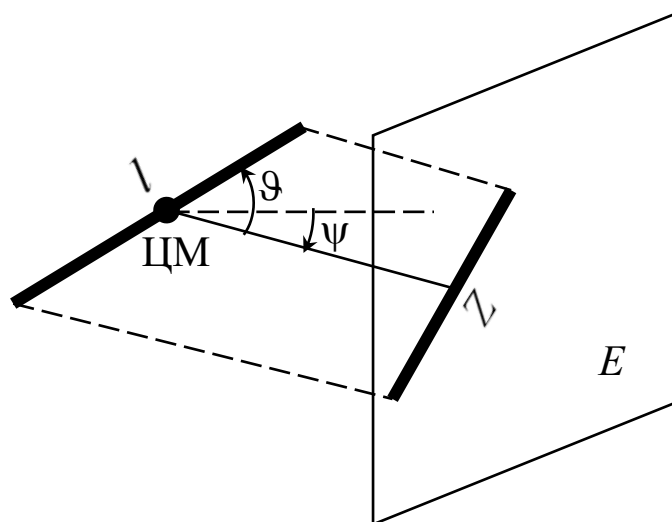


Рис. 3.12

За счет случайности углов ϑ и ψ положение отрезка l в пространстве будет случайным.

Будем считать, что реализации этих величин лежат в следующих интервалах:

$$0 \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{2}; \quad 0 \leq \psi \leq 2\pi. \quad (3.4.1)$$

Также считается, что параметры ϑ и ψ являются равномерно распределенными независимыми случайными величинами, каждая из которых вследствие выражений (3.4.1) описывается плотностями вероятности [7]:

$$f_1(\vartheta) = \frac{1}{\frac{\pi}{2} - 0} = \frac{2}{\pi}; \quad f_2(\psi) = \frac{1}{2\pi - 0} = \frac{1}{2\pi}. \quad (3.4.2)$$

Совместная плотность вероятности $f(\vartheta, \psi)$ случайного вектора (ϑ, ψ) будет равна произведению плотностей вероятности $f_1(\vartheta)$ и $f_2(\psi)$ [7]. Тогда с использованием выражений (3.4.2) имеем:

$$f(\vartheta, \psi) = f_1(\vartheta) \cdot f_2(\psi) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{2\pi} = \frac{1}{\pi^2}. \quad (3.4.3)$$

Проекция отрезка l на экран E будет функцией случайного аргумента ϑ , которая описывается выражением [7]:

$$Z = l \sin \vartheta. \quad (3.4.4)$$

Математическое ожидание случайной величины Z определяется по формуле вида [7]:

$$m_Z \cdot M[Z] = \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} l \sin \vartheta \cdot f(\vartheta, \psi) d\vartheta d\psi.$$

Используя выражение (3.4.3) и переставляя порядок интегрирования, получаем после интегрирования следующий результат:

$$m_Z = \frac{l}{\pi^2} \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{\pi/2} \sin \vartheta d\vartheta = 0,6366 l. \quad (3.4.5)$$

Таким образом, средняя длина пробойны от осколка в экране E будет равна:

$$l_{\text{cp}} = 0,6366l.$$

Будем считать, что осколок (обломок) в виде плоской фигуры площадью S беспорядочно вращается в пространстве. Это означает, что все углы ориентации этой фигуры одинаково вероятны. Примерами такого вида обломков (осколков) при взрывах БЛА являются фрагменты обшивки фюзеляжа, корпусов блоков бортовой аппаратуры: печатные платы и т.п.

Определим среднюю площадь проекции рассматриваемой фигуры на неподвижную плоскость экрана E (Рис. 3.13).

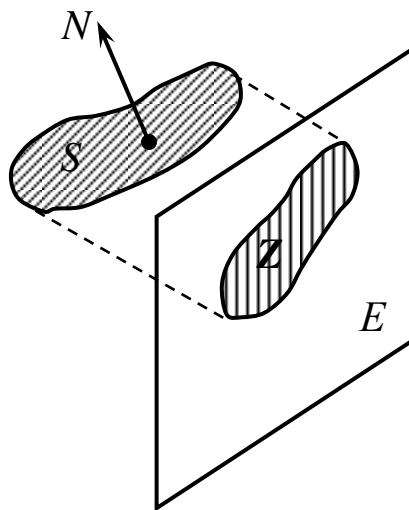


Рис. 3.13

Направление плоскости такой фигуры в пространстве будем характеризовать направлением нормали N к ее плоскости, которое описывается случайными углами ϑ и ψ , распределенными в соответствии с совместной плотностью вероятности (3.4.3). Площадь Z проекции фигуры площадью S на плоскость E определяется как функция случайного аргумента ϑ вида [17]:

$$Z = S \cos\left(\frac{\pi}{2} - \vartheta\right) = S \sin \vartheta.$$

Тогда, используя приведенные выше результаты получения выражения (3.4.5), среднюю площадь проекции фигуры площадью S вычислим следующим образом:

$$\begin{aligned}
m_z &= M[S \sin \vartheta] = \frac{S}{\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{\pi/2} \sin \vartheta d\vartheta = \\
&= \frac{2S}{\pi} = 0,6366 S.
\end{aligned}
\tag{3.3.6}$$

Таким образом, средняя площадь проекции произвольно ориентированной плоской фигуры на неподвижную плоскость экрана E равна 0,6366 площади этой фигуры.

Еще одним вариантом осколков, рассмотренных в работе [7], является осколок взрываемого устройства, который схематически можно представить прямоугольным параллелепипедом с размерами a , b , c (Рис. 3.14), летящим, беспорядочно вращаясь вокруг центра масс так, что все углы его ориентации в пространстве одинаково вероятны.

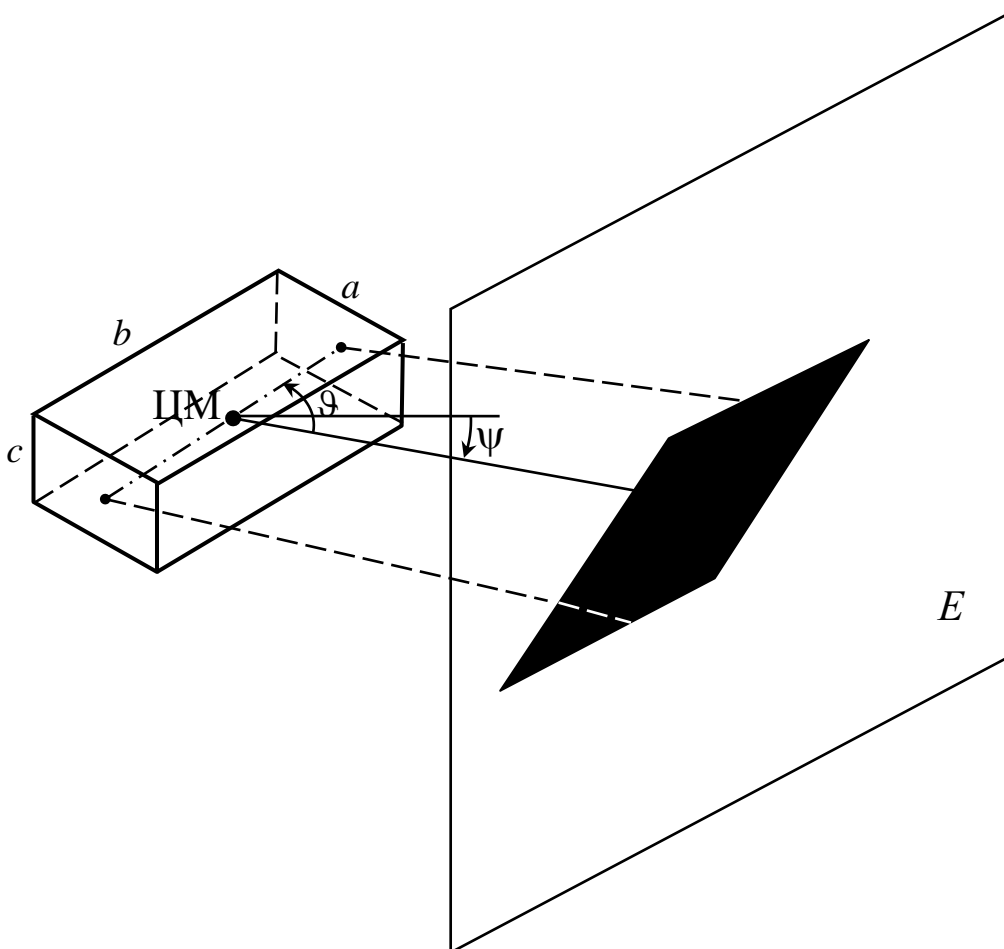


Рис. 3.14

На своем пути осколок встречает экран E , перпендикулярный к направлению движения осколка, и оставляет в нем пробоину. Определим математическое ожидание площади этой пробоины.

Будем считать, что при ударе осколка об экран получаются равновероятные пробоины от всех граней параллелепипеда, которые имеют следующие площади:

$$S_1 = ab; \quad S_2 = bc; \quad S_3 = ac. \quad (3.4.7)$$

В связи с тем, что грани могут занимать в пространстве различные случайные положения в зависимости от случайных значений углов ϑ и ψ , математические ожидания проекций граней на плоскость E определяются с использованием выражения (3.4.6) следующим образом:

$$m_1 = 0,6366 S_1; \quad m_2 = 0,6366 S_2; \quad m_3 = 0,6366 S_3. \quad (3.4.8)$$

Средняя площадь пробоины S с учетом того, что величины (3.4.7) и (3.4.8) равновероятны, будет равна:

$$\begin{aligned} m_S = M[S] &= \frac{1}{3} m_1 + \frac{1}{3} m_2 + \frac{1}{3} m_3 = \\ &= 0,2122(ab + bc + ac). \end{aligned} \quad (3.4.9)$$

Если использовать значение площади поверхности параллелепипеда S_{Π} , которая равна удвоенной сумме площадей трех его граней, то выражение (3.4.9) примет вид:

$$m_S = 0,4244 S_{\Pi}. \quad (3.4.10)$$

В работе [7] утверждается, что это выражение справедливо не только для параллелепипедов, но и для любого выпуклого тела. Отсюда делается вывод, что средняя площадь проекции беспорядочно вращающегося выпуклого тела на неподвижную плоскость E равна 0,4244 площади полной поверхности тела.

На наш взгляд, последнее объясняется тем, что любое выпуклое тело можно аппроксимировать с определенной точностью прямоугольным параллелепипедом. Поэтому выражения (3.4.9) и (3.4.10) можно использовать для расчетов средней оценки поражающих свойств осколков (обломков), образующихся при взрыве конструкции БЛА при его ударе о земную поверхность. Следует заметить, что определение площади поверхности тела произвольной формы, каким может быть произвольный осколок (обломок) БЛА, является, на наш взгляд, достаточно сложной задачей вычислительной математики.

Заметим, что при необходимости более подробного анализа размеров проекции осколков (обломков) можно использовать и другие числовые характеристики площадей пробоев в экранах. Например, их среднеквадратические отклонения. Формулы для таких расчетов для функций случайных аргументов приведены в работе [7].

Экспериментальный подход к оценке поражающих характеристик обломков (осколков), образующихся при взрыве конкретного образца БЛА после удара о земную поверхность, осуществляется в полигонных условиях на специальной испытательной площадке.

Рассмотрим один из вариантов такой площадки, описанной в работе [18].

Площадка представляет собой естественную или искусственную возвышенность (холм), в которой образовано пространство, представленное на Рис. 3.15.

Это пространство представляет собой строго вертикальные стенки E_1 , E_2 , E_3 , расположенные под углом 90 град. к двум смежным плоскостям. Эти стенки должны иметь достаточно гладкие окрашенные в белый цвет поверхности, по-

сколько выступают в качестве рассмотренных выше экранов для фиксации пробоев от разлетевшихся обломков (осколков) при взрыве в точке ТВ испытываемого БЛА. На Рис. 3.15 эти пробои отмечены символом (*).

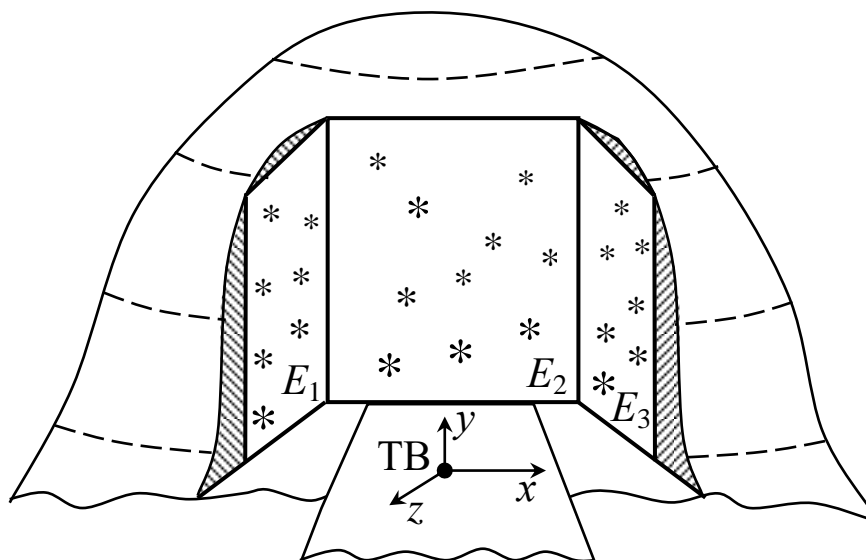


Рис. 3.15

Отметим, что испытываемый БЛА направляется в точку ТВ в дистанционном режиме управления оператором, который обеспечивает параметры его полета $V(t)$, $\theta(t)$, $\Psi(t)$, $y(t)$, совпадающие с параметрами неуправляемого движения аппарата, рассмотренных в Главе 2. При этом БЛА должен быть в перспективе оснащен телеметрическим датчиком силы удара аппарата о землю, позволяющим вычислить на АРМ пункта управления силу удара и силу взрыва аппарата.

После взрыва и разлета обломков (осколков) испытатели должны зафиксировать координаты всех пробоев на поверхностях E_1 , E_2 , E_3 в системе координат ТВхуz, сфотографировать их, извлечь их из земли и провести взвешивание и определение геометрических характеристик каждого обломка (осколка).

Будем считать, что после взрыва БЛА зафиксировано N обломков (осколков). Определим по результатам эксперимента размер опасной зоны разлета обломков (осколков) от взрыва испытываемого образца БЛА. Для этого будем использовать модель движения одного обломка (осколка) вида (3.2.3).

При решении поставленной задачи будем использовать следующую совокупность N систем дифференциальных уравнений, описывающих движение каждого r -го осколка (обломка):

$$\begin{aligned} \dot{v}_r(t) &= \frac{\Phi(t) - 0,5c_{xr}\rho_0 v_r^2(t)S_{1r}}{\mu_r} - g \sin \vartheta_r(t); \\ \dot{\vartheta}_r(t) &= \frac{\Phi(t) + 0,5c_{yr}\rho_0 v_r^2(t)S_{2r}}{\mu_r v_r(t)} - \frac{g}{v_r(t)} \cos \vartheta_r(t); \end{aligned} \quad (3.4.11)$$

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_r(t) &= \frac{\Phi(t) - 0,5c_{zr}\rho_0 v_r^2(t)S_{3r}}{\mu_r v_r(t) \cos \vartheta_r(t)}; \\ \dot{x}_r(t) &= v_r(t) \cos \vartheta_r(t) \cos \psi_r(t); \\ \dot{y}_r(t) &= v_r(t) \sin \vartheta_r(t); \\ \dot{z}_r(t) &= v_r(t) \cos \vartheta_r(t) \sin \psi_r(t), \end{aligned} \quad (3.4.12)$$

где $r = \overline{(1, N)}$, $t \geq 0$.

Начальные условия, используемые при интегрировании этих систем, имеют вид:

$$\begin{aligned} v_r(0) &= V(T); \quad \vartheta_r(0) = \theta(T); \quad \psi_r(0) = \Psi(T); \\ x_r(0) &= x_{ТВ}; \quad y_r(0) = y_{ТВ}; \quad z_r(0) = z_{ТВ}, \\ r &= \overline{(1, N)}, \end{aligned} \quad (3.4.13)$$

где $V(T)$, $\theta(T)$, $\Psi(T)$ – скорость, угол наклона и угол курса БЛА в момент времени T его удара о землю; $x_{ТВ}$, $y_{ТВ}$, $z_{ТВ}$ – координаты точки взрыва (ТВ) на испытательной площадке.

Отметим, что правые части этих условий формируются по последним перед ударом о землю показаниям бортовой навигационной системы.

Для учета того, что каждый обломок (осколок) равновероятно вращается около своего центра масс, в динамических уравнениях (3.4.11) вместо S_{1r}, S_{2r}, S_{3r} предлагается использовать значения m_{1r}, m_{2r}, m_{3r} , которые вычисляются с помощью выражений (3.4.7) и (3.4.8). При этих вычислениях используются параметры a_r, b_r, c_r параллелепипеда, аппроксимирующего r -й обломок (осколок), $r = \overline{(1, N)}$.

В общем случае входящие в уравнения (3.4.11) аэродинамические коэффициенты для каждого $r = \overline{(1, N)}$ будут случайными величинами за счет неопределенного вращения обломка (осколка). Из практической аэродинамики известно, что такие коэффициенты вычисляются по формулам:

$$c_x(V) = \frac{X}{\rho V^2 S_1};$$

$$c_y(V) = \frac{Y}{\rho V^2 S_2};$$

$$c_z(V) = \frac{Z}{\rho V^2 S_3}.$$

Здесь X, Y, Z – измеряемые значения силы лобового сопротивления, подъемной силы и боковой силы. В решаемой задаче X, Y, Z, S_1, S_2, S_3 будут равномерно распределенными случайными величинами.

При отсутствии возможности применения указанных выше формул можно воспользоваться оценками этих коэффициентов в приведенных выше примерах.

При численном интегрировании каждой из систем уравнений (3.4.11), (3.4.12) необходимо контролировать выполнение условия:

$$y_r(t_{rn}) \cong 0, \quad r = \overline{(1, N)}. \quad (3.4.14)$$

Выполнение этого условия означает, что в момент времени $t = t_{r\Pi}$ r -й обломок (осколок) совершил падение на земную поверхность в точке с координатами $x_{r\Pi} = x_r(t_{r\Pi})$, $z_{r\Pi} = z_r(t_{r\Pi})$. Дальность его полета вычисляется как:

$$L_r = \sqrt{(x_{r\Pi} - x_{\text{ТВ}})^2 + (z_{r\Pi} - z_{\text{ТВ}})^2}, \quad r = (\overline{1, N}). \quad (3.4.15)$$

Тогда радиус опасной зоны разлета обломков (осколков) при взрыве испытываемого БЛА будет равен:

$$R = \max_{r=(\overline{1, N})} \{L_r\}. \quad (3.4.16)$$

Заметим, что приведенная методика экспериментального определения зоны поражения осколками (обломками), образующейся при взрыве БЛА от удара о земную поверхность, нуждается в существенной доработке с учетом современных достижений в области информационно-измерительной техники.

3.5. Определение границ разрушений при действии ударной волны от взрыва БЛА

Как было отмечено выше, наряду с обломками (осколками), возникающими от взрыва БЛА при ударе о земную поверхность, значительные разрушения окружающей среде и опасность для людей наносит ударная волна от взрыва (см. Табл. 3.5), распространяющаяся в полусфере радиуса R (см. Рис. 3.1). В связи с этим возникает задача расчета размеров областей последствий действия ударной волны на координатной плоскости $O_{\text{ст}}xz$.

В доступных работах практически отсутствуют сведения о методах расчета характеристик зон поражения при действии ударной волны, пригодных для широкого практического применения. Исключением является эмпирические формулы работ [13, 15]. В работе [13] без обоснования приводятся сле-

дующая формула для безопасного расстояния нахождения человека от ТВ:

$$R_{\text{чел}} = 15\sqrt[3]{M_{\text{ВВ}}}. \quad (3.5.1)$$

В работе [15] приводится также без вывода зависимость:

$$R_{\text{усл}} = K\sqrt[3]{M_{\text{ВВ}}} \quad (3.5.2)$$

безопасного расстояния от ТВ.

В приведенных выражениях $M_{\text{ВВ}}$ – масса взрывчатого вещества (см. формулу (3.1.7)), K – эмпирический коэффициент, зависящий от условий взрыва и допустимых повреждений.

Будем решать поставленную задачу с использованием выражений (3.3.1)-(3.3.4). Проведем следующую индексацию указанных зависимостей:

$$\Delta p_1 = p_1 - p_0; \quad \Delta p_2 = p_2 - p_0, \quad (3.5.3)$$

где p_1, p_2 – давления на фронте ударной волны, определяемые по формулам:

$$p_1 = \frac{7}{3} \left(\sqrt{1 + \bar{R}_1^3} - 1 \right)^{-1}; \quad (3.5.4)$$

$$p_2 = \frac{70}{R_2} \left(\sqrt{\lg \bar{R}_2} - 0,332 \right)^{-1}. \quad (3.5.5)$$

В этих формулах относительные радиусы \bar{R}_1 и \bar{R}_2 связаны с их абсолютными значениями R_1 и R_2 следующими выражениями:

$$\bar{R}_1 = \frac{R_1}{\sqrt[3]{2M_{\text{ВВ}}}}; \quad \bar{R}_2 = \frac{R_2}{\sqrt[3]{2M_{\text{ВВ}}}}. \quad (3.3.6)$$

Проведем исследование функций $\Delta p_1 = \Delta p_1(\bar{R}_1)$ и $\Delta p_2 = \Delta p_2(\bar{R}_2)$.

В связи с тем, что величины p_1 и p_2 строго положительны, из выражений (3.3.4) и (3.3.5) получаем, что аргументы функций $\Delta p_1(\bar{R}_1)$ и $\Delta p_2(\bar{R}_2)$ должны удовлетворять условиям:

$$\bar{R}_1 > 0; \quad \bar{R}_2 > 10^{0,332} = 2,142.$$

Из вида этих функций следует, что:

$$\lim_{\bar{R}_1 \rightarrow \infty} \Delta p_1(\bar{R}_1) = 0; \quad \lim_{\bar{R}_2 \rightarrow \infty} \Delta p_2(\bar{R}_2) = 0.$$

Графики функций (3.3.4) и (3.3.5) при $\bar{R}_1 \in [2,15; 20]$ и $\bar{R}_2 \in [2,15; 20]$ приведены на Рис. 3.16.

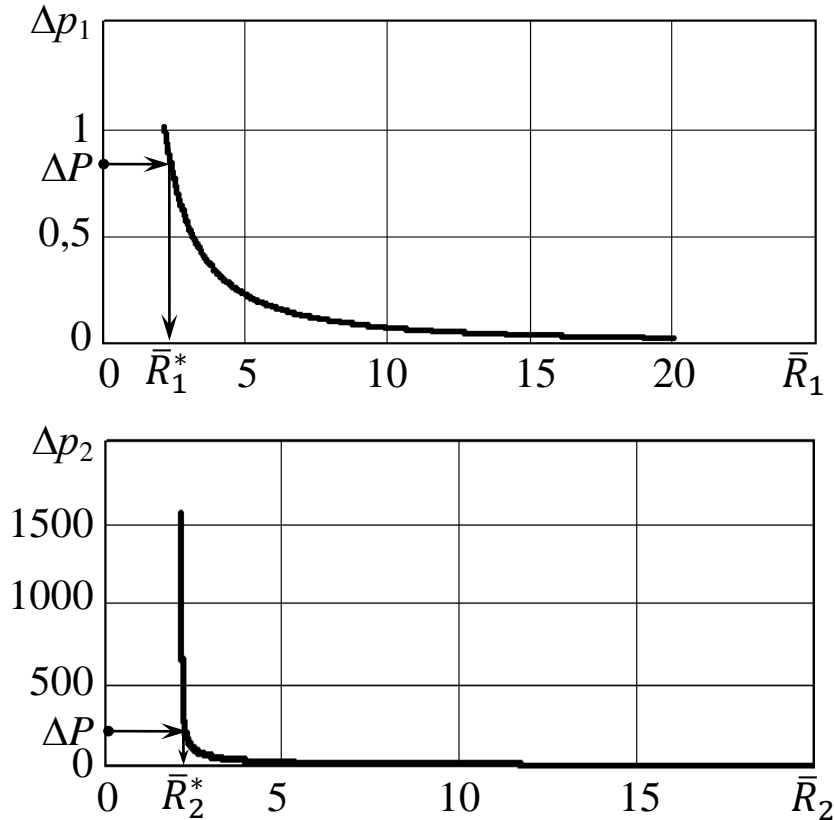


Рис. 3.16

Значение этих функций в начальных точках указанных интервалов соответственно равны:

$$\Delta p_1(2,15) = 1,011; \quad \Delta p_2(2,15) = 1554,87.$$

Функции $\Delta p_1(\bar{R}_1)$ и $\Delta p_2(\bar{R}_2)$ будем использовать для определения значений \bar{R}_1 и \bar{R}_2 , характеризующих относительные границы зон различных видов разрушений.

Для этих целей сформируем следующие алгебраические уравнения:

$$\frac{7}{3} \left(\sqrt{1 + \bar{R}_1^3} - 1 \right)^{-1} - \Delta P = 0; \quad (3.5.7)$$

$$\frac{70}{\bar{R}_2} \left(\sqrt{\lg \bar{R}_2 - 0,332} \right)^{-1} - \Delta P = 0. \quad (3.5.8)$$

В этих уравнениях ΔP – значения избыточного давления ударной волны, вызывающей соответствующие виды разрушений (см. Табл. 3.5).

Для иллюстрации предлагаемого подхода в качестве элементов множества значений ΔP будем использовать граничные значения интервалов избыточных давлений ударной волны из Табл. 3.3:

$$\Delta P \in \{50, 30, 20, 10\} \text{ кПа.}$$

Для каждого значения из этого множества уравнения (3.5.7) и (3.5.8) при нахождении их корней \bar{R}_1^* и \bar{R}_2^* можно использовать известный численный метод Ньютона либо другой метод решения нелинейных алгебраических уравнений. На Рис. 3.16 приведен графический метод решения уравнений (3.5.7) и (3.5.8).

Представим выполненные расчеты в виде Табл. 3.7.

Таблица 3.7

Минимальные значения избыточного давления на границах зон полного, сильного, среднего и умеренного разрушения зданий и сооружений				
ΔP , кПа	50	30	20	10
\bar{R}_1^*	0,4571	0,5447	0,6274	0,8047
\bar{R}_2^*	3,2731	4,2707	5,4850	8,9065

Заметим, что значения \bar{R}_1^* и \bar{R}_2^* в этой таблице вычислены с помощью метода Ньютона с одинаковыми значениями начальных приближений $\bar{R}_{\text{нач}} = 3$, т.е. данный метод гарантирует сходимость к значениям корней \bar{R}_1^* и \bar{R}_2^* .

Относительные радиусы \bar{R}_1^* и \bar{R}_2^* могут быть вычислены для более детальных значений избыточных давлений, содержащихся в Табл. 3.4 и Табл. 3.5.

Отметим, что данные Табл. 3.7 используются в рамках методики вычисления значений \bar{R}_1^* и \bar{R}_2^* для всех типов БЛА.

Для последующего расчета радиусов зон разрушения необходимо единственное значение \bar{R} , которое предлагается определять по формуле:

$$\bar{R}_s = \max\{\bar{R}_{1s}^*, \bar{R}_{2s}^*\}, \quad s = (\overline{1, n}), \quad (3.5.9)$$

где n – количество учитываемых видов разрушений

Максимум из этих значений выбирается из соображений получения гарантированного результата при определении границ n видов разрушения окружающей среды. Значение \bar{R}_s используется при определении радиусов границ разрушений в метрах:

$$R_s = \bar{R}_s \sqrt[3]{2M_{\text{БВ}}}, \quad s = (\overline{1, n}). \quad (3.5.10)$$

Пример 3.6.

Определим радиусы границ зон разрушения, представленных в Табл. 3.8 ($n = 4$) при взрыве БЛА, имеющем массу взрывчатого вещества, равную:

$$M_{\text{БВ}} = 76,95 \text{ кг.}$$

Используя данные Табл. 3.7 и выражения (3.5.9) и (3.5.10), получаем результаты расчетов, приведенные в Табл. 3.8.

Таблица 3.8

s	1	2	3	4
ΔP , кПа	50	30	20	10
\bar{R}_s	3,2731	4,2707	5,4850	8,9065
R_s , м	17,5402	22,8866	29,3938	47,7394

Графически полученные результаты с указанием зон поражений и их границ (в виде чисел, округленных до целых значений в большую сторону) приведены на Рис. 3.17.

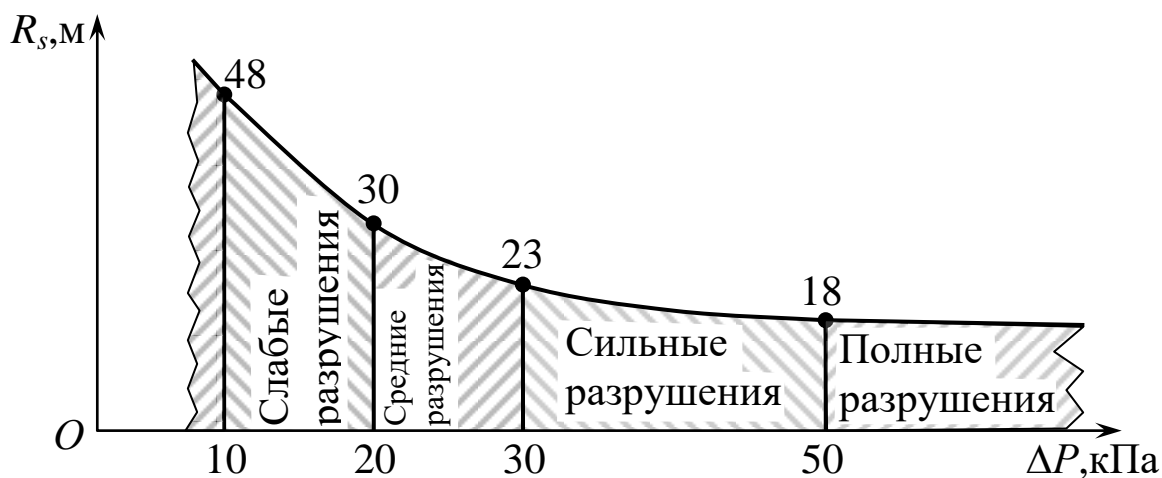


Рис. 3.17

Из вида графика следует, что с ростом значений избыточного давления ΔP радиус зоны поражающего действия ударной волны уменьшается.

Радиус безопасного нахождения человека от точки взрыва, вычисленный по формуле (3.5.1) будет равен:

$$R_{\text{чел}} = 15 \sqrt[3]{76,95} = 63,801 \text{ м.}$$

Это значение превышает радиус границы слабых разрушений ($\Delta P = 10$ кПа), что является действительно безопасным для расположения человека на местности.

Предложенный подход позволяет конкретизировать коэффициент K , входящий в формулу (3.5.2). Если считать, что ее левая часть представляется как R_s , $s = (\overline{1, n})$, то выражение (3.5.10) можно преобразовать к следующему виду:

$$R_s = \sqrt[3]{2 \overline{R_s} \sqrt[3]{M_{\text{вв}}}}. \quad (3.5.11)$$

Из сопоставления формул (3.5.2) и (3.5.11) следует, что коэффициент K будет различным для разных зон поражения $s \in (\overline{1, n})$ и может быть вычислен по формуле:

$$K_s = \sqrt[3]{2} \bar{R}_s = 1,26 \bar{R}_s, \quad s = (\overline{1, n}),$$

где \bar{R}_s определяется выражением (3.5.9).

Заметим, что при использовании методов расчета скорости распространения ударной волны из теории взрыва можно определить время достижения фронта волны границ зон поражения.

В заключение данной главы отметим, что для более глубоких исследований последствий падения БЛА рекомендуется более подробно ознакомиться с работой [13], фундаментальной статьей А.И. Садовского [16] и современными работами по теории взрыва.

Глава 4. ОПЕРАТИВНОЕ УСТРАНЕНИЕ НЕУПРАВЛЯЕМЫХ ДВИЖЕНИЙ БЛА

В главах 2 и 3 были рассмотрены последствия «обрывов управления» как для конструкции БЛА, в процессе его полета так и при падении аппарата на земную поверхность. Для ликвидации таких последствий необходимо обеспечить возврат БЛА из режимов «обрыва управления» в запланированный режим программного управления аппаратом. При этом необходимо выделить два вида «обрывов управления» – неустраняемые и устраняемые «обрывы». Это является одной из перспективных задач теории управления БЛА.

Процесс устранения последствий «обрывов управления» должен быть выполнен в воздухе с минимальными затратами времени его перспективной системой автоматического управления (САУ), оснащенной датчиками текущих значений управляющих воздействий и достаточно мощным вычислительным комплексом.

В данной главе предлагается один из подходов к решению задачи ликвидации устраняемых «обрывов управления» БЛА, который иллюстрируется с привлечением примеров управляемого и неуправляемых движений БЛА, приведенных в Главе 2.

4.1. Постановка и метод решения задачи восстановления программного управления БЛА

Обозначим через $u_{\text{пр}}(t) = (u_1^{(\text{пр})}(t), u_2^{(\text{пр})}(t), \dots, u_j^{(\text{пр})}(t), \dots, u_m^{(\text{пр})}(t))$ вектор программного управления БЛА на интервале времени $[t_0, t_k]$. Как и выше, будем считать, что в момент времени $t = \tau$ произошел «обрыв» управления по j -й компоненте вектора $u_{\text{пр}}(t)$. Такие «обрывы», согласно материалам Главы 2,

описываются значениями $u_j^{(+)}(\tau)$ или $u_j^{(-)}(\tau)$, где $\tau \in [t_0, t_k]$ и $j \in \overline{(1, m)}$.

Введем в рассмотрение момент времени $t = t_B$ окончания процесса восстановления программного управления БЛА, который должен быть реализован на интервале времени $[\tau, t_B]$.

При нарушении правой границы эксплуатационного ограничения на j -ю компоненту вектора $u_{\text{пр}}(t)$ будем описывать этот процесс функцией $u_{j_B}^{(+)}(t)$, $t \in [\tau, t_B]$, обеспечивающей «гладкий» переход от значения $u_j^{(+)}(\tau)$ к значению $u_j^{(\text{пр})}(t_B)$, $j \in \overline{(1, m)}$.

При нарушении левой границы эксплуатационного ограничения на j -ю компоненту вектора $u_{\text{пр}}(t)$ аналогично образуется функция восстановления управления БЛА $u_{j_B}^{(-)}(t)$, которая «гладким» образом соединяет точки $u_j^{(-)}(\tau)$ и $u_j^{(\text{пр})}(t_B)$.

Таким образом, задача восстановления программного управления БЛА заключается в построении функций $u_{j_B}^{(+)}(t)$ или $u_{j_B}^{(-)}(t)$, удовлетворяющих приведенным выше требованиям. При этом в граничных точках этих функций потребуем выполнения условия гладкости s -го порядка, т.е. равенства заданных значений функций и их производных до s -го порядка включительно.

Проиллюстрируем решение этой задачи для $s = 1$ при построении управления $u_{j_B}^{(*)}(t)$, $t \in [\tau, t_B]$, $j \in \overline{(1, m)}$.

Будем считать, что такое управление реализуется с использованием специального полинома 4-й степени следующего вида:

$$u_{jB}^{(+)}(t) = a_j t^4 + b_j t^3 + c_j t^2 + d_j t, \quad t \in [\tau, t_B], \quad (4.1.1)$$

где a_j, b_j, c_j, d_j – постоянные коэффициенты, $j \in \overline{(1, m)}$.

Производная по времени от этой функции записывается как:

$$\dot{u}_{jB}^{(+)}(t) = 4a_j t^3 + 3b_j t^2 + 2c_j t + d_j. \quad (4.1.2)$$

Для определения значений коэффициентов a_j, b_j, c_j, d_j будем использовать граничные условия, налагаемые на функцию (4.1.1), которые зависят от значений «обрывов управления» j -й компоненты вектора $u_{\text{пр}}(t)$ и значений производных в граничных точках. Эти граничные условия имеют вид:

$$u_{jB}^{(+)}(\tau) = u_j^{(+)}(\tau); \quad \dot{u}_{jB}^{(+)}(\tau) = 0; \quad (4.1.3)$$

$$u_{jB}^{(+)}(t_B) = u_j^{(\text{пр})}(t_B); \quad \dot{u}_{jB}^{(+)}(t_B) = \dot{u}_j^{(\text{пр})}(t_B). \quad (4.1.4)$$

В приведенных выражениях используются значения $u_j^{(+)}(\tau)$ и производная этой зависимости в точке $t = \tau$, а также значения управления $u_{j\text{пр}}(t)$ и производной $\dot{u}_{j\text{пр}}(t)$ при $t = t_B$. Этими значениями осуществляется выполнение условий «гладкости» 1-го порядка функции (4.1.1).

Значения коэффициентов a_j, b_j, c_j, d_j предлагается определять с использованием выражений (4.1.1)-(4.1.4) путем решения следующей системы линейных алгебраических уравнений 4-го порядка:

$$\begin{aligned} a_j \tau^4 + b_j \tau^3 + c_j \tau^2 + d_j \tau &= u_j^{(+)}(\tau); \\ 4a_j \tau^3 + 3b_j \tau^2 + 2c_j \tau + d_j &= 0; \\ a_j t_B^4 + b_j t_B^3 + c_j t_B^2 + d_j t_B &= u_j^{(\text{пр})}(t_B); \\ 4a_j t_B^3 + 3b_j t_B^2 + 2c_j t_B + d_j &= \dot{u}_j^{(\text{пр})}(t_B). \end{aligned} \quad (4.1.5)$$

Данную систему можно решать одним из известных численных методов, например, широко распространенным мето-

дом последовательных приближений, задавая начальное приближение корней системы (4.1.5) вида:

$$a_j = a_j^{(0)}; \quad b_j = b_j^{(0)}; \quad c_j = c_j^{(0)}; \quad d_j = d_j^{(0)}. \quad (4.1.6)$$

Для построения переходного управления $u_{jB}^{(-)}(t)$ вида:

$$u_{jB}^{(-)}(t) = \bar{a}_j t^4 + \bar{b}_j t^3 + \bar{c}_j t^2 + \bar{d}_j t, \quad t \in [\tau, t_B] \quad (4.1.7)$$

система управлений для определения коэффициентов полинома (4.1.7) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \bar{a}_j \tau^4 + \bar{b}_j \tau^3 + \bar{c}_j \tau^2 + \bar{d}_j \tau &= u_j^{(-)}(\tau); \\ 4\bar{a}_j \tau^3 + 3\bar{b}_j \tau^2 + 2\bar{c}_j \tau + \bar{d}_j &= 0; \\ \bar{a}_j t_B^4 + \bar{b}_j t_B^3 + \bar{c}_j t_B^2 + \bar{d}_j t_B &= u_j^{(пр)}(t_B); \\ 4\bar{a}_j t_B^3 + 3\bar{b}_j t_B^2 + 2\bar{c}_j t_B + \bar{d}_j &= \dot{u}_j^{(пр)}(t_B). \end{aligned} \quad (4.1.8)$$

Проиллюстрируем предлагаемый метод на примерах описания динамики управляемого и неуправляемых движений БЛА, рассмотренных в Главе 2 настоящей монографии.

Программное управление БЛА на интервале времени $[0, 600]$ с. осуществляется с использованием вектора:

$$\begin{aligned} u_{пр}(t) &= (u_1^{(пр)}(t), u_2^{(пр)}(t), u_3^{(пр)}(t)) = \\ &= (P_{пр}(t), \alpha_{пр}(t), \gamma_{пр}(t)) = \\ &= (306,8 \text{ Н}; 4,4 \text{ град.}; 0 \text{ град.}). \end{aligned} \quad (4.1.9)$$

Предполагается, что неуправляемые движения БЛА происходят на интервале времени $[\tau, t_k] = [280; 600]$ с., где τ – момент времени «обрыва» соответствующего управления, при следующих значениях силы тяги двигателя и углов атаки и крена БЛА:

$$\begin{aligned} P^{(+)}(t) &= 1400 \text{ Н}; \quad P^{(-)}(t) = 0 \text{ Н}; \\ \alpha^{(+)}(t) &= 20 \text{ град.}; \quad \alpha^{(-)}(t) = 2 \text{ град.}; \\ \gamma^{(+)}(t) &= 80 \text{ град.}; \quad \gamma^{(-)}(t) = -80 \text{ град.} \end{aligned} \quad (4.1.10)$$

При практическом использовании предлагаемого метода необходимо использовать в качестве значений $P^{(+)}(\tau)$ или $P^{(-)}(\tau)$ показания датчика силы тяги маршевого двигателя БЛА. Значения $\alpha^{(+)}(\tau)$ или $\alpha^{(-)}(\tau)$ являются показаниями датчика угла атаки, а $\gamma^{(+)}(\tau)$ или $\gamma^{(-)}(\tau)$ – угла крена БЛА.

Отметим, что выражения (4.1.9) и (4.1.10) будут использованы в качестве исходных данных для проводимых и описанных ниже вычислительных экспериментов.

Рассмотрим реализации предложенного метода для устранения «обрывов управления» силой тяги $P_{\text{пр}}(t)$ и углов атаки $\alpha_{\text{пр}}(t)$ и крена $\gamma_{\text{пр}}(t)$ БЛА.

4.2. Устранение «обрывов управления» по каналу тяги маршевого двигателя БЛА

Рассмотрим общий случай, когда первая компонента вектора программного управления $u_{\text{пр}}(t) = (u_1^{(\text{пр})}(t), u_2^{(\text{пр})}(t), u_3^{(\text{пр})}(t))$, $t \in [t_0, t_k]$ в некоторый момент $t = \tau \in [t_0, t_k]$ по показаниям датчика силы тяги двигателя БЛА выходит за пределы эксплуатационных ограничений $[P_{\text{min}}, P_{\text{max}}]$, т.е. происходит «обрыв управления» по рассматриваемому каналу.

Пусть такой «обрыв» в момент времени $t = \tau$ характеризуется значением $P^{(+)}(\tau) > P_{\text{max}}$. Будем считать, что эту ситуацию необходимо устранить на интервале времени $[\tau, t_B]$, где t_B – момент времени возврата БЛА в режим заданного программного управления.

Согласно выражению (4.1.1), восстанавливающее управляющее воздействие будет описываться полиномом вида:

$$P_B^{(+)}(t) = a_1 t^4 + b_1 t^3 + c_1 t^2 + d_1 t, \quad t \in [\tau, t_B]. \quad (4.2.1)$$

Соответственно выражение (4.1.2) конкретизируется как:

$$\dot{P}_B^{(+)}(t) = 4a_1 t^3 + 3b_1 t^2 + 2c_1 t + d_1, \quad t \in [\tau, t_B]. \quad (4.2.2)$$

Система уравнений (4.1.5) для определения коэффициентов a_1, b_1, c_1, d_1 будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 a_1\tau^4 + b_1\tau^3 + c_1\tau^2 + d_1\tau &= P^{(+)}(\tau); \\
 4a_1\tau^3 + 3b_1\tau^2 + 2c_1\tau + d_1 &= 0; \\
 a_1t_B^4 + b_1t_B^3 + c_1t_B^2 + d_1t_B &= P_{\text{пр}}(t_B); \\
 4a_1t_B^3 + 3b_1t_B^2 + 2c_1t_B + d_1 &= \dot{P}_{\text{пр}}(t_B).
 \end{aligned}
 \tag{4.2.3}$$

Восстановление управления в рассматриваемом случае иллюстрирует Рис. 4.1.

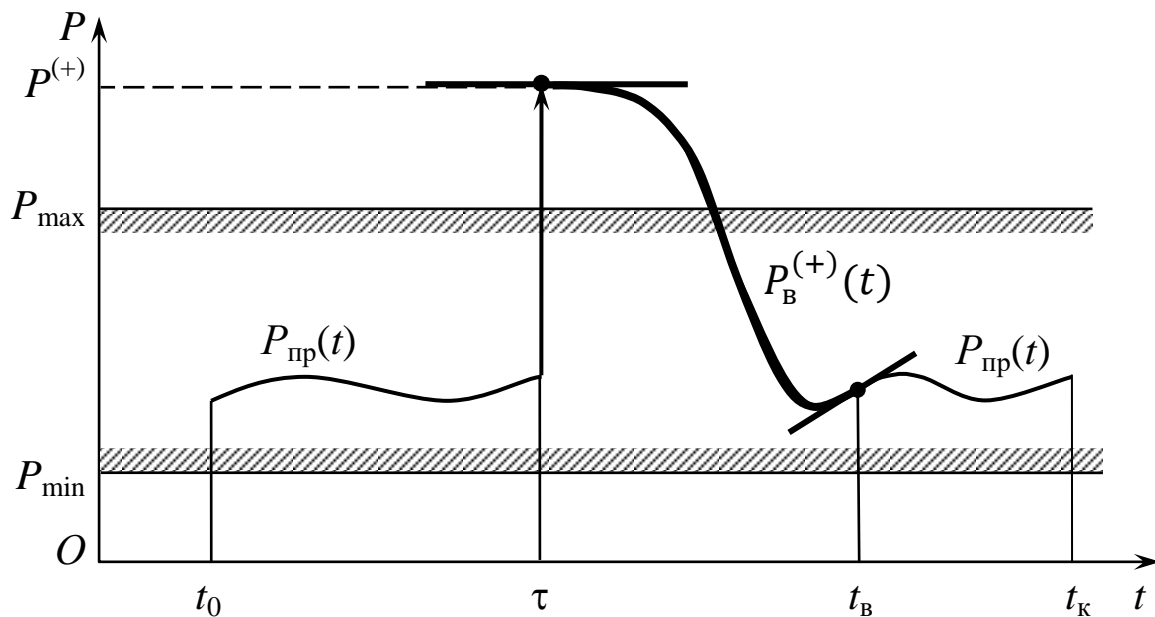


Рис. 4.1

При показаниях датчика силы тяги $P^{(-)}(\tau) < P_{\text{min}}$ для восстановления управления на интервале времени $[\tau, t_B]$ используется функция вида (4.1.6), которая конкретизируется как:

$$P_B^{(-)}(t) = \bar{a}_1 t^4 + \bar{b}_1 t^3 + \bar{c}_1 t^2 + \bar{d}_1 t, \quad t \in [\tau, t_B]. \tag{4.2.4}$$

Ее производная записывается следующим образом:

$$\dot{P}_B^{(-)}(t) = 4\bar{a}_1 t^3 + 3\bar{b}_1 t^2 + 2\bar{c}_1 t + \bar{d}_1, \quad t \in [\tau, t_B] \tag{4.2.5}$$

Система уравнений (4.1.7) в данном случае конкретизируется как:

$$\begin{aligned}
\bar{a}_1\tau^4 + \bar{b}_1\tau^3 + \bar{c}_1\tau^2 + \bar{d}_1\tau &= P^{(-)}(\tau); \\
4\bar{a}_1\tau^3 + 3\bar{b}_1\tau^2 + 2\bar{c}_1\tau + \bar{d}_1 &= 0; \\
\bar{a}_1t_B^4 + \bar{b}_1t_B^3 + \bar{c}_1t_B^2 + \bar{d}_1t_B &= P_{\text{пр}}(t_B); \\
4\bar{a}_1t_B^3 + 3\bar{b}_1t_B^2 + 2\bar{c}_1t_B + \bar{d}_1 &= \dot{P}_{\text{пр}}(t_B).
\end{aligned}
\tag{4.2.6}$$

Графическая иллюстрация рассматриваемого случая приведена на Рис. 4.2.

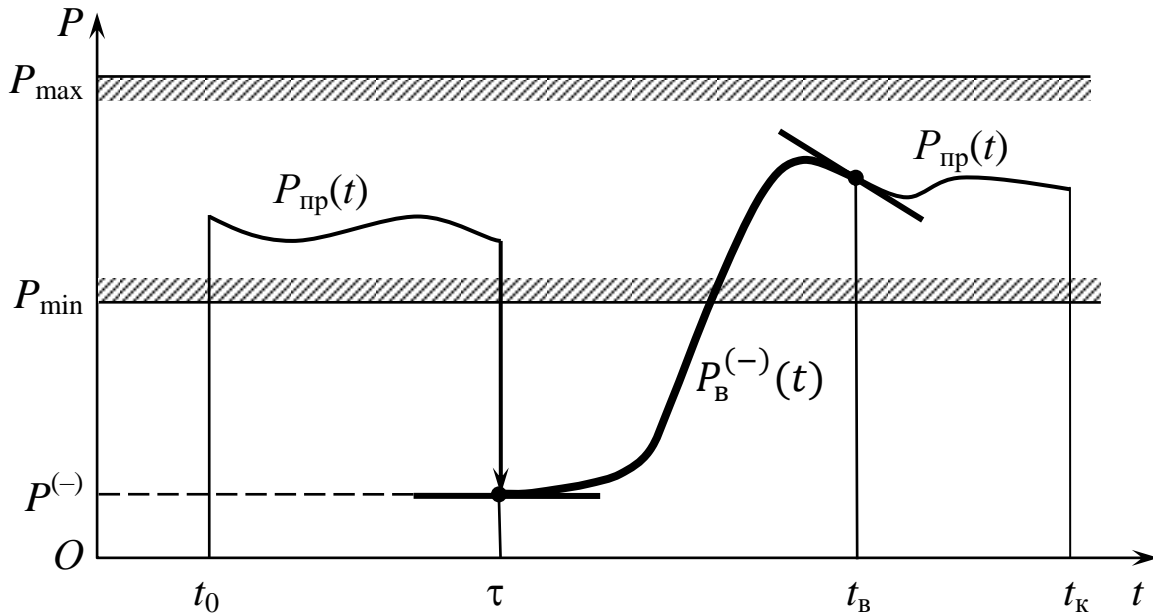


Рис. 4.2

Пример 4.1

Будем считать, что «обрыв управления» по каналу тяги двигателя БЛА произошел в момент времени $\tau = 280$ с. и составил $P^{(+)}(\tau) = 1400$ Н. Требуется ликвидировать этот «обрыв» к моменту времени t_B , в котором управление тягой двигателя будет равно $P_{\text{пр}}(t_B) = 306,814$ Н.

Пусть предварительным анализом было установлено, что во избежание катастрофических ситуаций с конкретным БЛА интервал времени восстановления не должен превышать 11 с. Отсюда следует, что $t_B = 291$ с.

Управляющая функция восстановления программного управления БЛА на интервале времени $[\tau, t_B] = [280, 291]$ с. имеет вид выражения (4.1.11), а производная от этой функции – (4.1.12).

Значения коэффициентов a_1, b_1, c_1, d_1 , входящих в эти выражения, определим путем решения системы уравнений (4.1.3), которая конкретизируется при $\dot{P}_{пр}(t_B) = 0$ как:

$$\begin{aligned} a_1(280)^4 + b_1(280)^3 + c_1(280)^2 + d_1(280) &= 1400; \\ 4a_1(280)^3 + 3b_1(280)^2 + 2c_1(280) + d_1 &= 0; \\ a_1(291)^4 + b_1(291)^3 + c_1(291)^2 + d_1(291) &= 306,814; \\ 4a_1(291)^3 + 3b_1(291)^2 + 2c_1(291) + d_1 &= 0. \end{aligned}$$

Решая эту систему уравнений методом последовательных приближений при начальном приближении (4.1.6):

$$a_1 = 0,1; \quad b_1 = 0,1; \quad c_1 = 0,1; \quad d_1 = 0,1,$$

получаем следующие значения искомых коэффициентов:

$$\begin{aligned} a_1 &= 5,751 \cdot 10^{-3}; \quad b_1 = -4,925; \\ c_1 &= 1405,477; \quad d_1 = -1,336325 \cdot 10^5. \end{aligned}$$

Тогда управляющая функция восстановления, требуемая для продолжения программного движения БЛА, будет иметь следующий вид:

$$P_B^{(+)}(t) = 0,005751t^4 - 4,925t^3 + 1405,477t^2 - 133632,5t, \quad (4.2.7)$$

$$t \in [280; 291].$$

Результаты расчета значений этой функции приведены в Табл. 4.1 и на Рис. 4.3.

Таблица 4.1

t, c	280	282	284	286	288	290	291
$P_B^{(+)}, Н$	1400	1307	1076	784,3	509,7	332,8	306,814

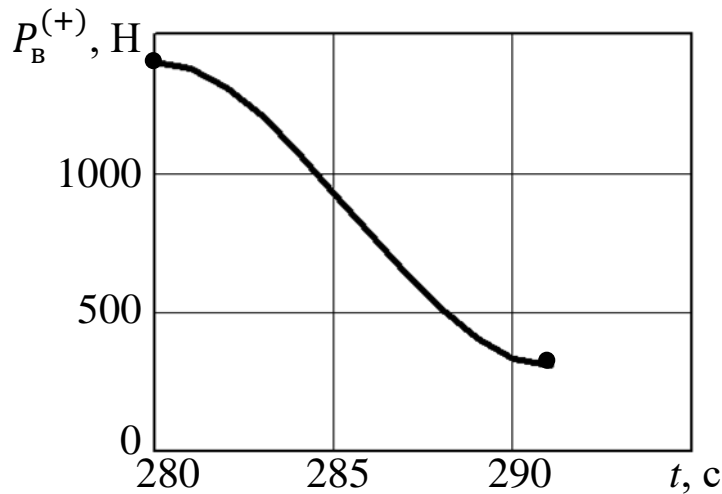


Рис. 4.3

Из графика функции $P_B^{(+)}(t)$ видно, что в процессе роста времени t осуществляется плавный «сход» функции со значения 1400 Н и плавное «достижение» значения 306,814 Н.

Проведем анализ поведения фазовых координат движения БЛА в процессе восстановления управления с помощью функции (4.2.7)

Для моделирования движения БЛА на интервале времени $[280; 291]$ с. будем использовать вектор переходного управления:

$$u_{\text{пер}}(t) = \left(P_B^{(+)}(t); \alpha_{\text{пр}}(t); \gamma_{\text{пр}}(t) \right), \quad t \in [\tau, t_B]. \quad (4.2.8)$$

Этот вектор будем использовать в следующей модели управляемого движения БЛА:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{P_B^{(+)}(t) - X(\alpha_{\text{пр}}(t), V, y)}{m} - g \sin \theta; \\ \dot{\theta} &= \frac{P_B^{(+)}(t)\alpha_{\text{пр}}(t) + Y(\alpha_{\text{пр}}(t), V, y) \cos \gamma_{\text{пр}}(t)}{mV} - \frac{g}{V} \cos \theta; \\ \dot{\Psi} &= \frac{P_B^{(+)}(t)\alpha_{\text{пр}}(t) + Y(\alpha_{\text{пр}}(t), V, y) \sin \gamma_{\text{пр}}(t)}{mV \cos \theta}; \end{aligned} \quad (4.2.9)$$

$$\dot{x} = V \cos \theta \cos \Psi;$$

$$\dot{y} = V \sin \theta;$$

$$\dot{z} = V \cos \theta \sin \Psi, \quad t \in [\tau, t_B],$$

где X , Y – сила лобового сопротивления и подъемная сила БЛА.

Приведенная модель представляет собой конкретизацию модели управляемого пространственного движения БЛА при векторе управления (4.2.8).

Отметим, что начальные условия для модели (4.2.9) идентичны начальным условиям модели неуправляемого движения БЛА при векторе управления $u_{11}^{(+)}(t)$, использованном в Главе 2.

В проводимом вычислительном эксперименте начальные условия будут иметь вид:

$$\begin{aligned} V(280) &= 105,554 \text{ м/с}; & \theta(280) &= -0,054 \text{ град.}; \\ \Psi(280) &= 52 \text{ град.}; & x(280) &= 12710 \text{ м.}; & (4.2.10) \\ y(280) &= 1994 \text{ м.}; & z(280) &= 24987 \text{ м.} \end{aligned}$$

Результаты решения задачи (4.2.9), (4.2.10) и графические представления фазовых координат БЛА приведены в Табл. 4.3 и на Рис. 4.4.

Таблица 4.3

t , с	V , м/с	θ , град.	Ψ , град.	x , м	y , м	z , м
280,0	105,554	-0,054	52	12710	1994	24987
281,1	108,899	0,389	52	12783	1994	25080
282,2	111,881	1,166	52	12857	1996	25176
283,3	114,309	2,208	52	12934	2000	25274
284,4	116,049	3,441	52	13012	2006	25373
285,5	117,026	4,783	52	13091	2015	25474
286,6	117,223	6,154	52	13170	2027	25575
287,7	116,679	7,474	52	13248	2042	25676
288,8	115,487	8,678	52	13326	2060	25776
289,9	113,791	9,708	52	13403	2081	25874
291,0	111,783	10,527	52	13478	2102	25970

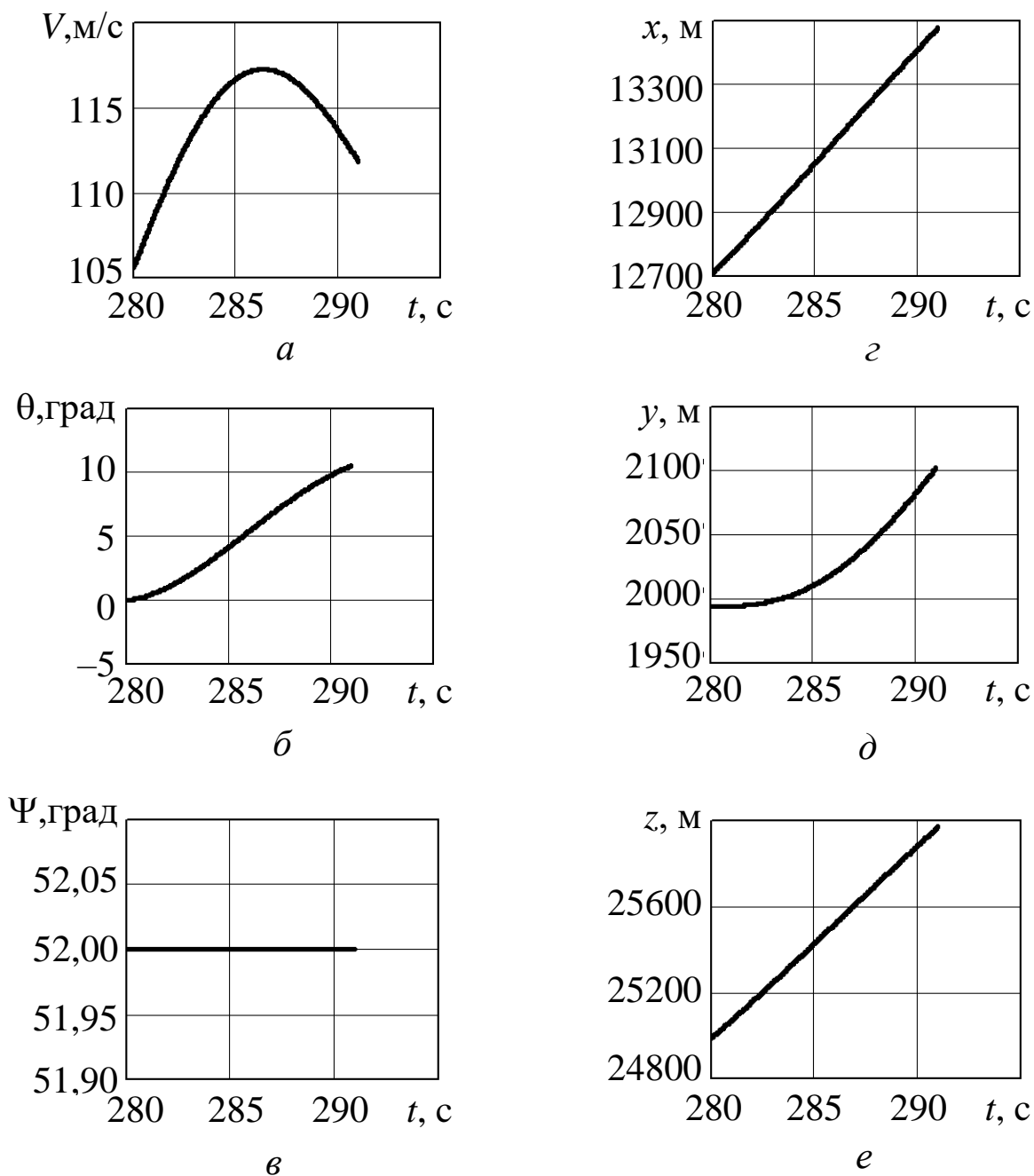


Рис. 4.4

Абсолютные отклонения полученных значений фазовых координат БЛА от аналогичных параметров управляемого движения БЛА на интервале времени [100, 600] с. в момент времени $t_B = 291$ с. имеют следующие значения:

$$\Delta V = |111,783 - 105,602| = 6,181 \text{ м/с};$$

$$\Delta \theta = |10,527 + 0,070| = 10,597 \text{ град.};$$

$$\Delta \Psi = |52 - 52| = 0 \text{ град.};$$

$$\Delta x = |13478 - 13424| = 54 \text{ м};$$

$$\Delta y = |2102 - 1994| = 108 \text{ м};$$

$$\Delta z = |25970 - 25902| = 68 \text{ м}.$$

Рассмотрим случай, когда в момент времени $\tau = 280$ с. датчик силы тяги двигателя БЛА зафиксировал значение $P^{(-)}(280) = 0$ Н.

Будем считать, что восстановление такого «обрыва управления» тягой аппарата должно осуществиться к моменту времени $t_B = 291$ с. (см. Рис. 4.2).

Для восстановления программного управления тягой БЛА используются выражения (4.2.4), (4.2.5) при $t \in [280; 291]$ с. Входящие в них значения коэффициентов \bar{a}_1 , \bar{b}_1 , \bar{c}_1 , \bar{d}_1 определяются путем решения системы уравнений (4.2.6), которая в рассматриваемом случае конкретизируется следующим образом:

$$\bar{a}_1 \tau^4 + \bar{b}_1 \tau^3 + \bar{c}_1 \tau^2 + \bar{d}_1 \tau = 0;$$

$$4\bar{a}_1 \tau^3 + 3\bar{b}_1 \tau^2 + 2\bar{c}_1 \tau + \bar{d}_1 = 0;$$

$$\bar{a}_1 t_B^4 + \bar{b}_1 t_B^3 + \bar{c}_1 t_B^2 + \bar{d}_1 t_B = 306,814;$$

$$4\bar{a}_1 t_B^3 + 3\bar{b}_1 t_B^2 + 2\bar{c}_1 t_B + \bar{d}_1 = 0.$$

Решая эту систему методом последовательных приближений при начальных приближениях:

$$\bar{a}_1^{(0)} = 0,1; \quad \bar{b}_1^{(0)} = 0,1; \quad \bar{c}_1^{(0)} = 0,1; \quad \bar{d}_1^{(0)} = 0,1,$$

получаем следующие значения искомых коэффициентов:

$$\bar{a}_1 = -0,001614; \quad \bar{b}_1 = 1,382;$$

$$\bar{c}_1 = -394,491; \quad \bar{d}_1 = 37510,87.$$

Тогда функция восстановления управления, требуемая для продолжения программного движения БЛА, будет иметь следующий вид:

$$P_B^{(-)}(t) = -0,001614t^4 + 1,382t^3 - 394,491t^2 + 37510,87t, \quad (4.2.11)$$

$$t \in [280; 291].$$

Числовые и графический результаты расчета значений функции $P_B^{(-)}(t)$, $t \in [280; 291]$ приведены в Табл. 4.4 и на Рис. 4.5.

Таблица 4.4

t, c	280	282	284	286	288	290	291
$P_B^{(-)}, Н$	0	26,217	90,940	172,816	249,869	299,507	306,814

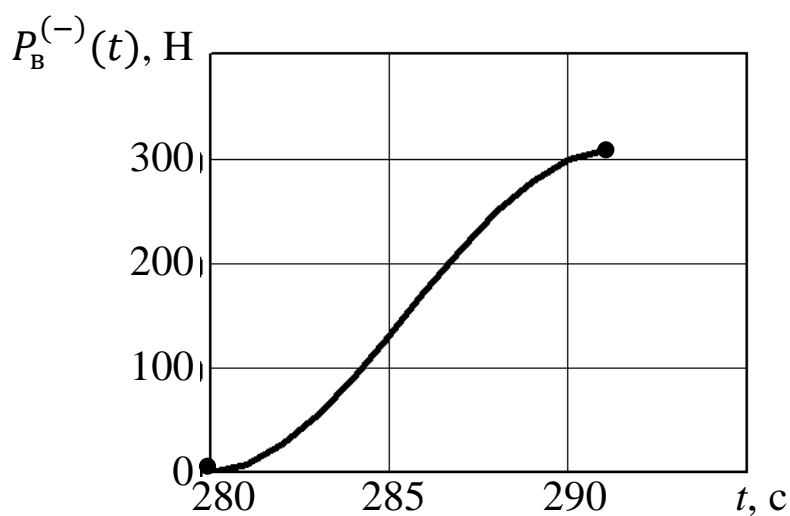


Рис. 4.5

Проведем анализ применения переходного управления:

$$u_{пер}(t) = (P_B^{(-)}(t), \alpha_{пр}(t), \gamma_{пр}(t)), \quad t \in [280; 291] \quad (4.2.12)$$

на динамику фазовых координат движения БЛА.

Для моделирования движения БЛА при управляющем векторе (4.2.12) будем использовать систему уравнений (4.2.9) с заменой в правых частях функции $P_B^{(+)}(t)$ на полином (4.2.11).

Эта система интегрируется на интервале времени $[280; 291]$ с. при начальных условиях (4.2.10).

Результаты проведенных расчетов представлены в Табл. 4.5 и на Рис. 4.6.

Таблица 4.5

t, c	$V, м/с$	$\theta, град.$	$\Psi, град.$	$x, м$	$y, м$	$z, м$
280	105,554	-0,054	52	12710	1994	24987
281,1	104,633	-0,196	52	12781	1994	25078
282,2	103,815	-0,435	52	12852	1993	25168
283,3	103,156	-0,752	52	12922	1992	25258
284,4	102,692	-1,125	52	12991	1990	25347
285,5	102,445	-1,526	52	13061	1988	25436
286,6	102,421	-1,928	52	13130	1984	25525
287,7	102,607	-2,306	52	13200	1980	25614
288,8	102,976	-2,637	52	13269	1975	25703
289,9	103,485	-2,905	52	13339	1970	25792
291	104,078	-3,099	52	13409	1964	25882

К моменту времени $t_b = 291$ с. абсолютные отклонения параметров движения БЛА по сравнению с параметрами управляемого движения аппарата имеют следующие значения:

$$\Delta V = |104,078 - 105,602| = 1,524 \text{ м/с};$$

$$\Delta \theta = |-3,099 + 0,07| = 3,029 \text{ град};$$

$$\Delta \Psi = |52 - 52| = 0 \text{ град};$$

$$\Delta x = |13409 - 13424| = 15 \text{ м};$$

$$\Delta y = |1964 - 1994| = 30 \text{ м};$$

$$\Delta z = |25882 - 25902| = 20 \text{ м}.$$

Полученные отклонения фазовых координат БЛА, как и в предыдущем случае, являются устранимыми (допустимыми) для системы стабилизации (автопилота) аппарата.

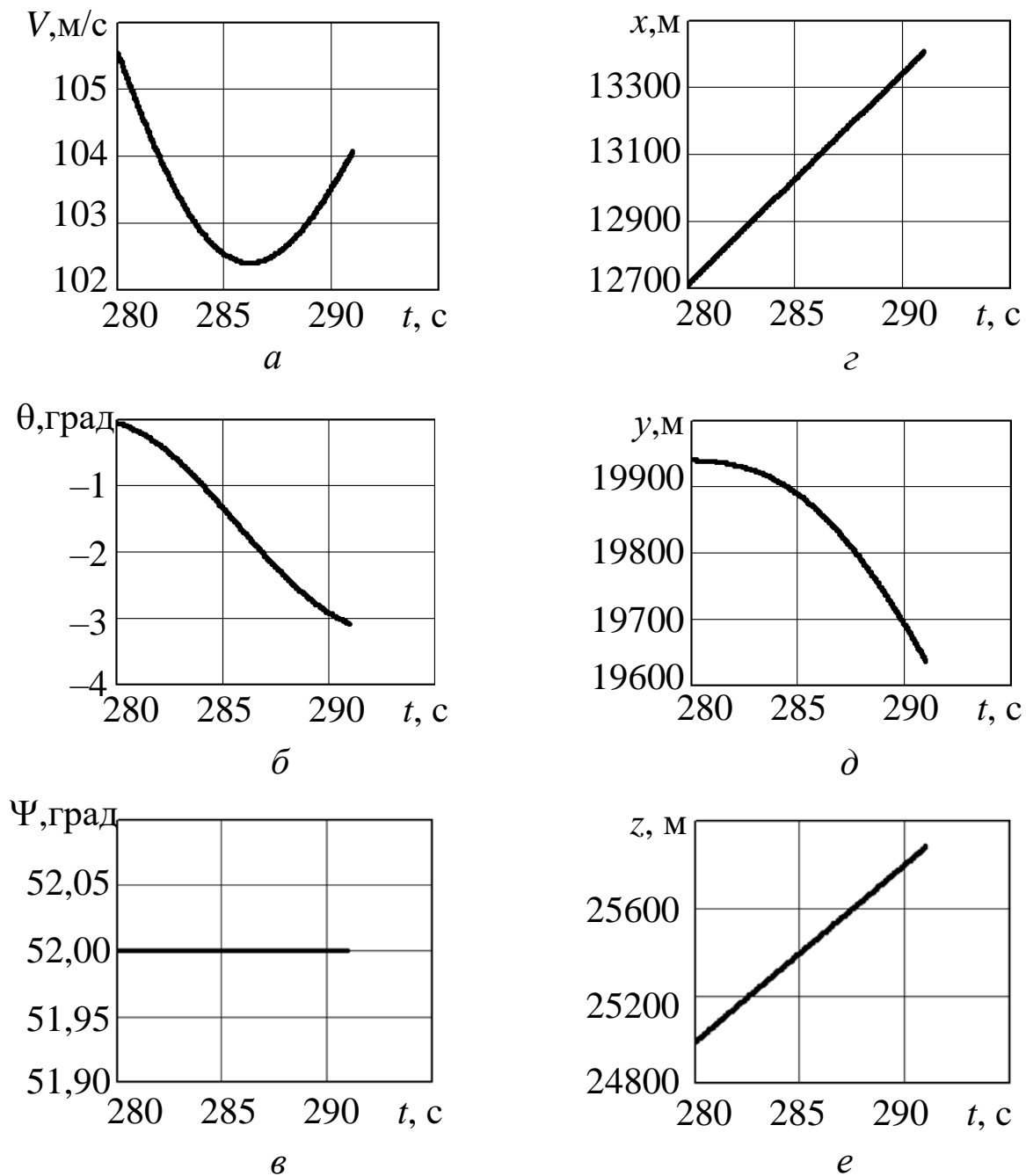


Рис. 4.6

4.3. Устранение «обрывов управления» по каналу угла атаки БЛА

«Обрывы» программного управления БЛА по каналу угла атаки фиксируются при показаниях его датчика в некоторый момент времени $t = \tau$, который выдает значения $\alpha_{oy}^{(+)}(\tau) > \alpha_{max}$ или $\alpha_{oy}^{(-)}(\tau) < \alpha_{min}$, где $[\alpha_{min}, \alpha_{max}]$ – интервал эксплуатационных значений угла атаки БЛА.

Восстановление программного управления по этому каналу в момент времени $t = t_B$ предлагается, как выше, осуществлять с использованием полиномиальной переходной зависимости (управления) $\alpha_B(t)$, $t \in [\tau, t_B]$.

Для случая, когда $\alpha_{oy}^{(+)}(\tau) > \alpha_{\max}$ такое управление будет иметь следующий вид:

$$\alpha_B^{(+)} = a_2 t^4 + b_2 t^3 + c_2 t^2 + d_2 t, \quad t \in [\tau, t_B]. \quad (4.3.1)$$

Индекс «2» в коэффициентах этого полинома указывает на восстановление второй компоненты вектора $u_{пр}(t) = (P_{пр}(t), \alpha_{пр}(t), \gamma_{пр}(t))$, $t \in [t_0, t_k]$ программного управления БЛА.

Для обеспечения гладкости перехода от значения $\alpha_{oy}^{(+)}(\tau)$ к значению $\alpha_{пр}(t_B)$ значения коэффициентов полинома (4.3.1) определяются из решения следующей системы линейных алгебраических уравнений 4-го порядка:

$$\begin{aligned} a_2 \tau^4 + b_2 \tau^3 + c_2 \tau^2 + d_2 \tau &= \alpha_{oy}^{(+)}(\tau); \\ 4a_2 \tau^3 + 3b_2 \tau^2 + 2c_2 \tau + d_2 &= 0; \\ a_2 t_B^4 + b_2 t_B^3 + c_2 t_B^2 + d_2 t_B &= \alpha_{пр}(t_B); \\ 4a_2 t_B^3 + 3b_2 t_B^2 + 2c_2 t_B + d_2 &= \dot{\alpha}_{пр}(t_B). \end{aligned} \quad (4.3.2)$$

Левые части второго и четвертого уравнений этой системы являются производными полинома (4.3.1), вычисленными при $t = \tau$ и $t = t_B$. В правых частях этих уравнений расположены требуемые значения производной функции $\alpha_B^{(+)}(t)$ в указанных точках.

Отметим, что правые части системы (4.3.2) имеют размерности рад. и рад./с. С помощью этих значений обеспечивается плавный «сход» переходного управления со значения

$\alpha_{\text{oy}}^{(+)}(\tau)$ и плавный «заход» на программное управление $\alpha_{\text{пр}}(t)$ и его производной $\dot{\alpha}_{\text{пр}}(t)$ при $t = t_{\text{в}}$.

Численное решение системы (4.3.2) предлагается осуществлять с применением метода последовательных приближений, задавая начальное приближение вида:

$$a_2 = a_{2,0}; \quad b_2 = b_{2,0}; \quad c_2 = c_{2,0}; \quad d_2 = d_{2,0}. \quad (4.3.3)$$

Для «обрыва управления» описываемого значением $\alpha_{\text{oy}}^{(-)}(\tau)$ восстановление программного управления БЛА осуществляется управляющим воздействием вида:

$$\alpha_{\text{в}}^{(-)}(t) = \bar{a}_2 t^4 + \bar{b}_2 t^3 + \bar{c}_2 t^2 + \bar{d}_2 t, \quad t \in [\tau, t_{\text{в}}]. \quad (4.3.4)$$

Входящие в этот полином коэффициенты $\bar{a}_2, \bar{b}_2, \bar{c}_2, \bar{d}_2$ вычисляются путем решения системы линейных алгебраических уравнений вида:

$$\begin{aligned} \bar{a}_2 \tau^4 + \bar{b}_2 \tau^3 + \bar{c}_2 \tau^2 + \bar{d}_2 \tau &= \alpha_{\text{oy}}^{(-)}(\tau); \\ 4\bar{a}_2 \tau^3 + 3\bar{b}_2 \tau^2 + 2\bar{c}_2 \tau + \bar{d}_2 &= 0; \\ \bar{a}_2 t_{\text{в}}^4 + \bar{b}_2 t_{\text{в}}^3 + \bar{c}_2 t_{\text{в}}^2 + \bar{d}_2 t_{\text{в}} &= \alpha_{\text{пр}}(t_{\text{в}}); \\ 4\bar{a}_2 t_{\text{в}}^3 + 3\bar{b}_2 t_{\text{в}}^2 + 2\bar{c}_2 t_{\text{в}} + \bar{d}_2 &= \dot{\alpha}_{\text{пр}}(t_{\text{в}}). \end{aligned} \quad (4.3.5)$$

Здесь также значения правых частей системы имеют размерности рад. и рад./с.

В этой системе $\alpha_{\text{пр}}(t_{\text{в}})$ и $\dot{\alpha}_{\text{пр}}(t_{\text{в}})$ соответственно значения угла атаки из вектора программного управления БЛА и его производной в момент времени $t_{\text{в}}$ окончания процесса восстановления.

Систему (4.3.5) также предлагается решать численным методом последовательных приближений, предварительно задав начальные приближения ее корней вида:

$$\bar{a}_2 = \bar{a}_{2,0}; \quad \bar{b}_2 = \bar{b}_{2,0}; \quad \bar{c}_2 = \bar{c}_{2,0}; \quad \bar{d}_2 = \bar{d}_{2,0}. \quad (4.3.6)$$

Полученные корни системы (4.3.5) подставляются в выражение (4.3.4) для последующей реализации в процессе восстановления программного управления углом атаки БЛА.

Пример 4.2.

Исходными данными для данного примера являются:

$$\tau = 280 \text{ с.}; \quad t_{\text{в}} = 291 \text{ с.};$$

$$\alpha_{\text{пр}}(t) = 4,84 \text{ град.} = 0,084 \text{ рад.}; \quad \dot{\alpha}_{\text{пр}}(t) = 0 \text{ град./с.} = 0 \text{ рад.};$$

$$\alpha_{\text{оу}}^{(+)} = 20 \text{ град.} = 0,349 \text{ рад.} \quad \alpha_{\text{оу}}^{(-)} = -2 \text{ град.} = -0,035 \text{ рад.}$$

Для ликвидации «обрыва управления», которое описывается значением $\alpha_{\text{оу}}^{(+)}(\tau) = 0,349 \text{ рад.}$, используется переходное управляющее воздействие (4.3.1). Коэффициенты этого полинома определяются путем решения системы уравнений (4.3.5), которая конкретизируется следующим образом:

$$a_2(280)^4 + b_2(280)^3 + c_2(280)^2 + d_2(280) = 0,349;$$

$$4a_2(280)^3 + 3b_2(280)^2 + 2c_2(280) + d_2 = 0;$$

$$a_2(291)^4 + b_2(291)^3 + c_2(291)^2 + d_2(291) = 0,08447;$$

$$4a_2(291)^3 + 3b_2(291)^2 + 2c_2(291) + d_2 = 0.$$

Решая эту систему методом последовательных приближений при начальном приближении ее корней:

$$a_{2,0} = 0,1; \quad b_{2,0} = 0,1; \quad c_{2,0} = 0,1; \quad d_{2,0} = 0,1,$$

получаем следующие значения искомых коэффициентов полинома (4.3.4):

$$a_2 = 1,392037 \cdot 10^{-6}; \quad b_2 = -1,192123 \cdot 10^{-3};$$

$$c_2 = 0,340177; \quad d_2 = -32,343934.$$

Отсюда следует, что указанный полином, который описывает восстанавливающее управляющее воздействие примет следующий вид:

$$\alpha_{\text{в}}^{(+)}(t) = 0,00000139 t^4 - 0,0011921 t^3 + 0,3402 t^2 - 32,3439 t, \\ t \in [280; 291]. \quad (4.3.7)$$

Результаты расчета этого воздействия на интервале времени [280; 291] с. приведены в Табл. 4.6 и на Рис. 4.7.

Таблица 4.6

$t, \text{с}$	280	282	284	286	288	290	291
$\alpha_{\text{в}}^{(+)}, \text{рад}$	0,349	0,326	0,271	0,200	0,134	0,091	0,084
$\alpha_{\text{в}}^{(+)}, \text{град}$	20	18,705	15,507	11,461	7,654	5,201	4,840

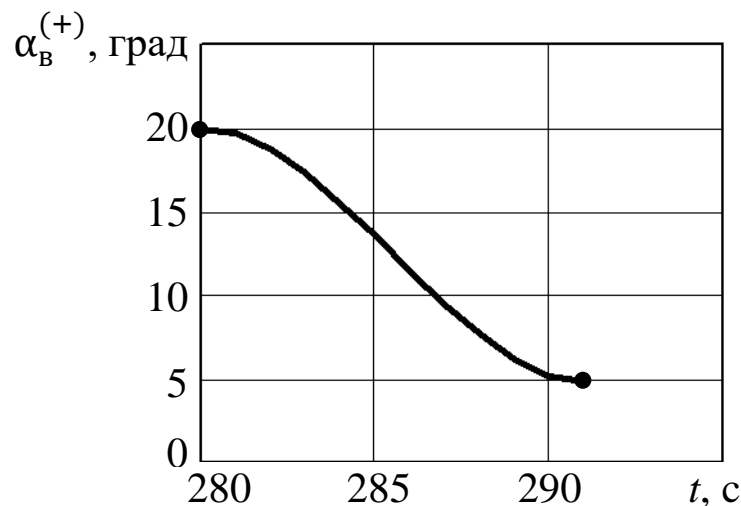


Рис. 4.7

Анализ влияния управляющего воздействия (4.3.7) на динамику фазовых координат БЛА проведем с использованием вектора переходного управления:

$$u_{\text{пер}}(t) = (P_{\text{пр}}(t), \alpha_{\text{в}}^{(+)}, \gamma_{\text{пр}}(t)), \quad t \in [280; 291]$$

в примененной выше модели управляемого движения БЛА при начальных условиях (4.2.10).

Числовые и графические результаты интегрирования системы дифференциальных уравнений указанной модели представлены в Табл. 4.7 и на Рис. 4.8.

Таблица 4.7

t, c	$V, m/c$	$\theta, \text{град.}$	$\Psi, \text{град.}$	x, m	y, m	z, m
280	105,554	-0,054	52	12710	1994	24987
281,1	99,525	15,861	52	12779	2010	25075
282,2	91,922	29,399	52	12838	2050	25151
283,3	83,547	40,031	52	12887	2105	25214
284,4	74,920	47,576	52	12926	2166	25263
285,5	66,331	52,036	52	12956	2225	25302
286,6	57,942	53,447	52	12982	2280	25335
287,7	49,901	51,746	52	13004	2327	25363
288,8	42,446	46,633	52	13024	2366	25389
289,9	36,017	37,472	52	13043	2395	25414
291	31,372	23,581	52	13063	2414	25439

Абсолютные отклонения значений параметров БЛА в момент времени $t = 291$ с. от соответствующих значений программно-управляемого движения БЛА составили:

$$\Delta V = |31,372 - 105,602| = 74,23 \text{ м/с};$$

$$\Delta \theta = |23,581 + 0,070| = 23,651 \text{ град.};$$

$$\Delta \Psi = |52 - 52| = 0 \text{ град.};$$

$$\Delta x = |13063 - 13424| = 361 \text{ м};$$

$$\Delta y = |2414 - 1994| = 420 \text{ м};$$

$$\Delta z = |25439 - 25902| = 463 \text{ м}.$$

Данный вычислительный эксперимент показал значительные отклонения значений $V(291)$, $\theta(291)$, $y(291)$ от соответствующих значений программно-управляемого движения БЛА при $t = 291$ с. с которыми сложно или даже невозможно справиться его системе стабилизации (автопилоту) за приемлемое время стабилизации параметров аппарата.

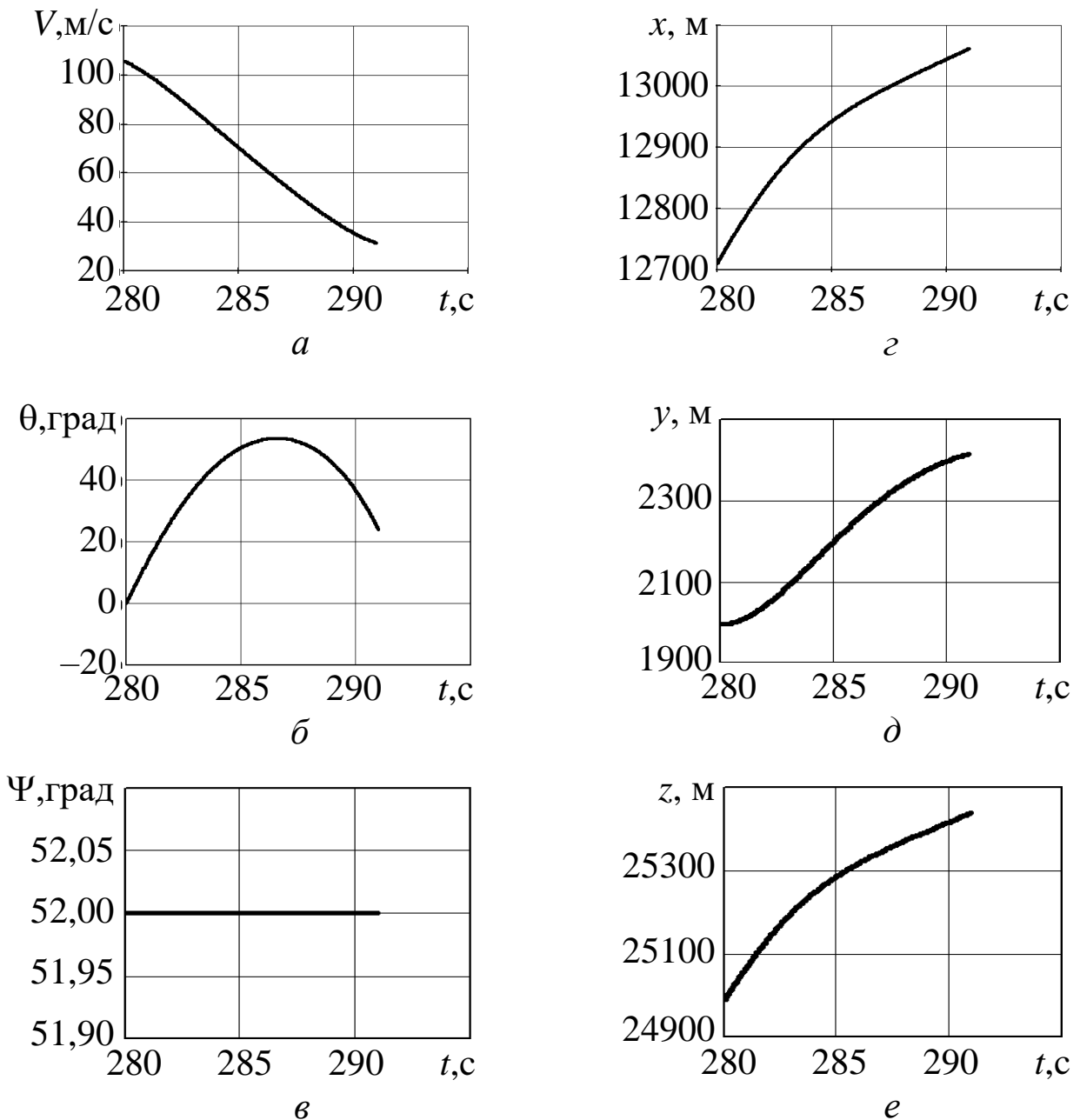


Рис. 4.8

Для случая, когда «обрыв управления» со значением $\alpha_{oy}^{(-)}(\tau) = -2$ град. = $-0,0349$ рад., переходное (восстанавливающее) управление описывается полиномом вида:

$$\alpha_B^{(-)}(t) = \bar{a}_2 t^4 + \bar{b}_2 t^3 + \bar{c}_2 t^2 + \bar{d}_2 t, \quad t \in [\tau, t_B].$$

Для определения значений его коэффициентов используется следующая система линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \bar{a}_2\tau^4 + \bar{b}_2\tau^3 + \bar{c}_2\tau^2 + \bar{d}_2\tau &= -0,0349; \\ 4\bar{a}_2\tau^3 + 3\bar{b}_2\tau^2 + 2\bar{c}_2\tau + \bar{d}_2 &= 0; \\ \bar{a}_2t_B^4 + \bar{b}_2t_B^3 + \bar{c}_2t_B^2 + \bar{d}_2t_B &= 0,0844; \\ 4\bar{a}_2t_B^3 + 3\bar{b}_2t_B^2 + 2\bar{c}_2t_B + \bar{d}_2 &= 0 \end{aligned}$$

при $\tau = 280$ с. и $t_B = 291$ с.

Решая эту систему при начальном приближении:

$$\bar{a}_{2,0} = 0,1; \quad \bar{b}_{2,0} = 0,1; \quad \bar{c}_{2,0} = 0,1; \quad \bar{d}_{2,0} = 0,1,$$

получаем, что:

$$\begin{aligned} \bar{a}_2 &= -6,281 \cdot 10^{-7}; & \bar{b}_2 &= 5,379 \cdot 10^{-4}; \\ \bar{c}_2 &= -0,1535; & \bar{d}_2 &= 14,5949. \end{aligned}$$

В этом случае указанный выше полином конкретизируется как:

$$\alpha_B^{(-)}(t) = -6,281 \cdot 10^{-7} t^4 + 5,379 \cdot 10^{-4} t^3 - 0,1535 t^2 + 14,5949, \quad t \in [280; 291]. \quad (4.3.8)$$

Результаты расчета значений этого полинома приведены в Табл. 4.8 и на Рис. 4.9.

Таблица 4.8

$t, \text{с}$	280	282	284	286	288	290	291
$\alpha_B^{(-)}, \text{рад.}$	-0,035	-0,025	$4,8 \cdot 10^{-4}$	0,032	0,062	0,082	0,084
$\alpha_B^{(-)}, \text{град.}$	-2	-1,416	0,027	1,853	3,570	4,677	4,840

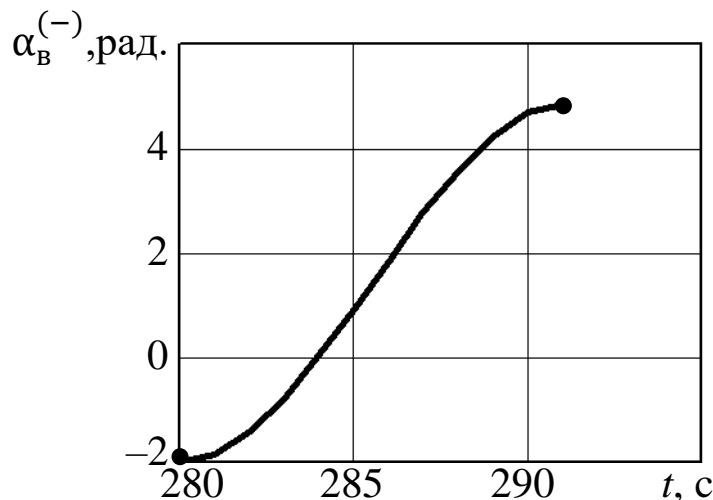


Рис. 4.9

Числовые результаты применения переходного управления:

$$u_{\text{пер}}(t) = (P_{\text{пр}}(t), \alpha_{\text{в}}^{(-)}(t), \gamma_{\text{пр}}(t))$$

на интервале времени [280; 291] с., выполненного аналогично выше приведенному интегрированию системы дифференциальных уравнений полета БЛА, представлены в Табл. 4.9.

Таблица 4.9

$t, \text{с}$	$V, \text{м/с}$	$\theta, \text{град}$	$\Psi, \text{град}$	$x, \text{м}$	$y, \text{м}$	$z, \text{м}$
280	105,554	-0,054	52	12710	1994	24987
281,1	106,589	-7,554	52	12782	1986	25079
282,2	108,965	-14,496	52	12853	1963	25170
283,3	112,490	-20,425	52	12924	1927	25261
284,4	116,886	-24,991	52	12996	1878	25353
285,5	121,825	-27,950	52	13068	1819	25445
286,6	126,951	-29,173	52	13142	1753	25540
287,7	131,917	-28,654	52	13219	1684	25638
288,8	136,400	-26,533	52	13299	1615	25741
289,9	140,150	-23,116	52	13384	1551	25850
291	143,026	-18,888	52	13474	1495	25964

Абсолютные отклонения полученных значений параметров в момент времени $t = t_{\text{в}} = 291$ с. от соответствующих значений управляемого движения БЛА составили:

$$\Delta V = |143,026 - 105,602| = 37,424 \text{ м/с};$$

$$\Delta \theta = |-18,888 + 0,070| = -18,818 \text{ град.};$$

$$\Delta \Psi = 0 \text{ град}; \quad \Delta x = |13474 - 13424| = 50 \text{ м};$$

$$\Delta y = |1495 - 1994| = 499 \text{ м};$$

$$\Delta z = |25964 - 25902| = 62 \text{ м}.$$

Здесь также отмечается значительное несоответствие параметрам управляемого движения БЛА в момент времени $t = 291$ с.

Графические результаты проведенного вычислительного эксперимента приведены на Рис. 4.10.

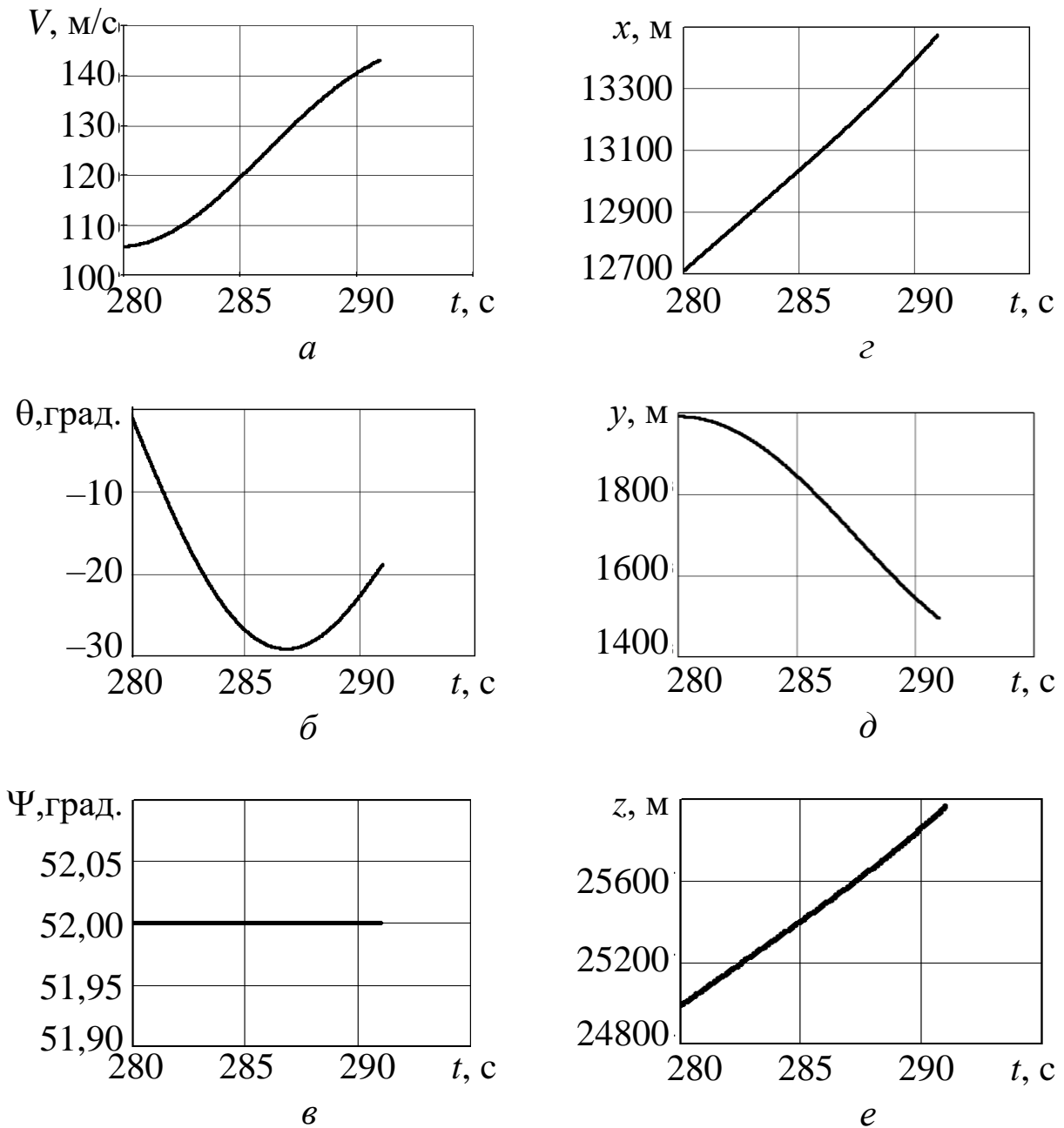


Рис. 4.10

4.4. Устранение «обрывов управления» по каналу угла крена БЛА

Рассмотрим «обрывы управления», возникающие в момент времени $t = \tau$ при значениях угла крена $\gamma_{oy}^{(+)}(\tau) > \gamma_{\max}$, либо при $\gamma_{oy}^{(-)}(\tau) < \gamma_{\min}$, где $[\gamma_{\min}, \gamma_{\max}]$ – интервал эксплуатационных ограничений на допустимые значения угла крена рассматриваемого БЛА.

Как и выше, для восстановления к моменту времени $t = t_B$ программного управления $\gamma_{\text{пр}}(t)$, $t \in [t_0, t_K]$ будем использовать переходные управляющие воздействия $\gamma_B^{(+)}(t)$ или $\gamma_B^{(-)}(t)$, $t \in [\tau, t_B]$ в виде полиномов 4-й степени.

Для случая $\gamma_{\text{oy}}^{(+)}(\tau)$ такой полином имеет вид:

$$\gamma_B^{(+)}(t) = a_3 t^4 + b_3 t^3 + c_3 t^2 + d_3 t, \quad t \in [\tau, t_B]. \quad (4.4.1)$$

Значения коэффициентов a_3 , b_3 , c_3 , d_3 , входящих в это выражение предлагается определять из решения следующей системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} a_3 \tau^4 + b_3 \tau^3 + c_3 \tau^2 + d_3 \tau &= \gamma_{\text{oy}}^{(+)}(\tau); \\ 4a_3 \tau^3 + 3b_3 \tau^2 + 2c_3 \tau + d_3 &= 0; \\ a_3 t_B^4 + b_3 t_B^3 + c_3 t_B^2 + d_3 t_B &= \gamma_{\text{пр}}(t_B); \\ 4a_3 t_B^3 + 3b_3 t_B^2 + 2c_3 t_B + d_3 &= \dot{\gamma}_{\text{пр}}(t_B), \end{aligned} \quad (4.4.2)$$

которая решается соответственным численным методом.

Для ликвидации случая $\gamma_{\text{oy}}^{(-)}(\tau)$ применяемый восстанавливающий полином имеет вид:

$$\gamma_B^{(-)}(t) = \bar{a}_3 t^4 + \bar{b}_3 t^3 + \bar{c}_3 t^2 + \bar{d}_3 t, \quad t \in [\tau, t_B]. \quad (4.4.3)$$

Значения коэффициентов этого полинома вычисляются путем численного решения следующей системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \bar{a}_3 \tau^4 + \bar{b}_3 \tau^3 + \bar{c}_3 \tau^2 + \bar{d}_3 \tau &= \gamma_{\text{oy}}^{(-)}(\tau); \\ 4\bar{a}_3 \tau^3 + 3\bar{b}_3 \tau^2 + 2\bar{c}_3 \tau + \bar{d}_3 &= 0; \\ \bar{a}_3 t_B^4 + \bar{b}_3 t_B^3 + \bar{c}_3 t_B^2 + \bar{d}_3 t_B &= \gamma_{\text{пр}}(t_B); \\ 4\bar{a}_3 t_B^3 + 3\bar{b}_3 t_B^2 + 2\bar{c}_3 t_B + \bar{d}_3 &= \dot{\gamma}_{\text{пр}}(t_B). \end{aligned} \quad (4.4.4)$$

Отметим, что правые части систем уравнений (4.4.2) и (4.4.4) содержат значения углов и их производных, заданных в радианах и радиан в секунду.

Пример 4.4.

Рассмотрим устранение «обрывов управления» по рассматриваемому каналу при следующих исходных данных:

$$\tau = 280 \text{ с}; \quad t_{\text{в}} = 291 \text{ с};$$

$$\gamma_{\text{oy}}^{(+)}(\tau) = +80 \text{ град.} = 1,396 \text{ рад.};$$

$$\gamma_{\text{oy}}^{(-)}(\tau) = -80 \text{ град.} = -1,396 \text{ рад.};$$

$$\gamma_{\text{пр}}(t) = 0 \text{ град.}; \quad \dot{\gamma}_{\text{пр}}(t) = 0 \text{ град.}, \quad t \in [0; 291] \text{ с.}$$

Для случая $\gamma_{\text{oy}}^{(+)}(\tau) = +80 \text{ град.}$ выражения (4.4.1) и (4.4.2) конкретизируются следующим образом:

$$\gamma_{\text{в}}^{(+)}(t) = a_3 t^4 + b_3 t^3 + c_3 t^2 + d_3 t, \quad t \in [280; 291]; \quad (4.4.5)$$

$$\begin{aligned} a_3(280)^4 + b_3(280)^3 + c_3(280)^2 + d_3(280) &= 1,396; \\ 4a_3(280)^3 + 3b_3(280)^2 + 2c_3(280) + d_3 &= 0; \end{aligned} \quad (4.4.6)$$

$$a_3(291)^4 + b_3(291)^3 + c_3(291)^2 + d_3(291) = 0;$$

$$4a_3(291)^3 + 3b_3(291)^2 + 2c_3(291) + d_3 = 0.$$

Решая систему (4.4.6), имеем:

$$a_3 = 7,34591 \cdot 10^{-6}; \quad b_3 = -6,290962 \cdot 10^{-3};$$

$$c_3 = 1,795163; \quad d_3 = -170,686637.$$

Результаты расчета функции (4.4.5) приведены в Табл. 4.10 и на Рис. 4.11.

Таблица 4.10

$t, \text{ с}$	280	282	284	286	288	290	291
$\gamma_{\text{в}}^{(+)}, \text{ рад.}$	1,396	1,277	0,982	0,610	0,259	0,033	0
$\gamma_{\text{в}}^{(+)}, \text{ град.}$	80	73,164	56,288	34,939	14,848	1,905	0

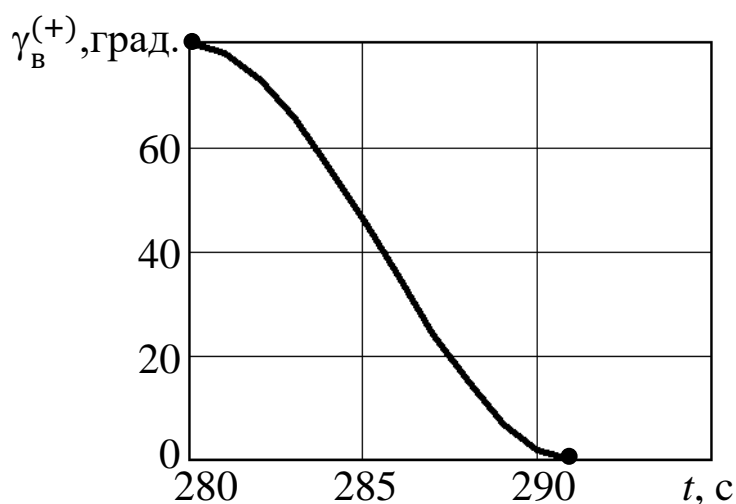


Рис. 4.11

Влияние построенного переходного управляющего воздействия (4.5.5) в составе вектора $u_{пер}(t) = (P_{пр}(t), \alpha_{пр}(t), \gamma_B^{(+)})$ на фазовые координаты БЛА на интервале времени $[280; 291]$ с. представлено в Табл. 4.11 и на Рис. 4.12.

Таблица 4.11

t, c	$V, m/c$	$\theta, град$	$\Psi, град$	$x, м$	$y, м$	$z, м$
280	105,554	-0,054	52,000	12710	1994	24987
281,1	106,014	-4,803	57,757	12777	1989	25082
282,2	107,305	-9,037	63,510	12834	1975	25183
283,3	109,266	-12,355	69,169	12881	1952	25290
284,4	111,683	-14,506	74,519	12917	1924	25403
285,5	114,318	-15,420	79,254	12944	1892	25520
286,6	116,949	-15,206	83,064	12963	1858	25641
287,7	119,391	-14,109	85,752	12975	1825	25766
288,8	121,514	-12,426	87,311	12983	1794	25895
289,9	123,241	-10,415	87,944	12988	1768	26026
291	124,536	-8,237	88,041	12993	1746	26161

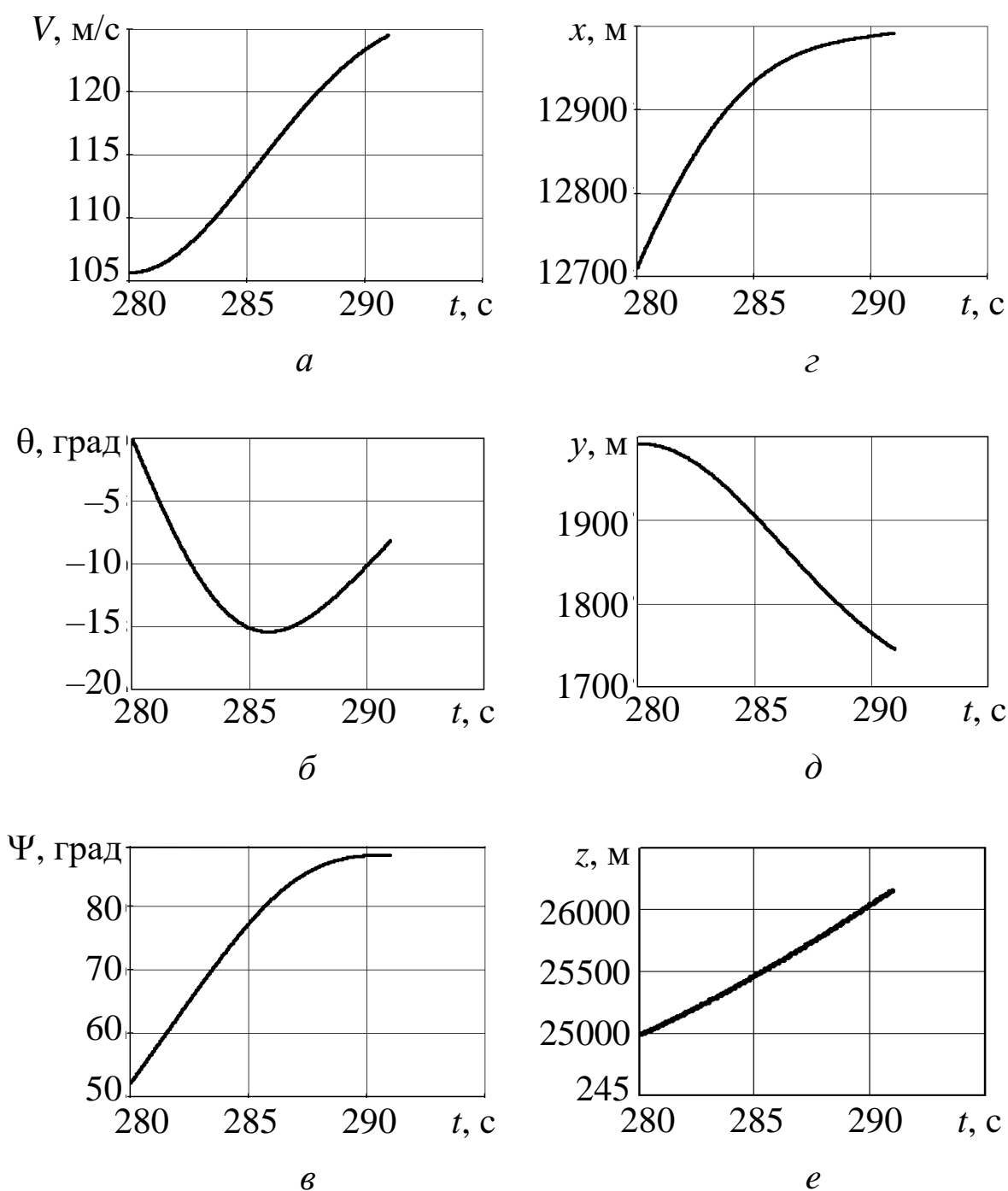


Рис. 4.12

Абсолютные отклонения параметров БЛА от соответствующих параметров программно-управляемого движения составили:

$$\Delta V = |124,536 - 105,602| = 18,934 \text{ м/с};$$

$$\Delta \theta = |-8,237 + 0,070| = 8,167 \text{ град};$$

$$\Delta \Psi = |88,041 - 52| = 36,041 \text{ град};$$

$$\Delta x = |12993 - 13424| = 431 \text{ м};$$

$$\Delta y = |1746 - 1994| = 248 \text{ м};$$

$$\Delta z = |26161 - 25902| = 259 \text{ м}.$$

Отметим существенные отклонения фазовых координат в момент времени $t = 291$ с. от их значений при управляемом полете БЛА.

Для случая $\gamma_{oy}^{(-)}(280) = -80$ град. используются выражения (4.4.5) с коэффициентами $\bar{a}_3, \bar{b}_3, \bar{c}_3, \bar{d}_3$ и система (4.4.6) с минусом в правой части первого уравнения. Результаты расчетов представлены в Табл. 4.12 и на Рис. 4.13.

Таблица 4.12

$t, \text{с}$	280	282	284	286	288	290	291
$\gamma_{\text{в}}^{(-)}, \text{рад.}$	1,396	-1,277	-0,982	-0,610	-0,259	-0,033	0
$\gamma_{\text{в}}^{(-)}, \text{град.}$	-80	-73,164	-56,288	-34,939	-14,848	-1,905	0

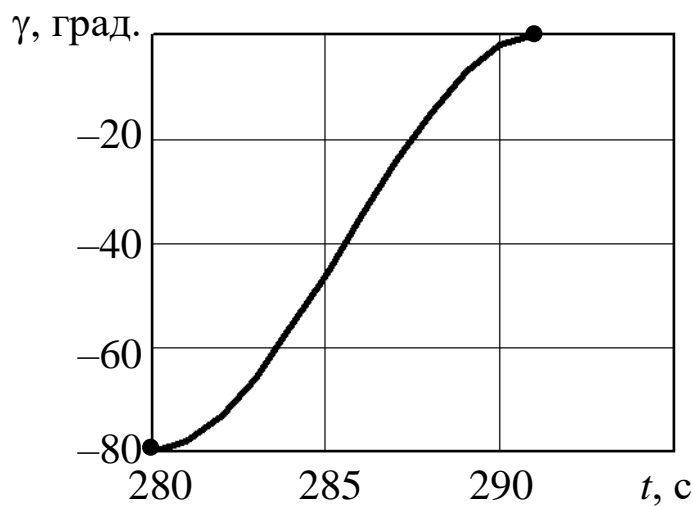


Рис. 4.13

Результаты вычислительного эксперимента по моделированию движения БЛА при переходном управлении $u_{\text{пер}}^{(-)}(t) = (P_{\text{пр}}(t), \alpha_{\text{пр}}(t), \gamma_{oy}^{(-)})$, $t \in [280; 291]$ приведены в Табл. 4.13 и на Рис. 4.14.

Таблица 4.13

t, c	$V, m/c$	$\theta, \text{град}$	$\Psi, \text{град}$	x, m	y, m	z, m
280	105,554	-0,054	52	12710	1994	24987
281,1	106,014	-4,803	46,243	12786	1989	25075
282,2	107,305	-9,037	40,490	12871	1975	25155
283,3	109,266	-12,355	34,831	12963	1952	25226
284,4	111,683	-14,506	29,481	13063	1924	25289
285,5	114,318	-15,420	24,746	13170	1892	25343
286,6	116,949	-15,206	20,936	13283	1858	25391
287,7	119,391	-14,109	18,248	13402	1825	25433
288,8	121,514	-12,426	16,689	13525	1794	25471
289,9	123,241	-10,415	16,056	13651	1768	25508
291	124,536	-8,237	15,959	13781	1746	25545

Абсолютные отклонения параметров движения БЛА от соответствующих величин его программно-управляемого движения в момент времени $t = t_B$ 291 с. имеют следующие значения:

$$\Delta V = |124,536 - 105,602| = 18,934 \text{ м/с};$$

$$\Delta \theta = |-8,237 + 0,070| = 8,167 \text{ град.};$$

$$\Delta \Psi = |15,959 - 52| = 36,041 \text{ град.};$$

$$\Delta x = |13781 - 13424| = 357 \text{ м};$$

$$\Delta y = |1746 - 1994| = 248 \text{ м};$$

$$\Delta z = |25545 - 25902| = 357 \text{ м}.$$

В этом вычислительном эксперименте также имеются существенные отклонения ΔV , $\Delta \theta$, $\Delta \Psi$, Δx , Δy , Δz .

На наш взгляд, применение предложенного подхода должно быть связано с активным использованием на интервале времени $[t_B, t_K]$ системы стабилизации параметров БЛА (автопилота), где в качестве задающих значений должны быть использованы параметры программного движения БЛА.

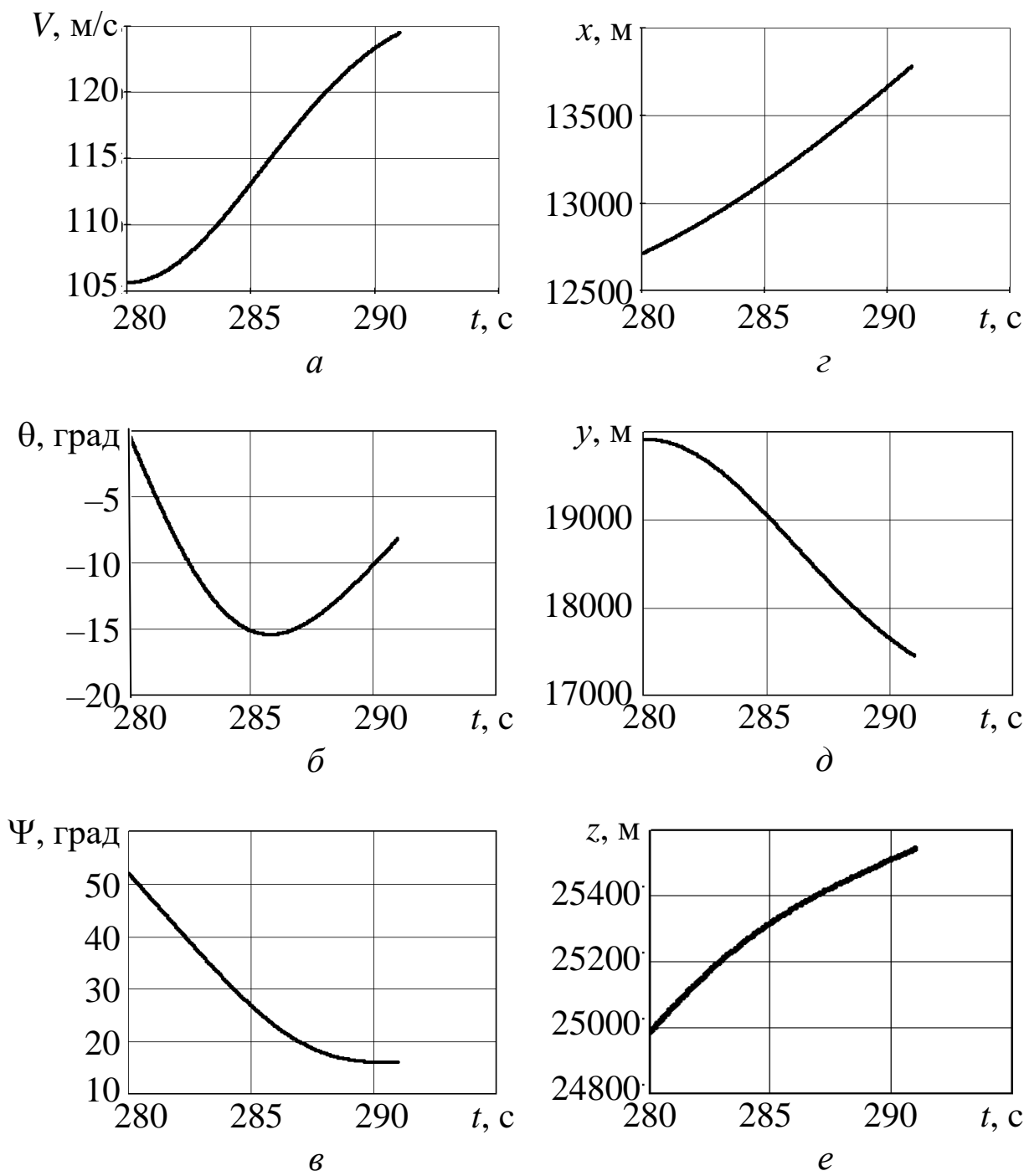


Рис. 4.14

Заметим, что впервые полиномиальные законы управления в виде полинома 2-й степени были использованы в СССР в 60-70 г.г. XX века для управления углом $\theta(t)$ на активном участке оперативно-тактических баллистических ракет.

4.5. Организация процесса оперативного восстановления программного управления БЛА

Рассмотрим вопросы практической реализации процесса устранения неуправляемых движений БЛА.

Согласно работе [2], вектор программного управления

$$u(t) = (P_{\text{пр}}(t), \alpha_{\text{пр}}(t), \gamma_{\text{пр}}(t)), \quad t \in [t_0, t_k] \quad (4.5.1)$$

описывает процесс косвенного программного управления БЛА.

Для непосредственного управления движением БЛА классического самолетного типа в этой работе предлагается использовать вектор прямого программного управления:

$$\Delta(t) = (n(t), \delta_{\text{в}}(t), \delta_{\text{э}}(t), \delta_{\text{н}}(t)), \quad t \in [t_0, t_k], \quad (4.5.2)$$

где $n(t)$ – число оборотов вала маршевого двигателя аппарата; $\delta_{\text{в}}(t)$ – угол отклонения его руля высоты; $\delta_{\text{э}}(t)$ – угол отклонения элеронов БЛА; $\delta_{\text{н}}(t)$ – угол отклонения руля направления аппарата.

Компоненты вектора $\Delta(t)$ вычисляются с использованием компонент $P_{\text{пр}}(t)$, $\alpha_{\text{пр}}(t)$, $\gamma_{\text{пр}}(t)$ вектора косвенного управления $u(t)$, соответствующих этому вектору, компонент $V(t)$, $\theta(t)$, $\Psi(t)$ вектора фазовых координат и моментных характеристик конкретного образца БЛА.

Методика расчета законов управления $n(t)$, $\delta_{\text{в}}(t)$, $\delta_{\text{э}}(t)$, $\delta_{\text{н}}(t)$, входящих в вектор (4.5.2), приведена в монографии [2]. Эта методика должна быть использована при практической реализации сформированных выше переходных (восстанавливающих) управляющих воздействий $P_{\text{в}}^{(+)}(t)$, $P_{\text{в}}^{(-)}(t)$, $\alpha_{\text{в}}^{(+)}(t)$, $\alpha_{\text{в}}^{(-)}(t)$, $\gamma_{\text{в}}^{(+)}(t)$, $\gamma_{\text{в}}^{(-)}(t)$, $t \in [\tau, t_{\text{в}}] \subset [t_0, t_k]$.

Для реализации каждого из этих управляющих воздействий должны быть вычислены векторы $\Delta^{(+)}(t)$ и $\Delta^{(-)}(t)$, $t \in [\tau, t_{\text{в}}]$.

Приведенные выше вычислительные эксперименты с применением на интервале времени [280; 291] с. восстанавливающих полиномиальных управляющих воздействий показали существенное отличие в момент времени $t_b = 291$ с. значений таких основных фазовых координат, как $V(t)$, $\theta(t)$ и $y(t)$ от их значений при программно-управляемом движении БЛА. Причинами этого являются высокая инерционность БЛА как динамического объекта при воздействии на него импульсных возмущений в виде «обрывов управлений» в момент времени $\tau = 280$ с., приближенный характер моделей управляемого и неуправляемых движений БЛА, а также погрешности численных методов определения коэффициентов используемых полиномов и интегрирования соответствующих систем дифференциальных уравнений.

На наш взгляд, при практическом применении восстанавливающих управляющих воздействий добиться резкого сокращения таких отклонений можно, как было отмечено выше, путем использования системы стабилизации параметров движения БЛА (автопилота), задачей которой на интервале времени $[t_b, t_k]$ будет ликвидация рассогласований вида:

$$\begin{aligned} \Delta_1(t) &= V_b(t) - V_{пр}(t); & \Delta_2(t) &= \theta_b(t) - \theta_{пр}(t); \\ \Delta_3(t) &= \Psi_b(t) - \Psi_{пр}(t); & \Delta_4(t) &= x_b(t) - x_{пр}(t); \\ \Delta_5(t) &= y_b(t) - y_{пр}(t); & \Delta_6(t) &= z_b(t) - z_{пр}(t), \\ & & t &\in [t_b, t_k], \end{aligned} \quad (4.5.3)$$

где индекс «в» относится к параметрам движения БЛА при восстановлении управлений, а индекс «пр» относится к значениям аналогичных параметров при программном управлении аппаратом. Последние выступают в качестве задающих (входных) значений для системы стабилизации (автопилота) БЛА.

Для решения задачи минимизации рассогласований (отклонений) (4.5.3) используются следующие компоненты автопилота БЛА [8]:

- канал стабилизаций требуемой скорости полета БЛА;
- канал стабилизации требуемой высоты полета аппарата;
- канал стабилизации угла тангажа;
- канал стабилизации заданного курса БЛА.

В результате работы этих каналов должны вырабатываться корректирующие значения прямого управления $\Delta n(t)$, $\Delta \delta_B(t)$, $\Delta \delta_3(t)$, $\Delta \delta_H(t)$, $t \in [\tau, t_B]$, минимизирующие рассогласования (4.5.3) и выполняющие свои функции на интервале времени $[t_B, t_K]$.

Кроме дополнительной функции системы стабилизации реализуемой при наличии «обрывов управления» на интервале времени $[\tau, t_B]$ в состав перспективной системы автоматического управления (САУ) БЛА должна быть включена система формирования восстанавливающих (переходных) управляющих воздействий $\Delta_B^{(+)}$ и $\Delta_B^{(-)}$, $t \in [\tau, t_B]$. Эта система должна включать в себя датчики силы тяги двигателя и углов атаки и крена, а также программное обеспечение в составе вычислительного комплекса САУ для решения систем линейных алгебраических уравнений 4-го порядка.

Отметим, что одной из проблем создания перспективной САУ БЛА является ее оснащение эффективным датчиком угла атаки БЛА.

Рассмотрим еще один подход к устранению «обрывов управления» БЛА, позволяющий минимизировать или ликвидировать появление таких «обрывов».

Выше были рассмотрены ситуации ликвидации «обрывов» программного управления БЛА, выводящие его за пределы заданных эксплуатационных ограничений (допусков).

Суть предлагаемого подхода, состоящего в профилактике (недопущению) «обрывов управления», заключается в оперативной ликвидации отклонений компонент вектора программного управления БЛА в процессе его реализации, когда они находятся в пределах заданных эксплуатационных допусков.

Для реализации такого подхода САУ БЛА необходимо значительно увеличить частоту опроса датчиков силы тяги двигателя и углов атаки и крена БЛА, позволяющих фиксировать большие отклонения значений этих параметров на ранних стадиях их возникновения.

Принципиальное отличие этой задачи от задачи стабилизации программного движения БЛА состоит в том, что в последней осуществляется восстановление требуемых значений параметров движения БЛА (скорость, высота, углы наклона траектории (тангажа и курса) аппарата).

Предлагаемый подход реализуется на базе функциональной схемы, представленной на Рис. 4.15.

Эта схема является фрагментом структуры перспективного цифрового автопилота БЛА, которая включает в себя дополнительно к указанным датчики параметров движения (скорость, высота и траекторные углы) аппарата.

На этом рисунке: $P_{\phi}(t)$, $\alpha_{\phi}(t)$, $\gamma_{\phi}(t)$ – фактические текущие значения силы тяги двигателя БЛА и его углов атаки и крена; $P_{\text{изм}}(t)$, $\alpha_{\text{изм}}(t)$, $\gamma_{\text{изм}}(t)$ – результаты их измерений соответствующими датчиками бортового оборудования БЛА; $\Delta n(t)$ – приращение числа оборотов вала двигателя силовой установки БЛА; $\Delta\delta_{\text{в}}(t)$, $\Delta\delta_{\text{з}}(t)$, $\Delta\delta_{\text{н}}(t)$ – дополнительные отклонения

углов руля высоты, элеронов и руля направления при нарушениях заданных значений программного управления БЛА; $u_{\text{пр}}(t) = (P_{\text{пр}}(t), \alpha_{\text{пр}}(t), \gamma_{\text{пр}}(t))$, $\Delta_{\text{пр}}(t) = (n_{\text{пр}}(t), \delta_{\text{в}}^{(\text{пр})}(t), \delta_{\text{э}}^{(\text{пр})}(t), \delta_{\text{н}}^{(\text{пр})}(t))$ – векторы косвенных и прямых управляющих воздействий, которые рассчитываются на АРМ оператора управления БЛА и вводятся в БВК в процессе его предполетной подготовки [2].

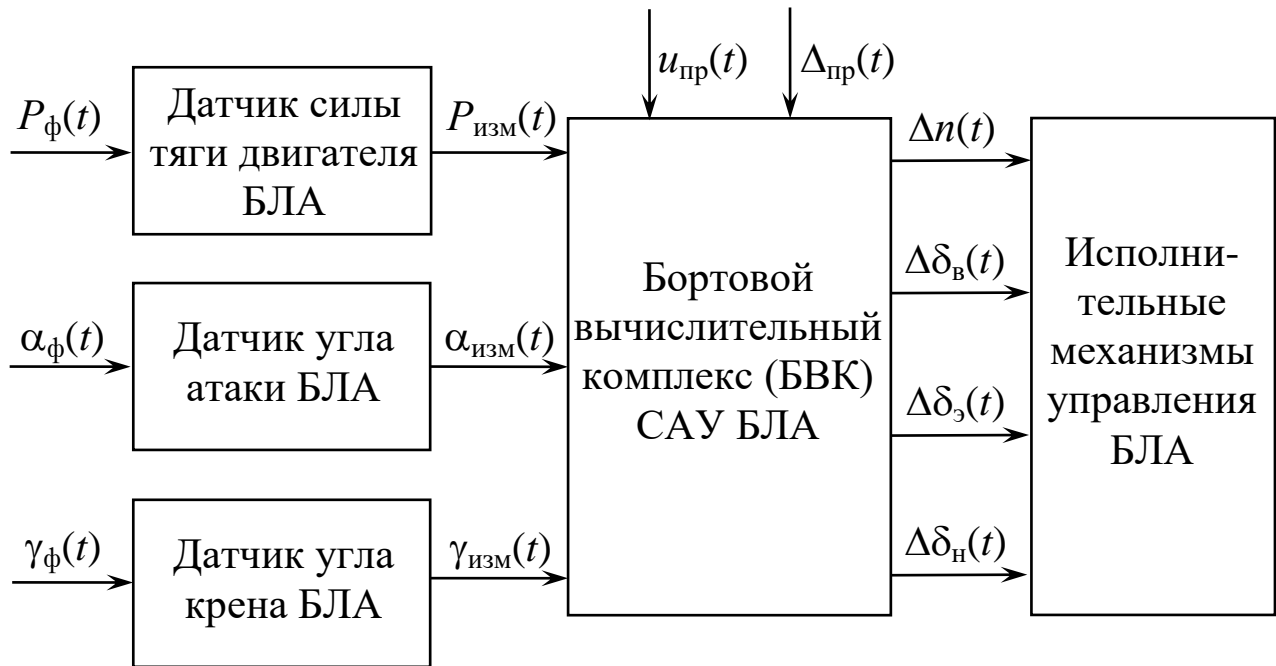


Рис. 4.15

За счет наличия погрешностей датчиков БЛА имеем, что:

$$P_{\text{изм}}(t) \neq P_{\phi}(t); \quad \alpha_{\text{изм}}(t) \neq \alpha_{\phi}(t); \quad \gamma_{\text{изм}}(t) \neq \gamma_{\phi}(t).$$

В приложениях такие отклонения обычно описываются и учитываются показателями абсолютной и относительной погрешности применяемых датчиков. В нашем случае будем использовать показатели абсолютной погрешности, которые обозначим как $\Delta_P^{(\text{изм})}$, $\Delta_{\alpha}^{(\text{изм})}$, $\Delta_{\gamma}^{(\text{изм})}$.

Пусть в общем случае для вектора программного управления $u_{\text{пр}}(t) = (u_{1\text{пр}}(t), u_{2\text{пр}}(t), \dots, u_{m\text{пр}}(t))$ в некоторый момент времени $t = \tau$ возникает ситуация, когда j -я компонента век-

тора программного управления БЛА должна равняться значению $u_{j\text{ пр}}(\tau)$, имеем измеренное значение, равное $u_{j\text{ изм}}(\tau)$.

Будем описывать рассогласование между ними в следующей форме:

$$\Delta_j(\tau) = |u_{j\text{ изм}}(\tau) - u_{j\text{ пр}}(\tau)|, \quad j \in (\overline{1, m}).$$

В нашем случае это выражение для $m = 3$ конкретизируется как:

$$\Delta_1(\tau) = |P_{\text{изм}}(\tau) - P_{\text{пр}}(\tau)|; \quad (4.5.4)$$

$$\Delta_2(\tau) = |\alpha_{\text{изм}}(\tau) - \alpha_{\text{пр}}(\tau)|; \quad (4.5.5)$$

$$\Delta_3(\tau) = |\gamma_{\text{изм}}(\tau) - \gamma_{\text{пр}}(\tau)|. \quad (4.5.6)$$

Расчет этих значений в БВК предполагает непрерывную работу датчиков, указанных на Рис. 4.15, которые с заданной частотой фиксируют значения $P_\phi(t)$, $\alpha_\phi(t)$, $\gamma_\phi(t)$.

Если в некоторый текущий момент времени $\tau \in [t_0, t_k]$ выполняется хотя бы одно из условий, которые проверяются в БВК:

$$\Delta_1(\tau) > \Delta_P^{(\text{изм})}, \quad \Delta_2(\tau) > \Delta_\alpha^{(\text{изм})}, \quad \Delta_3(\tau) > \Delta_\gamma^{(\text{изм})}, \quad (4.5.7)$$

то по соответствующим компонентам вектора $u_{\text{пр}}(t)$ предлагается осуществить восстановление управляющего воздействия до значения $u_{\text{пр}}(t_B)$, где t_B – заданный момент времени окончания процесса восстановления.

Условия (4.5.7) могут иметь место в нескольких точках $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k$ интервала времени $[t_0, t_k]$ движения БЛА.

Соответственно в каждой такой точке формируются переходные (восстанавливающие) управляющие воздействия в форме рассмотренных выше полиномов для интервалов времени $[\tau_r, t_B]$, $r = (\overline{1, k})$.

На Рис. 4.16 приведен пример такой ситуации при $k = 2$ для компоненты $P_{\text{пр}}(t) = \text{const}$ вектора программного управления $u_{\text{пр}}(t)$, $t \in [t_0, t_k]$ БЛА.

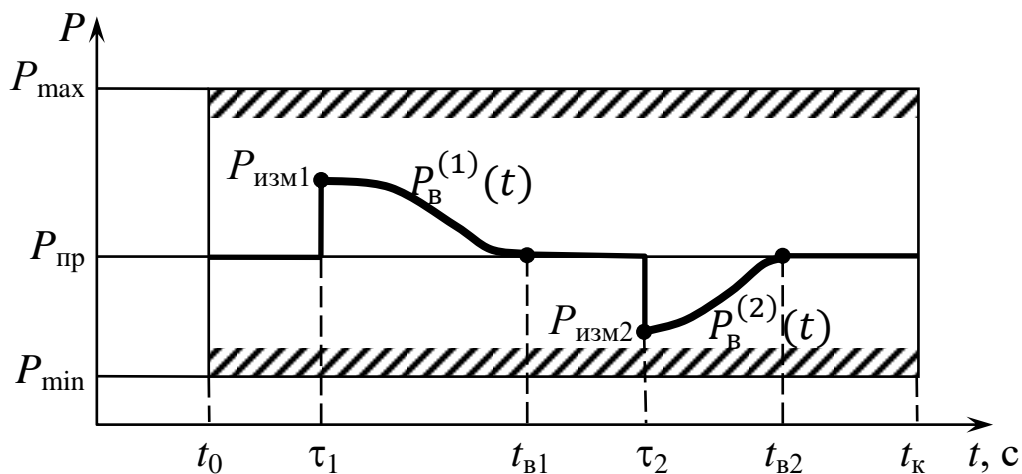


Рис. 4.16

Проиллюстрируем эту схему следующим примером.

Пример 4.4

Будем считать, что используемый в САУ датчик силы тяги двигателя БЛА имеет абсолютную погрешность $\Delta_P = 5$ Н.

Пусть в момент времени $\tau_1 = 280$ с. этот датчик зафиксировал значение $P_{\text{изм1}}(280) = 350$ Н. Предполагая, как и выше, что $P_{\text{пр}}(t) = 306,814$ Н из формулы (4.5.4) имеем, что отклонение силы тяги будет равно:

$$\Delta_1(280) = |350 - 306,814| = 43,186 \text{ Н.}$$

В связи с тем, что это значение превышает погрешность использованного датчика, то первое из состава условий (4.5.7) выполняется.

Обозначим через $P_B^{(1)}(t)$ восстанавливающее управляющее воздействие, реализуемое на интервале времени $[\tau_1, t_{B1}]$. Как и выше, представим эту функцию в виде полинома:

$$P_B^{(1)}(t) = a_1 t^4 + b_1 t^3 + c_1 t^2 + d_1 t, \quad t \in [280; 291]. \quad (4.5.8)$$

Для конкретизации значений его коэффициентов решается система уравнений вида:

$$\begin{aligned}
a_1(280)^4 + b_1(280)^3 + c_1(280)^2 + d_1(280) &= 350; \\
4a_1(280)^3 + 3b_1(280)^2 + 2c_1(280) + d_1 &= 0; \\
a_1(291)^4 + b_1(291)^3 + c_1(291)^2 + d_1(291) &= 306,814; \\
4a_1(291)^3 + 3b_1(291)^2 + 2c_1(291) + d_1 &= 0.
\end{aligned}
\tag{4.5.9}$$

Из численного решения этой системы следует, что иско-
мые значения коэффициентов будут равны:

$$\begin{aligned}
a_1 &= 2,2716 \cdot 10^{-4}; & b_1 &= -0,1945; \\
c_1 &= 55,5012; & d_1 &= -5274,9853.
\end{aligned}$$

Конкретный вид восстанавливающего управления (4.5.8)
записывается как:

$$P_B^{(1)}(t) = 0,000227t^4 - 0,1945t^3 + 55,5012t^2 - 5274,9853t. \tag{4.5.10}$$

Результаты расчета этого управления приведены в Табл.
4.14 и на Рис. 4.17.

Таблица 4.14

t, c	280	282	284	286	288	290	291
$P_B^{(1)}, H$	350	346,310	337,200	325,675	314,829	307,843	306,814

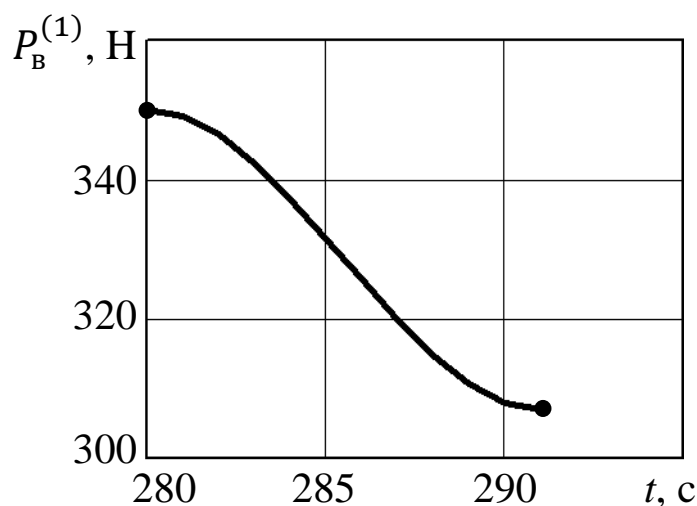


Рис. 4.17

Проведем анализ движения БЛА на интервале времени [280; 291] с. при использовании вектора программного управления:

$$u_{\text{пр}}(t) = (P_{\text{в}}^{(1)}(t), \alpha_{\text{пр}}(t), \gamma_{\text{пр}}(t)). \quad (4.5.11)$$

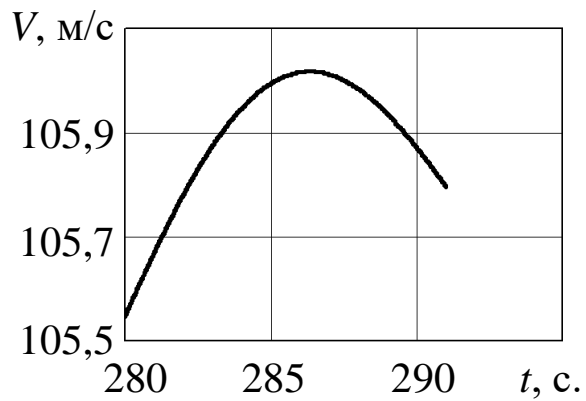
Для этого применим использованную выше модель управляемого движения БЛА с начальными условиями:

$$\begin{aligned} V(280) &= 105,554 \text{ м/с}; \quad \theta(280) = 2,4435 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}; \\ \Psi(280) &= 0,908 \text{ рад.}; \quad x(280) = 12710 \text{ м}; \\ y(280) &= 1994 \text{ м}; \quad z(280) = 24987 \text{ м}. \end{aligned} \quad (4.5.12)$$

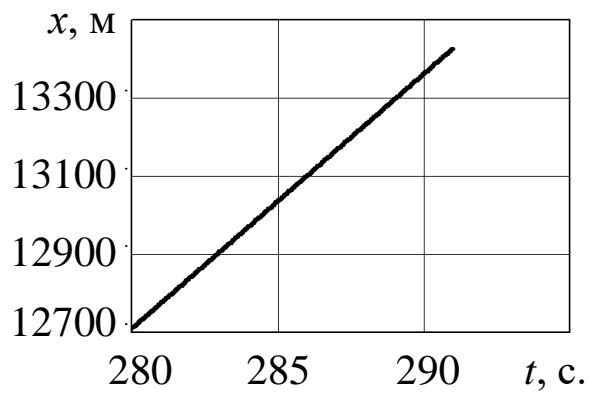
Числовые и графические результаты моделирования движения БЛА на интервале времени [280; 291] с. при использовании управления (4.5.11) и начальных условиях (4.5.12) приведены в Табл. 4.15 и на Рис. 4.18.

Таблица 4.15

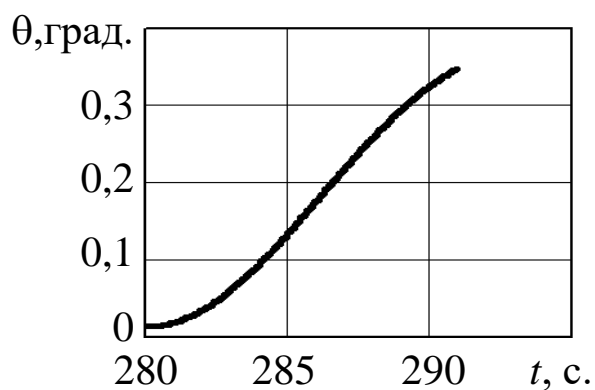
$t, \text{ с}$	$V, \text{ м/с}$	$\theta, \text{ град}$	$\Psi, \text{ град}$	$x, \text{ м}$	$y, \text{ м}$	$z, \text{ м}$
280	105,554	0,014	52	12710	1994	24987
281,1	105,687	0,019	52	12782	1994	25079
282,2	105,807	0,039	52	12853	1994	25170
283,3	105,908	0,070	52	12925	1994	25262
284,4	105,983	0,109	52	12997	1994	25354
285,5	106,030	0,154	52	13068	1995	25446
286,6	106,048	0,201	52	13140	1995	25538
287,7	106,037	0,247	52	13212	1995	25630
288,8	106,001	0,288	52	13284	1996	25721
289,9	105,946	0,322	52	13356	1997	25813
291	105,879	0,349	52	13427	1997	25905



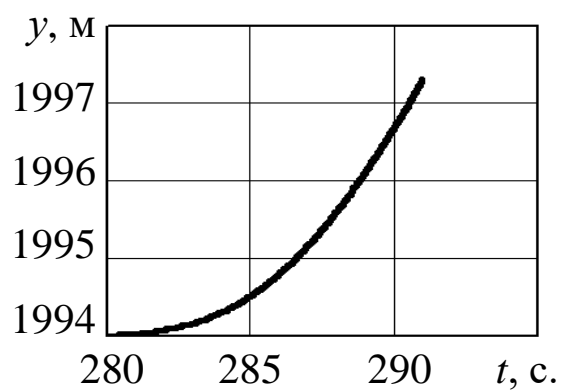
a



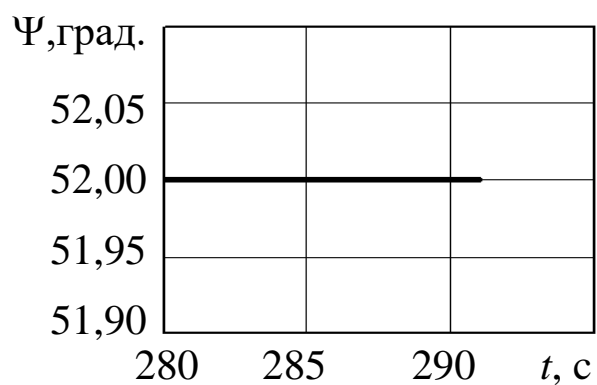
z



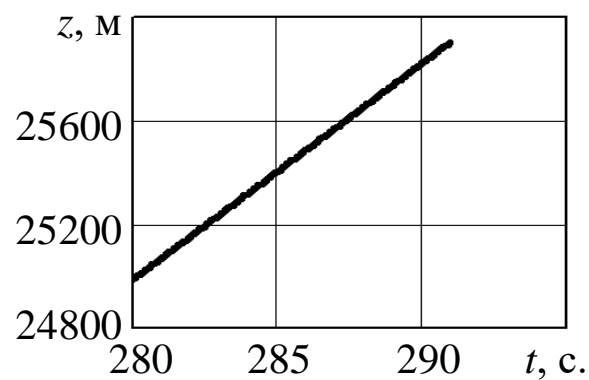
б



д



в



e

Рис. 4.18

Из полученных результатов следует, что абсолютные отклонения фазовых координат БЛА по сравнению с его управляемым движением при $t = 291$ с. (см. Табл. 2.4) имеют следующие значения:

$$\Delta V = |105,879 - 105,602| = 0,277 \text{ м/с};$$

$$\Delta\theta = |0,349 + 0,07| = 0,419 \text{ град.};$$

$$\Delta\Psi = |52 - 52| = 0 \text{ град.};$$

$$\Delta x = |13427 - 13424| = 3 \text{ м};$$

$$\Delta y = |1997 - 1994| = 3 \text{ м};$$

$$\Delta z = |25905 - 25902| = 3 \text{ м}.$$

Отметим весьма небольшие отклонения фазовых координат БЛА.

Пусть в момент времени $t = \tau_2 = 400$ с. датчик силы тяги двигателя БЛА зафиксировал значение $P_{\text{изм}}(\tau_2) = 250$ Н, меньшее, чем $P_{\text{пр}}(\tau) = 306,814$ Н. Для ликвидации отклонения программного управления, равного $|250 - 306,814| = 56,814$ Н к моменту времени $t = t_b = 413$ с. будем использовать переходное (восстанавливающее) управляющее воздействие:

$$P_{\text{в}}^{(2)}(t) = \bar{a}_2 t^4 + \bar{b}_2 t^3 + \bar{c}_2 t^2 + \bar{d}_2 t, \quad t \in [400; 413]. \quad (4.5.13)$$

Коэффициенты \bar{a}_2 , \bar{b}_2 , \bar{c}_2 , \bar{d}_2 этого полинома определяются из решения следующей системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \bar{a}_2 (400)^4 + \bar{b}_2 (400)^3 + \bar{c}_2 (400)^2 + \bar{d}_2 (400) &= 250; \\ 4\bar{a}_2 (400)^3 + 3\bar{b}_2 (400)^2 + 2\bar{c}_2 (400) + \bar{d}_2 &= 0; \\ \bar{a}_2 (413)^4 + \bar{b}_2 (413)^3 + \bar{c}_2 (413)^2 + \bar{d}_2 (413) &= 306,814; \\ 4\bar{a}_2 (413)^3 + 3\bar{b}_2 (413)^2 + 2\bar{c}_2 (413) + \bar{d}_2 &= 0. \end{aligned} \quad (4.5.14)$$

Решая численно эту систему, получим следующие значения искоемых коэффициентов:

$$\begin{aligned}\bar{a}_2 &= -0,000127; & \bar{b}_2 &= 0,155; \\ \bar{c}_2 &= -63,069; & \bar{d}_2 &= 8538,076.\end{aligned}$$

Тогда применяемое восстанавливающее управляющее воздействие (4.5.13) конкретизируется как:

$$P_B^{(2)}(t) = -0,000127t^4 + 0,155t^3 - 63,069t^2 + 8538,076t, \quad (4.5.15)$$

$$t \in [400; 413].$$

Результаты расчета значений полинома (4.5.15) приведены в Табл. 4.16 и на Рис. 4.19.

Таблица 4.16

$t, \text{с}$	400	402	404	406	408	410	413
$P^{(2)}, \text{Н}$	250	253,559	262,662	274,911	287,862	299,019	306,814

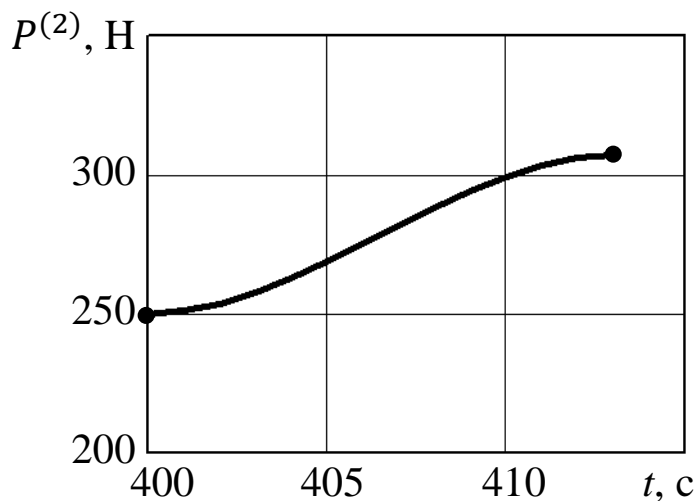


Рис. 4.19

Анализ динамики процесса восстановления программного управления БЛА в результате применения восстанавливающего управления (4.5.15) будем проводить, как и выше, с использованием модели управляемого движения аппарата на интервале времени [400; 413] с.

Начальные условия из Табл. 2.4 для интегрирования системы дифференциальных уравнений этой модели имеют вид:

$$\begin{aligned}
 V(400) &= 105,701 \text{ м/с}; & \theta(400) &= 0,003 \text{ град.}; \\
 \Psi(400) &= 52 \text{ град.}; & x(400) &= 20515 \text{ м}; & (4.5.16) \\
 y(400) &= 1993 \text{ м}; & z(400) &= 34979 \text{ м}.
 \end{aligned}$$

При решении этой задачи используется вектор переходного управления БЛА вида:

$$u_{\text{пер}}(t) = \left(P_{\text{в}}^{(2)}(t), \alpha_{\text{пр}}(t), \gamma_{\text{пр}}(t) \right), \quad t \in [400; 413].$$

Числовые и графические результаты проведенного вычислительного эксперимента приведены в Табл. 4.17 и на Рис. 4.20.

Таблица 4.17

$t, \text{ с}$	$V, \text{ м/с}$	$\theta, \text{ град}$	$\Psi, \text{ град}$	$x, \text{ м}$	$y, \text{ м}$	$z, \text{ м}$
400	105,701	0,003	52	20515	1993	34979
401,3	105,495	-0,022	52	20600	1993	35087
402,6	105,314	-0,321	52	20684	1993	35195
403,9	105,170	-0,073	52	20768	1993	35303
405,2	105,072	-0,144	52	20852	1992	35411
406,5	105,026	-0,229	52	20936	1992	35518
407,8	105,033	-0,321	52	21020	1991	35626
409,1	105,089	-0,413	52	21104	1990	35733
410,4	105,186	-0,568	52	21189	1988	35841
411,7	105,315	-0,621	52	21273	1987	35949
413	105,461	-0,653	52	21357	1985	36057

Абсолютные отклонения параметров движения БЛА в момент времени $t = 413 \text{ с}$. от значений при программном управлении аппаратом будут равны:

$$\Delta V = |105.461 - 105.649| = 0,188 \text{ м/с};$$

$$\Delta \theta = |-0,653 - 0,028| = 0,681 \text{ град};$$

$$\Delta \Psi = |52 - 52| = 0 \text{ град};$$

$$\Delta x = |21357 - 21361| = 4 \text{ м};$$

$$\Delta y = |1985 - 1993| = 8 \text{ м};$$

$$\Delta z = |36057 - 36061| = 4 \text{ м}.$$

Эти отклонения являются незначительными и могут быть успешно устранены системой стабилизации параметров двигателя БЛА.

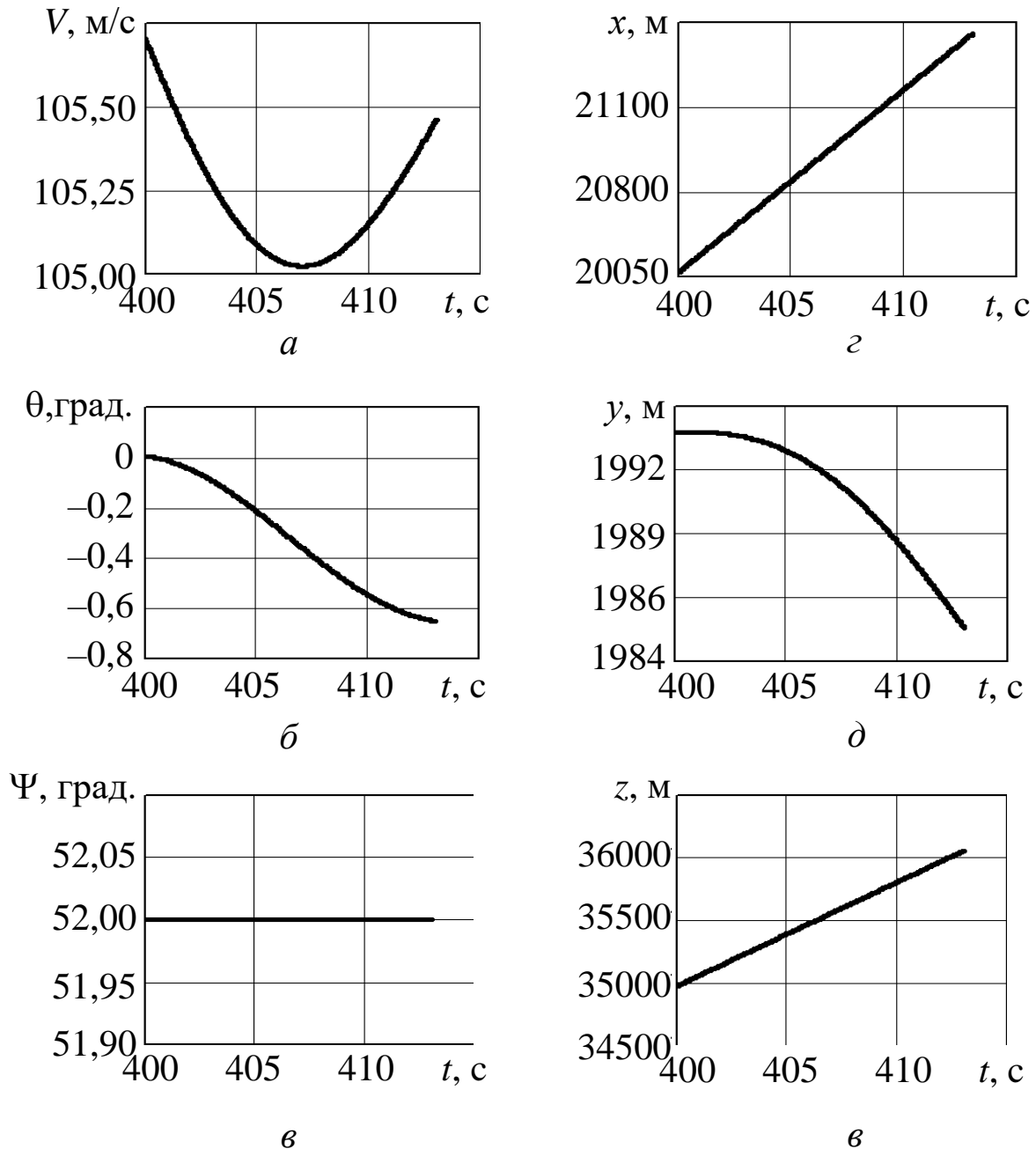


Рис. 4.20

Аналогичные действия выполняются при оперативном контроле и ликвидации отклонений программных управляющих воздействий по углам атаки $\alpha_{\text{пр}}(t)$ и крена $\gamma_{\text{пр}}(t)$, $t \in [t_0, t_k]$.

Заметим, что при практическом использовании предлагаемого подхода такой контроль и восстановление должны проводиться одновременно по всем компонентам вектора $u_{\text{пр}}(t) = (P_{\text{пр}}(t), \alpha_{\text{пр}}(t), \gamma_{\text{пр}}(t))$ программного управления БЛА. Для выполнения этого требования БВК САУ БЛА должен иметь многозадачный режим проведения вычислительных работ или для каждого канала программного управления БЛА в составе такого комплекса должен быть предусмотрен отдельный вычислительный модуль.

На наш взгляд, предлагаемый подход является более эффективным, чем подход, связанный с ликвидацией уже наступивших «обрывов» программного управления БЛА. Его эффективность связана с профилактикой таких «обрывов», которые, как было показано выше, практически всегда приводят к неуправляемому движению БЛА и последствиям при ударе аппарата о земную поверхность со всеми вытекающими из этого последствиями.

Интересным является применение в восстанавливающих управляющих воздействиях других видов функций, в частности экспоненциальных зависимостей, которые имеют более высокие скорости изменения, чем полиномиальные зависимости.

В заключение данной главы следует отметить, что в ней сформулирована важнейшая научно-техническая и практически значимая проблема современной беспилотной авиации, которая требует глубоких исследований и разработок отечественных ученых и специалистов в области управления БЛА.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулированная в монографии проблема описания динамики полета, оценки последствий и устранения неуправляемых движений БЛА является актуальной и практически значимой для развития теории применения беспилотной авиационной техники при ее перспективном применении для решения разнообразных целевых задач на территории населенных пунктов. Обязательным требованием при решении таких задач должно быть прогнозирование последствий от возможных летных происшествий (аварий), связанных с применением БЛА.

Кроме этого, решение поставленной проблемы может дать исходный материал для создания теории неуправляемого (аварийного) функционирования управляемых динамических объектов (систем) различного назначения, которая к настоящему времени практически отсутствует.

На наш взгляд, решение сформулированной проблемы необходимо осуществлять в следующих основных направлениях:

1°. Уточнение понятия «обрыва управления» и разработка классификации обратимых и необратимых «обрывов управления» БЛА.

2°. Разработка моделей и методов описания динамики, оценки последствия и устранения обратимых неуправляемых движений таких типов БЛА, как беспилотные вертолеты [2] и многороторные БЛА (квадрокоптеры, октокоптеры, гексокоптеры и др.) [8].

3°. Разработка методик определения силы взрыва БЛА при различных бортовых остатках его топлива и массе боевой части аппарата с использованием результатов соответствующих вычислительных и натурных экспериментов.

4°. Разработка инженерной методики оценки действия ударной волны при взрыве БЛА от его удара о земную поверхность с использованием результатов исследований А.И. Садовского [16].

5°. Разработка инженерных методик оценки границ разлета обломков (осколков) при взрыве от удара БЛА о земную поверхность с использованием экспериментальных данных испытаний конкретного образца аппарата.

6°. Исследование причин и последствий удара о земную поверхность БЛА различных типов с перспективными электрическими силовыми установками.

7°. Исследование различных видов траекторий переходных (восстанавливающих) управляющих воздействий при устранении обратимых «обрывов управления» для различных типов БЛА.

8°. Создание элементов общей теории устранения аварийного функционирования управляемых динамических объектов (систем) на основе обобщения результатов указанных выше направлений развития теории неуправляемых движений БЛА и описаний функционирования других видов таких объектов.

Автор искренне надеется, что поставленная в монографии проблема будет комплексно решена усилиями отечественных ученых и специалистов по динамике полета, управлению различными типами БЛА, авиационных происшествий и физике различных видов взрывов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С.* Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1973. – 616 с.
2. *Моисеев В.С.* Динамика полета и управление беспилотными летательными аппаратами. – Казань: Редакционно-издательский центр (РИЦ) «Школа», 2017. – 416 с. (Серия «Современная прикладная математика и информатика»).
3. *Куршев Н.В., Кожевников Ю.В.* Оптимальные задачи динамики полета. – Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2010. – 326 с.
4. *Понтрягин Н.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе М.В., Мищенко Е.Ф.* Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1983. – 392 с.
5. *Крутько П.Д.* Обратные задачи динамики управляемых систем: нелинейные модели. – М.: Наука, 1988. – 328 с.
6. *Моисеев В.С., Моисеева Л.Т.* Некоторые неклассические задачи вычислительной математики. – Казань: РИЦ «Школа», 2020. – 177 с. (Серия «Современная прикладная математика и информатика»).
7. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. – М.: Высш. шк., 2006 – 575 с.
8. *Тань Лиго, Моисеев В.С., Новикова С.В., Хо Цзяньвэнь.* Беспилотные летательные аппараты-амфибии. Под общей редакцией Моисеева В.С. – Казань: РИЦ «Школа», 2025 – 556 с. (Серия «Современная прикладная математика и информатика»).
9. *Вышинский В.В., Кравченко С.А.* Математическое моделирование разлета обломков обшивки носовой части фюзеляжа самолета при ее разрушении в полете. // Ученые записки ЦАГИ, т. XXVIII, 1997, №3-4. – С. 103-118.

10. Сила взрыва авиационного топлива при ударе об землю. [Электронный ресурс] <https://www.google.com/search?q=сила+взрыва+авиационного+топлива+при+ударе+об+землю>.

11. *Плехов А.М., Шапкин С.Г.* Словарь военных терминов. – М.: Воениздат. 1988. – 335 с.

12. *Синогина Е.С.* Расчет характеристик взрыва и его последствий. [Электронный ресурс] https://koi.tspu.ru/koi_books/sinogina/gl5_51.htm.

13. *Клячин С.И.* Теория горения и взрыва. Часть 2. Взрывы и взрывчатые вещества. – Калининград: Изд-во БГАРФ, 2020. – 144 с.

14. *Веремеев Ю.Г.* Расчет поражающих возможностей осколочных мин и гранат. [Электронный ресурс] [https:// weapon-land.ru/publ/raschet_porazhajushhikh_vozmozhnostej_oskolochnykh_min_i_granat/12-1-0-1126](https://weapon-land.ru/publ/raschet_porazhajushhikh_vozmozhnostej_oskolochnykh_min_i_granat/12-1-0-1126).

15. Расчет радиуса ударной волны. [Электронный ресурс] <https://www.google.com/search?q=расчет+радиуса+ударной+волны>.

16. *Садовский М.А.* Механическое действие воздушных ударных волн взрыва по данным экспериментальных исследований. / В сб. Физика взрыва, №1. М.: Изд-во АН СССР, 1952. – С. 20-110.

17. Loss of control (LOC-1). ICAO, [Электронный ресурс] https://ru.wikipedia.org/wiki/Потеря_управления_в_полёте#Решения.

18. *И. Грекова**. На испытаниях. [Электронный ресурс] <https://biblioteka-online.org/book/na-ispytaniiax/reader>.

*Ирина Грекова – литературный псевдоним «йгрекова» Елены Сергеевны Вентцель, доктора технических наук, профессора Военно-воздушной инженерной академии им. Н.Е. Жуковского, автора 10 учебников и монографий по применению теории вероятностей, исследованию операций, теории случайных процессов, а также 18 художественных произведений.

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

Виктор Сергеевич Моисеев,

**ДИНАМИКА, ПОСЛЕДСТВИЯ И УСТРАНЕНИЕ
НЕУПРАВЛЯЕМЫХ ДВИЖЕНИЙ
БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

Подписано к печати 27.06.2026.

Формат 60x84^{1/16}. Бумага офсетная.

Гарнитура «Times». Печать ризографическая.

Усл. печ. 12,09 л. Печ. 113,0 л. Тираж 100 экз. Заказ № 107.

420111, Казань, Дзержинского, 9/1. Тел. сот.: +7(917)264-84-83.

Отпечатано с готового оригинал-макета
в редакционно-издательском центре «Школа»

E-mail: ric-school@yandex.ru

ISBN 978-5-00245-566-9

